STEVEN SPIELBERG DIGITAL YIDDISH LIBRARY
NO. 06178

LEHR-BUKH ARIFMETIK

Hertz Burgin

NATIONAL YIDDISH BOOK CENTER
AMHERST, MASSACHUSETTS

NATIONAL YIDDISH BOOK CENTER
AMHERST, MASSACHUSETTS
413 256-4900 | YIDDISH@BIKHER.ORG
WWW.YIDDISHBOOKCENTER.ORG

•

MAJOR FUNDING FOR THE
STEVEN SPIELBERG DIGITAL YIDDISH LIBRARY
WAS PROVIDED BY:

Lloyd E. Cotsen Trust
Arie & Ida Crown Memorial
The Seymour Grubman Family
David and Barbara B. Hirschhorn Foundation
Max Palevsky
Robert Price
Righteous Persons Foundation
Leif D. Rosenblatt
Sarah and Ben Torchinsky
Harry and Jeanette Weinberg Foundation
AND MEMBERS AND FRIENDS OF THE
National Yiddish Book Center

•

The *goldene pave*, or golden peacock, is a traditional symbol of Yiddish creativity. The inspiration for our colophon comes from a design by the noted artist Yechiel Hadani of Jerusalem, Israel.

The National Yiddish Book Center respects the copyright and intellectual property rights in our books. To the best of our knowledge, this title is either in the public domain or it is an orphan work for which no current copyright holder can be identified. If you hold an active copyright to this work – or if you know who does – please contact us by phone at 413-256-4900 x153, or by email at digitallibrary@bikher.org

50

אַרבייטער־רינג ביבליאָטעק—15

לעהר-בוך
אַריפמעטיק

פון

הערץ בורגין

אַרויסגעגעבען פון דער
נאַציאָנאַלער עדיוקיישאַנאַל קאָמיטע פון
אַרבייטער רינג.

200

Copyright
by
THE WORKMEN'S CIRCLE

אינהאַלטס־פאַרצייכנים :

	זייטען
פאַרוואָרט און איינלייטונג — — — — — — — — — — — — —	4—3
א. צעהלונג און צאָהלען — — — — — — — — — — — — —	23—5
ב. חיבור — — — — — — — — — — — — — — —	33—24
ג. חיסור — — — — — — — — — — — — — — —	48—34
ד. כפל — — — — — — — — — — — — — — —	73—49
ה. חילוק — — — — — — — — — — — — — — —	102—74
ו. באַנאַנטע צאָהלען :	
מאָס און וואָג — — — — — — — — — — — —	111—103
געאָמעטרישע פיגורען — — — — — — — — — —	115—112
חשבונות מיט סקוועער און קובישע מאָסען — — — —	119—116
גאַז־מעסטער, טעמפעראַטור און טערמאָמעטער — —	124—120
פאַרוואַנדלונגען פון מאָסען — — — — — — — —	126—124
חיבור פון באַנאַנטע צאָהלען — — — — — — — —	129—126
חיסור פון באַנאַנטע צאָהלען — — — — — — — —	131—129
צייט חשבונות — — — — — — — — — — — —	137—131
כפל פון באַנאַנטע צאָהלען — — — — — — — —	138—137
חילוק פון באַנאַנטע צאָהלען — — — — — — — — —	141—138
ז. טיילערס (אָדער כפל'ערס) :	
פּראָסטע און צוזאמענגעשטעלטע צאָהלען — — — — —	150—142
קלענסטע טיילבאַרע און גרעסטע געמיינשאַפטליכער טיי־לער — — — — — — — — — — — —	157—150
ח. ברוך־צאָהלען :	
שרייבען און לייענען ברוך־צאָהלען — — — — — —	163—158
רעגולע און ניט־רעגולע — — — — — — — — —	165—163
ענדערונגען פון דער ברוך־צאָהל'ס פאָרמע — — — —	170—166
ברענגען ברוך־צאָהלען צו איין טייל־ווייזער — — —	173—170

זייטען

חיבור פון ברוך־צאָהלען — — — — — — — — — — — 174—175

חיסור פון ברוך־צאָהלען — — — — — — — — — — 175—177

כפל פון ברוך־צאָהלען — — — — — — — — — — — 177—183

חילוק פון ברוך־צאָהלען — — — — — — — — — — 184—189

ט. דעצימאַלע ברוך־צאָהלען:

שרייבען און לייענען דעצימאַלע ברוך־צאָהלען — — — 190—194

פארקירצען און ברייגגען צו איין טיילוויזער — — — 195—197

חיבור פון דעצימאַלע — — — — — — — — — — — 198—199

חיסור פון דעצימאַלע — — — — — — — — — — — 199—201

כפל פון דעצימאַלע — — — — — — — — — — — 201—204

חילוק פון דעצימאַלע — — — — — — — — — — — 204—208

געמישטע דעצימאַלע — — — — — — — — — — — — 208—209

פארוואנדלונג פון א געוועהנליכער ברוך־צאָהל אין אַ

דעצימאַלע און פאַרקעהרט — — — — — — — — 209—212

פעריאדישע דעצימאַלע — — — — — — — — — — — 213—222

י. פאַרהעלטניסע — — — — — — — — — — — — — — 223—227

יא. פּראָפּאָרציעס — — — — — — — — — — — — — 228—247

יב. דריי־כלל:

איינפאַכער דריי־כלל — — — — — — — — — — — 248—255

קאָמפּליצירטער דריי־כלל — — — — — — — — — — 255—263

יג. פּראָצענטען:

איינפאַכע פּראָצענטען — — — — — — — — — — — 264—277

פיעלפאַכע פּראצענטען — — — — — — — — — — — 277—283

יד. דיסקאונט חשבונות — — — — — — — — — — — 284—290

טו. כלל פון פּראפּאָרציאָנעלע צוטיילונג — — — — 291—300

טז. מישונג־כלל — — — — — — — — — — — — — — 301—306

שליסעל צו איבונגען — — — — — — — — — — — — 307

50

פאָרוואָרט.

דאָס פאָרליעגענדע איז ניט דער ערשטער אידישער לעהר־בוך אין אריפמעטיק. אויב ניט אויפ'ן בוך־מארקעט, וועט איהר אין די לייברעריעס געפינען מעהרערע לעהר־ביכער אין דיעזען געגענשטאנד. יעדער פון זיי האָט זיך מעהר אדער ווייניגער זיינע מעלות. זיי האָבען אָבער אלע דעם חסרון, וואָס זיי פאסען זיך ניט פאר אונזער נאָך בילדונג דורשטענדען ארבייטער.

איינער פון די דאָזיגע לעהר־ביכער איז צוזאמענגעשטעלט געווארען אין עסטרייך אין מיטען פון 18טען יאָהרהונדערט. מיר ריידען שוין ניט פון דעם, וואָס די שפראך איז דאָרט מעהר דייטש, ווי אידיש, און וואס די שריפט איז א רש"י שריפט, וועלכע ניט יעדער קען לעזען, האָט נאָך דער פארפאסער געהאט אין זין בלויז דעם משכיל'ישען לעזער: ער לאָזט זיך אריין טיעף אין טעאָריע, און די פראקטישע זייט שטעהט ביי איהם אויפ'ן צווייטען פּלאַן.

די נייערע לעהר־ביכער זיינען שוין פריי פון אזא חסרון. אָבער זיי יאָגען זיך שוין צופיעל נאָך דער פראקטישער זייט.

אין דעם לעהר־בוך, וואָס מיר לייגען דאָ פאָר פאר'ן לעזער, האָבען מיר געהאט אין זין דעם אַרבייטער, וואָס באזיצט, ליידער, ניט גענוג קענטניס אין ענגליש אָדער אן אנדער אייראָפּעאישע שפראך. מיר לאָזען זיך ניט אריין טיעף אין טעאָריע, אבער מיר סטארען זיך צו געבען צו פארשטעהן, ווי אזוי מיר קומען צו דעם אָדער יענעם כלל. צו דער זעלבער צייט גיבען מיר גענוג איבונגען, דער לעזער זאָל זיך קענען איינאיבען אין דער אָדער יענער אָפּטיילונג פון אריפמעטיק.

דאָס איז וועגען די מעלות. די חסרונות לאָזען מיר שוין פאר'ן לעזער איבער אויסצוגעפינען.

ה. בורגין,

ניו יאָרק, דעם 12טען יאַנואַר, 1919.

איינלייטונג.

גענוי, ווען דער מענש האָט זיך אויסגעלערענט צעהלען און רעכענען, איז שווער צו זאָגען. יעדענפאַלס, איז דאָס געווען ניט שפּעטער, ווי ער האָט זיך אויסגעלערענט רעדען, און אפשר נאָך פריהער, — אפשר נאָך אין דער צייט, ווען ער האָט זיך נאָך, ווי די מאַלפּע, אויפגעהאַלטען אין וועלדער אויף די צווייגען פון בוימער. וואָרים אַ שטיקעל באַגריף וועגען צעהלען געפינען מיר אויך ביי חיות.

חיות קענען אונטערשיידען צווישען איינעם און מעהר ווי איינעם. דער וואָלף, צ. ב. ש., וועט ניט וואַגען אָנצופאַלען אויף עטליכע מענשען אפילו ווען ער איז שטאַרק הונגעריג, אָבער ער וועט גערן באַפאַלען אַן איינצעלנעם מענשען. הייסט דאָך דאָס, אַז ער צעהלט. נאַטור־פאָרשער ברייגגען ביישפּיעלע פון הויז־חיות, וואָס האָבען געקענט אונטערשיידען צווישען איינס און צוויי, צווישען צוויי און דריי — זאָגאַר צווישען דריי און פיער — אָבער ניט מעהר.

איבריגענס, דער ווילדער מענש האָט אויך געקענט צעהלען ניט זעהר פיעל מעהר. עס זיינען נאָך יעצט דאָ שבטים, וואָס צעהלען בלויז ביז פינף אָדער צעהן. און וואָס עס איז מעהר פון דיע־זער צאָהל, צייכענען זיי אָן מיט'ן וואָרט „פיעלע". דעם ווילדען'ס צעהלען איז פונקט אזוי אָרים, ווי זיין שפּראַך.

און פונקט ווי די שפּראַך, די פעהיגקייט צו רעדען, אזוי האָט זיך אויך די פעהיגקייט צו צעהלען ביים מענשען ביסלעכ־ווייז אַלץ מעהר און מעהר ענטוויקעלט, און דער ציוויליזירטער מענש באַזיצט שוין אַלערליי ווערטער אויף אויסצודריקען אַלע זיינע באַגריפע, אזוי גוט ווי די קענטשאַפט צו צעהלען און צו מאַכען אַלערליי חשבונות.

די וויסענשאַפט, וואָס לערנט, ווי צו צעהלען, ווי צו שרייבען אַלערליי צאָהלען און ווי צו מאַכען דורך זיי חשבונות, רופט זיך אריפמעטיק.

א. צעהלונג און צאָהלען.

א צאָהל.

ווען מיר צעהלען איבער וועלכע עס איז זאכען, דריקען מיר דעם סך הכל פון צעהלען אוים אין א צאָהל. לאָמיר זאָגען, אז מיר צעהלען ביכער. אויב עס איז דאָ בלויז איין בוך, איז די צאָהל ביכער איינס; אויב, אויסער דעם איין בוך, איז דאָ נאָך איינער, זאָגען מיר ניט „איינס און איינס", נאָר מיר זאָגען: „צוויי"; אויב מיר האָבען איבערגעצעהלט מיט א בוך מעהר, איז שוין די צאָהל דריי, א. ז. וו. פאר יעדען סך הכל פון צעהלען, האָבען מיר א ספעציעלע צאָהל, וועלכע דריקט זיך אוים דורך א ספעציע־לען וואָרט, ווי פינף, אכט, זעכצעהן, צוויי און נייציג, הונדערט, טויזענד, א מיליאָן, א. ז. וו.

דער ציוויליזירטער מענש קען שוין צעהלען זעהר פיעל, אָהן א שיער און אָהן אן ערך. די סך הכל'ס פון זיין צעהלען, די אלער־ליי צאָהלען, זיינען דארום אויך אָהן א שיער און אָהן אן ערך. מיט אנדערע ווערטער: די צאָהל צאָהלען איז אונענדליך גרוים. און עס לעגט זיך אויפ'ן שכל, פאר וואָס די צאָהל צאָהלען איז אונענדליך גרוים: ווי גרוים א צאָהל זאָל ניט זיין, קענט איהר איהר ניט באטראכטען אלס די גרעסטע; וואָרים עס איז גענוג נאָר צוצולעגען צו איהר נאָך א איינס, אום איהר זאָלט באקומען נאָך א גרעסערע צאָהל.

נעמען פון די פארשיעדענע צאָהלען.

הגם די צאָהל צאָהלען איז אונענדליך גרוים, איז פון דעסט־וועגען די צאָהל באזונדערע ווערטער, וואָס מיר געברויכען אויף אויסצודריקען זיי, זעהר, זעהר קליין; סך הכל ארום פופצעהן.

דער מענש האָט זיך אן עצה געגעבען, ווי מיט א קליינער צאָהל ווערטער אָנצודייטען די אונענדליכע צאָהל צאָהלען. ווי אזוי? לאָמיר דאָס ערקלעהרען.

מיר האָבען שוין פריהער אָנגעוויזען, אז דער ווילדער מענש

האָט געצעהלט ביז פינף אדער צעהן. דער מענש האָט צוויי הענט, אויף יעדער האנט צו פינף פינגער. ביים צעהלען באנוצט זיך דער ווילדער מיט זיינע פינגער: ער בויגט איין איין פינגער, א צוויי־טען, א דריטען א. ז. וו. און וויפיעל ער האָט איינגעבויגען, איז די צאָהל, וואָס ער האָט באקומען. מעהר ווי צעהן פינגער האָט ער ניט. האָט ער מעהר ווי צעהן ניט געקענט צעהלען, און אַלע צאָהלען איבער צעהן, פלעגט ער אָנדרייטען מיט'ן וואָרט „פיעלע." און מעהר ווי צעהן באזונדערע ווערטער אויף אָנצורופען צאָהלען, האָט ער גאָר אייגענטליך ניט געדארפט.

זיין לעבען איז געווען אָרים, און די זאכען, וואָס איהם פלעגט אויסקומען צו צעהלען, זיינען געווען אין דעם ערך פון עטליכע, וואס מען קען אויסדריקען מיט די ווערטער פון איינס ביז צעהן. און טאָמער פלעגט זיך ווען עס איז מאכען, אז ער פלעגט זיך יע אָנשטויסען אויף מעהר, ווי צעהן זאכען מיט אמאָל, פלעגט ער גע־ברויכען דאָס וואָרט „פיעלע." דאָס וואָרט „פיעלע" האָט געקענט באדייטען מיט איינעם מעהר פון צעהן, מיט דריי, זיעבען מעהר פון צעהן, און אויך מיט צוואנציג, הונדערט, דריי הונדערט מעהר פון צעהן.

מיט דער צייט אבער, ווען זיין לעבען איז געווארען רייכער, און איהם איז שוין אָפטער אויסגעקומען אָנצושטויסען זיך אָן מעהר פון צעהן זאכען מיט אמאָל, האָט דער מענש שוין געפונען א מיטעל מיט די זעלבע צוויי הענט און צעהן פינגער איבערצוצעהלען אויך די „פיעלע". טאָמער איז איהם אויסגעקומען אָנצושטויסען זיך אָן עלף זאכען, האָט ער דאָס אָנגעדייטעט מיט א מאך פוןביידע הענט און מיט'ן פארבויגען נאָכהער איין פינגער; אויב ער האָט זיך אָנגעשטויסען אָן פערצעהן זאכען, האָט ער נאָר גע־דארפט א מאך טאָן מיט ביידע הענט און נאָכהער פארבויגען פיער פינגער; דרייסיג זאכען האָט ער געקאָנט אָנדרייטען מיט דריי מאָל א מאך טאָן מיט ביידע הענט, א. ז. וו.

און פונקט ווי ער האָט זיך אָן עצה געגעבען מיט די זעלבע צעהן פינגער איבערצוצעהלען מעהר ווי צעהן זאכען, אזוי האָט ער זיך אָן עצה געגעבען מיט די זעלבע צעהן ווערטער, וועלכע ער האָט שוין געהאט, אויסצודריקען צאָהלען, וואָס זיינען גרעסער פון צעהן.

און דעריבער זעהען מיר, אז אין אלע שפראכען פון דער

וועלט ווערען פארשיעדענע צאָהלען אויסגעדריקט כמעט דורכ־
אויס מיט דער הילפע פון די צעהן ווערטער, וואָס באַצייכענען
די ערשטע צעהן צאָהלען. פופצעהן, צ. ב. ש. (ריכטיג וואָלט מען
נעדארפט זאָגען פינף־צעהן) באשטעהט פון די ווערטער פינף און
צעהן; אין העברעאיש — חמשה עשר, וואָס באשטעהט פון חמשה
(פינף) און עשר (צעהן); אין ענגליש פיפטין, וואָס באשטעהט פון
פייוו (פינף) און טען (צעהן), א. ז. וו. צוואנציג איז פארקירצט
פון צוויי צעהנדליג (צוויי מאָל צעהן); אין העברעאיש —
עשרים, וואָס באדייטעט צוויי מאָל צעהן; אין ענגליש —
טווענטי, וואָס באשטעהט פון די פארקירצטע ווערטער, וועלכע
באדייטען צוויי מאָל צעהן.

אויף אַנצודייטען אַלערליי צאָהלען, ביז ניין און ניינציג נע־
ברויכען מיר דארום בלויז צעהן ווערטער. הונדערט איז אַן
עלפטער וואָרט, טויזענד איז א צוועלפטער, א מיליאָן איז א דריי־
צעהנטער, א ביליאָן א פערצעהנטער, טריליאָן א פופצעהנטער.
אָבער ווען און ווען קומט גאָר אויס צו צעהלען אזעלכע ריעזי־
גע צאָהלען? קומט אַלזאָ אויס, אז מיט אונגעפעהר א פופצעהן
ווערטער דריקען מיר אויס אזעלכע צאָהלען, וואָס מען קען זיך גאָר
פאָרשטעלען.

גענוי, ווי מען באגעהט זיך מיט א קלײנער צאָהל ווערטער
אויף אויסצודריקען אַלערליי צאָהלען, וועלען מיר שפּעטער ער־
קלעהרען.

ציפערען.

דער ווילדער מענש האָט גאָר נעקענט רעדען זיין שפּראַך,
ניט שרייבען. אָבער אויף א געוויסער שטופע פון זיין ענטוויקלונג
האָט דער מענש אויסגעארבייט באַשטימטע צייכענס, אַן
אלף בית פון בוכשטאבען פאר יעדען קלאנג פון זיין שפּראַך:
א ספּעציעלען בוכשטאב פאר'ן קלאנג „א", „א", פאר'ן קלאנג
„בבב", פאר'ן קלאנג „גגג", „דדד" א. ז. וו. און מיט דער הילפע
פון דיעזע בוכשטאבען קען ער איבערגעבען פארשיעדענע ווערטער
ענטוועדער אויסקריצענדיג די בוכשטאבען אין א שטיין, אָדער
שרייבענדיג זיי אויף פּאַפּיער.

און פונקט ווי ער האָט אויסגעארבייט צייכענס פאר די פאר־
שיעדענע קלאנגען, פון וועלכע עס איז צוזאמענגעשטעלט דער

אַרער יענער וואָרט פון זיין שפּראַך, אַזוי האָט זיך דער מענש אויס־געלערענט דורך ספּעציעלע צייכענס צו שרייבען פאַרשיעדענע צאָהלען.

די צייכענס, דורך וועלכע מען שרייבט צאָהלען, רופען זיך ציפערען.

מיר האָבען געזעהן, אז אויף אויסצודריקען אַלערליי צאָהלען באַנוצט מען זיך מיט אַרום פופצעהן באַזונדערע ווער־טער. עהנליכעס קען מען זאָגען אויך וועגען שרייבען צאָהלען: אויף צו שרייבען אַלערליי צאָהלען באַנוצט מען זיך בלויז מיט עטליכע ציפערען. דער אונטערשיעד איז נאָר דער, וואָס ווען־רענד אויף אויסצודריקען צאָהלען דאַרף מען האָבען אַ ווייניגס־טען פופצעהן באַזונדערע ווערטער, דאַרף מען אויף צו שרייבען צאָהלען נאָך ווייניגער ציפערען.

די רוימער, צ. ב. ש., האָבען מיט דער הילפע פון זיבען ציפערען געקענט שרייבען אַלע צאָהלען ביז אַ מיליאָן. די אַראַבער האָ־בען אויסגעאַרבייט אַ סיסטעם פון צעהן ציפערען. די אַראַבישע ציפערען, אַזוי גוט ווי די אַראַבישע סיסטעם צו באַנוצען זיך מיט זיי, זיינען איבערגענומען געוואָרען פון די אייראָפּעאישע פעל־קער און זיינען יעצט אָנגענומען פון דער גאַנצער ציוויליזירטער וועלט.

די ציפערען זיינען ווי פאָלגט:

פאַר	דער	צאָהל	איינס	איז	די ציפער	1
"	"	"	צוויי	"	"	2
"	"	"	דריי	"	"	3
"	"	"	פיער	"	"	4
"	"	"	פינף	"	"	5
"	"	"	זעקס	"	"	6
"	"	"	זיעבען	"	"	7
"	"	"	אַכט	"	"	8
"	"	"	ניין	"	"	9

אויסער דעם, איז דאָ אַ ציפער 0 (נול, זירא), וועלכע האָט ניט קיין אייגענע באַדייטונג, ווען זי שטעהט אַליין, אָהן אַ איר־גענד וועלכער אַנדער ציפער. זי האָט אָבער אַ באַדייטונג, ווען זי שטעהט צו רעכטס פון אַן אַנדער ציפער.

צוזאמען, אלזאָ, האָבען מיר צעהן ציפערען. און מיט דער הילף פון די צעהן ציפערען זיינען מיר אימשטאנדע צו שרייבען די גרעסטע צאָהלען, וואָס מיר קענען זיך נאָר פאָרשטעלען.

גרופּירונג פון זאַכען ביים צעהלען.

ווי אזוי באַגעהט מען זיך מיט בלויז עטליכע ווערטער אויף אויסצודריקען צאָהלען און מיט נאָך וועניגער ציפערען אויף צו שרייבען צאָהלען?

דער שכל פון דעם איז אַ פּראָסטער.

לאָמיר פריהער ברייננען אַ ביישפּיעל, וועלכער וועט פאַר'ן לעזער לייכטער מאַכען צו פאַרשטעהן דעם ענין. שטעלט זיך פאָר, אַז איהר דאַרפט איבערצעהלען אַ גאַנצען בארג מיט שוועבעלעך. אויב איהר וועט צעהלען כסדר איין שוועבעלע נאָך אַ צווייטער א. ז. וו., א. ז. וו., וועט איהר זיך פריהער אָדער שפּעטער געוויס פאַרלירען, איבערהויפּט ווען איהר וועט פאַרקריכען אין די הויכען צאָהלען. און טאָמער וועט איהר וועלען די גאַנצע קופּע שוועבעלעך צוטיילען גענוי אויף צוויי טייל, וועט איהר מוזען פון דאָס נייע איבערצעהלען. און טאָמער וועט אימיצער וועלען זעהן, צי איהר האָט ניט געמאַכט קיין טעות, וועט ער אויך מוזען צעהלען פון דאָס נייע.

טאָ ווי זשע טוט איהר? איהר טיילט איין די גאַנצע מאַסע שוועבעלעך אין פּעקעלעך, צו אַ געוויסער צאָהל שוועבעלעך אין יעדען פּעקעלע. די פּעקעלעך לעגט איהר צוזאמען אין פּעקלעך: אין יעדען פּעקעל אזוי פיעל פּעקעלעך, וויפיעל איינצעלנע שוועבעלעך עס איז דאָ אין יעדען פּעקעלע. די פּעקלעך לעגט איהר צוזאמען אין פּעק, צו אזוי פיעל פּעקלעך אין יעדען, וויפיעל פּעקעלעך עס איז דאָ אין יעדען פּעקעל, א. ז. וו.

ווען איהר האָט דאָס געטאָן, קענט איהר צו יעדער צייט לייכט וויסען, וויפיעל שוועבעלעך איהר האָט: איהר דאַרפט נאָר איבערצעהלען וויפיעל איהר האָט גאָר גרויסע פּעק, וויפיעל פּעקלעך, וויפיעל פּעקעלעך, וויפיעל איינצעלנע.

איינטיילען די גאַנצע מאַסע זאַכען אין גלייכע קליינע גרופּעלעך, די קליינע גרופּעלעך אין גלייכע גרעסערע, די גרעסערע גרופּען אין נאָך גרעסערע א. ז. וו. — דאָס איז דער גרונד שכל פון צעהלען, סיי מינדליך און סיי שריפטליך.

אין וואָס פאַר אַ גרופּקעלעך איינצוטיילען די גאַנצע מאַסע זאַכען, עס הייסט וויפיעל איינצעלנע עס זאָלען זיין אין יעדער גרופקעלע, וויפיעל גרופקעלעך אין דער נעקסטער גרעסערער גרו־פּע א. ז. וו., — דאָס ווענדעט זיך אָן צעהלער גופא. ער קען די שוועבעלעך, צ. ב. ש., איינטיילען צו 8 איינצעלנע אין יעדען פּעקעלע, צו 8 פּעקעלעך אין אַ פּעקעל, צו 8 פּעקלעך אין אַ גרע־סערען פּעקעל, א. ז. וו. ער קען, ווידער, איינטיילען צו צעהן איינ־צעלנע אין יעדען פּעקעלע, צו צעהן פּעקעלעך אין אַ פּעקעל, צו צעהן פּעקלעך אין אַ גרעסערען פּעקעל, א. ז. וו. ער קען, אויב ער וויל, איינטיילען צו צוועלף איינצעלנע אין אַ פּעקעלע א. ז. וו.

די צעהנער־סיסטעם.

נאָר אנגענומען איז איבעראל צו באַנוצען זיך ביים צעהלען מיט דער צאָהל צעהן. און ווען מיר וואלטען געדאַרפט צעהלען די שוועבעלעך, וואָלטען מיר זיי געוויס איינגעטיילט צו צעהן איינ־צעלנע אין אַ פּעקעלע, צו צעהן פּעקעלעך אין אַ פּעקעל, א. ז. וו.

די צאָהל צעהן איז אַ גרונד־צאָהל. מיט איהר, ווי מיר האָ־בען שוין אָנגעדייטעט, האָט זיך שוין באַנוצט זאָגאַר דער ווילדער צוליעב איהר באַקוועמליכקייט. און אונזער סיסטעם פון צעהלען רופט זיך דאַרום „די צעהנער סיסטעם."

לאָמיר זיך צוריקקעהרען צו אונזער ביישפּיעל מיט די שווע־בעלעך. איהר האָט זיי איינגעטיילט אין פּעקעלעך, צו צעהן איינ־צעלנע אין אַ פּעקעלע; נאָכהער אין פּעקלעך, צו צעהן פּעקעלעך אין אַ פּעקעל; נאָך דעם אין גרעסערע פּעקלעך, צו צעהן פּעקלעך אין איין גרעסערען פּעקעל; נאָכהער אין פּעק, צו צעהן גרעסערע פּעקלעך אין אַ פּאַק; און נאָך דעם אין גרעסערע פּעק, צו צעהן פּעק אין איין גרעסערען, א. ז. וו.

יעדער פּעקעלע איז צעהן מאָל אזוי פיעל, ווי איין איינצעלנע, עס הייסט ער ענטהאלט צעהן איינצעלנע שוועבעלעך; יעדער פּע־קעל איז צעהן מאָל אזוי פיעל, ווי איין פּעקעלע, עס הייסט ער ענט־האלט הונדערט שוועבעלעך; יעדער גרעסערער פּעקעלע ענטהאלט צעהן מאָל אזוי פיעל, עס הייסט טויזענד שוועבעלעך; יעדער פּאַק, צעהן מאָל אזוי פיעל, עס הייסט צעהן טויזענד; יעדער גרעסערער פּאַק — צעהן מאָל אזוי פיעל, עס הייסט הונדערט טויזענד, א. ז. וו.

מיט איין ווארט, יעדער גרעסערער פּעקעל איז צעהן מאָל גרע־

סער, ווי דער קלענערער פעקעל בעפאָר איהם, און צעהן מאָל קלע־
נער ווי דער נאָך גרעסערער נאָך איהם.

לאָמיר זאָגען, אז ווען איהר האָט איינגעטיילט די שוועבע־
לעך אין פעקעלעך, צו צעהן איינצעלנע אין א פעקעלע, זיינען נאָך
ביי אייך געבליבען 6 איינצעלנע. אזוי ווי פון 6 קענט איהר ניט
מאכען קיין פעקעלע פון צעהן, לאָזט איהר זיי אזוי ליעגען. ווייטער
לאָמיר זיך פאָרשטעלען, אז ביים איינטיילען די פעקעלעך אין פעק־
לעך, צו צעהן אין א פעקעל, זיינען געבליבען 3 פעקעלעך. אזוי
ווי פון דריי קענט איהר ניט מאכען קיין פעקעל פון צעהן, טאָ לאָזט
זיי ליעגען אזוי. ביים איינטיילען די פעקלעך, אין נאָך גרעסערע,
זיינען, לאָמיר זאָגען, ביי אייך געבליבען 7 פעקלעך. ביים איינ־
טיילען די גרעסערע פעקלעך אין פעק, זיינען ביי אייך געבליבען
9 גרעסערע פעקלעך, וואס איהר קענט ניט מאכען פון זיי קיין
פאק. אלע פעק, לאָמיר זאָגען, האָט איהר איינגעטיילט אין 5
גרעסערע פעק, און מעהר איז ביי אייך ניט געבליבען.

לאָמיר יעצט צוזאמענצעהלען, וויפיעל שוועבעלעך איהר האָט:
6 איינצעלנע; דריי פעקעלעך צו צעהן אין יעדען, עס הייסט דרייסיג;
7 פעקלעך, צו הונדערט אין יעדען, עס הייסט 7 הונדערט; 9
פעק, צו טויזענד אין יעדען, עס הייסט 9 טויזענד; 5 גרעסערע
פעק, צו צעהן טויזענד אין יעדען, עס הייסט פינף מאָל צעהן טויזענד,
אָדער פופציג טויזענד. וויפיעל זשע איז עס צוזאמען?

6 איינצעלנע, 3 צעהנדליג, 7 הונדערט, ניין און פופציג טוי־
זענד. עס איז אָנגענומען אָנצופאנגען פון דער גרעסטער צאָהל,
און מיר לייענען אזוי: ניין און פופציג טויזענד 7 הונדערט זעקס
און דרייסיג.

ווי פיעל ווערטער האָט איהר דאָ פאר אזא גרויסע צאָהל?
אין סך הכל 7 ווערטער (ניין, פופציג, טויזענד, זיבען, הונדערט,
זעקס, דרייסיג). אויב איהר ווילט זיין פינקטליכער, קענט איהר
זאָגען — אכט ווערטער. ווארים „פופציג" באשטעהט פון צוויי
פארקירצטע ווערטער: „פינף" און „צעהן." דאס זעלבע איז
וועגען „דרייסיג" („דריי" און „צעהן"). די אכט ווערטער זיינען
אלזאָ: ניין, פינף, צעהן, טויזענד, זיבען, הונדערט, זעקס און דריי.

און מיט 7-8 ווערטער האָט איהר זיך דאָ באגנוגענט דער־
פאר, וואס די גרויסע קופע שוועבעלעך האָט איהר איינגעטיילט
אין גרופקעלעך צו צעהן, נאָכהער די גרופקעלעך אין גרופען, צו צעהן

אין א גרופּע; נאָך דעם די גרופּען אין נאָך גרעסערע, אויך צו צעהן, א. ז. וו.

מיט'ן זעלבען מעטאָד באַנוצען מיר זיך, ווען מיר שרייבען צאָהלען. און דארום באַגעהען מיר זיך אין סך הכל מיט א קליינער צאָהל ציפערען אויף צו שרייבען אלערליי צאָהלען.

שרייבען צאָהלען.

אויב די צאָהל, וואָס מיר דארפען שרייבען, איז ניט מעהר ווי ניין, איז גאָר לייכט. וואָרים מיר האָבען דאָך ניין ציפערען, א באַזונדערע ציפער פאַר יעדער פון די ערשטע ניין צאָהלען. אויב, צ. ב. ש., מיר האָבען איבערגעצעהלט דריי זאַכען, שרייבען מיר א 3; אויב פיער זאַכען, שרייבען מיר א 4; אויב פינף זאַכען — א 5, א. ז. וו. אויב ניין זאַכען — א 9.

ווי איז אָבער, אז מיר האָבען איבערגעצעהלט צעהן זאַכען? קיין באַזונדערע ציפער פאַר צעהן האָבען מיר ניט. און מיר דאַר־פען גאָר ניט קיין באַזונדערע ציפער. מיר ווייסען, אז ביים צעהלען גרופּירען מיר איינצעלנע אין גרופּען פון צעהן; די גרופּען פון צעהן — אין גרעסערע גרופּען, אויך צו צעהן אין יעדער, א. ז. וו.

אלזאָ מיר האָבען צעהן זאַכען, עס הייסט 1 גרופּע, 1 צעהנד־ליג. שרייבען מיר אן 1 (ציפער איינס). אבער אום צו ווייזען, אז דער 1 באַדייטעט ניט איין איינצעלנע, נאָר איין צעהנדליג, שטעלען מיר צו רעכטס צו א 0 (נול). און די צאָהל צעהן שרייבען מיר: 10.

מיר האָבען שוין פריהער געזאָגט, אז דער 0 האָט קיין שום באַדייטונג ניט. דער טייטש פון וואָרט נול (פון לאַטייניש׳ען „ני־היל") איז גאָר נישט. אין אונזער צאָהל 10 ווייזט דער 0, אז מיר האָבען ניט קיין איינצעלנע, נאָר איין גאַנצען צעהנדליג. דער 1 באַדייטעט דאָ א צעהנדליג ניט סתם דערפאַר, וואָס ער האָט ביי דער זייט א 0. וואָרים ווען איהר זאָלט שרייבען 01, וועט עס באַדייטען בלויז איין איינצעלנע, און ניט איין צעהנדליג, אָב־וואהל אויך אין דיזען פאַל האָט דער 1 א 0 ביי דער זייט. אין אונזער 10 באַדייטעט דער 1 איין צעהנדליג בלויז דערפאַר, וואָס ער שטעהט אויפ'ן צווייטען פּלאַץ (פון רעכטס).

1-טער כלל:

איינצעלנע שרייבט מען אויפ'ן ערשטען פּלאַץ, צעהנדליגע אויפ'ן צווייטען פּלאַץ.

לאָמיר זאָגען, איהר ווילט שרייבען די צאָהל עלף. אין דיזער צאָהל האָט איהר שוין א חוץ איין צעהנדליג, אויך איין איינצעלנע. שרייבט איהר שוין אויפ'ן ערשטען פּלאַץ (פון רעכטס) א 1, וואס באדייטעט איין איינצעלנע, און אויפ'ן צווייטען פּלאַץ אויך אן 1, וואס באדייטעט איין צעהנדליג. אייער צאָהל אלזא איז 11. איהר האָט אויפגעשריעבען צוויי איינס'ען. אָבער דער ערשטער (פון רעכטס) באדייטעט אן איינצעלנע, דער צווייטער — א צעהנדליג.

די צאָהל צוועלף ענטהאלט 2 איינצעלנע און איין צעהנדליג. שרייבט איהר אויפ'ן ערשטען פּלאַץ א 2 און אויפ'ן צווייטען א 1. אייער צאָהל איז 12. די צאָהל דרייצעהן שרייבט איהר 13.

איבונגען.

שרייבט אליין די פאָלגענדע צאָהלען:*)

1) פערצעהן, זעכצעהן, זיעבצעהן, אַכטצעהן און נײנצעהן.

די צאָהל צוואנציג ענטהאלט ניט קיין איין איינצעלנע, נאָר צוויי צעהנדליג. אויפ'ן ערשטען פּלאַץ, וועלכער איז דער פּלאַץ פון די איינצעלנע, שרייבט איהר א 0, וואס באדייטעט, אז איהר האָט ניט קיין איינצעלנע; און אויפ'ן צווייטען — א 2, וואָס באדייטעט צוויי צעהנדליגע. אייער צאָהל איז 20.

די צאָהל זעקס און צוואנציג באשטעהט פון 6 איינצעלנע און פון צוויי צעהנדליגע. שרייבט איהר דארום 26.

די צאָהל דרייסיג, וועלכע באשטעהט בלויז פון דריי צעהנדליגע, שרייבט איהר 30.

איבונגען.

שרייבט די צאָהלען:

2) פערציג, דריי און פערציג, פיער און דרייסיג, פופציג, צוויי און פופפציג, פינף און צוואַנציג, זעכציג, זיבעציג, אַכט און זיבעציג, זיעבען און אַכציג, פינף און נײנציג, נײן און פופציג.

---

*) זעהט דעם „שליסעל צו די איבונגען" סוף בוך.

לייענט די צאָהלען:

3) 37; 73; 80; 08; 90; 09; 68; 86; 49; 94.

באמערקונג: אין 90 שטעהט דער 9 אויפ'ן צווייטען פּלאַץ, איז די צאָהל 90; אין 09 איז דער 9 אויפ'ן ערשטען פּלאַץ, איז די צאָהל בלויז 9, ווארים דער 0 באדייטעט דאָך גאָר נישט.

ווי מיר ווייסען, באגנוגען מיר זיך מיט צעהן ווערטער אויף אויסצודריקען די ערשטע 99 צאָהלען. פאר די נעקסטע צאָהל ברויכען מיר שוין א נייעם ווארט, אן עלפטען ווארט, דעם ווארט „הונדערט."

פאר שרייבען אבער די צאָהל „הונדערט" ברויכען מיר ניט קיין עקסטרא ציפער.

ווי וועט איהר שרייבען די צאָהל הונדערט? מיר ווייסען, אז ביים צעהלען גרופּירען מיר איינצעלנע אין גרופּען פון צעהן; גרופּען פון צעהן אין גרעסערע גרופּען, צו 10 קלענערע אין יעדער גרעסערער גרופּע א. ז. וו.

אלזא מיר האָבען הונדערט, א גרופּע פון צעהן קלענערע גרופּען, — איין גרופּע. שרייבען מיר א 1 (ציפער איינס). און אום צו ווייזען, אז דער 1 באדייטעט ניט אן איינצעלנע און ניט א צעהנדליג, שרייבען מיר אויפ'ן ערשטען פּלאַץ א 0, און אויפ'ן צווייטען פּלאַץ א 0. הונדערט, אלזא, שרייבען מיר 100. דער 1 שטעהט שוין דאָ אויפ'ן דריטען פּלאַץ, באדייטעט ער שוין א הונדערט. פון דעם איז צו זעהן, אז

2-טער כלל:

הונדערטע שטעלט מען אויפ'ן דריטען פּלאַץ. אדער מיט אַנדערע ווערטער, א ציפער וואָס שטעהט אויפ'ן דריטען פּלאַץ (פון רעכטס) באדייטעט הונדערטע.

איבונגען.

שרייבט די צאָהלען:

4) צוויי הונדערט, דריי הונדערט, פיער הונדערט, פינף הונדערט, זעקס הונדערט, זיעבען הונדערט, אכט הונדערט, ניין הונדערט.

איהר ווילט שרייבען די צאָהל הונדערט און איינס. די צאָהל באשטעהט פון 1 הונדערט און פון 1 איינצעלנע; קיין

צעהנדליגע האָט זי ניט. מאָ שרייבט א איינס אויפ'ן דריטען פלאַץ (פון רעכטס), וואָס וועט באַדייטען איין הונדערט; אויפ'ן צווייטען פלאַץ (פון רעכטס) א 0, וואָס וועט באַדייטען, אז קיין צעהנדליגע איז ניטאָ; און א 1 אויפ'ן ערשטען פלאַץ, — דיעזע 1 וועט באַדייטען איין איינצעלנע. די צאָהל וועט זיין 101.

די צאָהל הונדערט און צעהן, באַשטעהט פון 1 הונדערט, 1 צעהנדליגג, און קיין איינצעלנע האָט זי ניט. מאָ שרייבט 1 אויפ'ן דריטען פלאַץ (איין הונדערט), א 1 אויפ'ן צווייטען פלאַץ, און א 0 אויפ'ן ערשטען פלאַץ (ניטאָ קיין איינצעלנע). די צאָהל איז 110.

די צאָהל הונדערט פינף און צוואַנציג באַשטעהט פון 1 הונ־דערט, 2 צעהנדליג און 5 איינצעלנע. שרייבט זי זיך: 125.

די צאָהל צוויי הונדערט האָט נאָר 2 הונדערטע, אָבער ניט קיין צעהנדליגע און ניט קיין איינצעלנע. מאָ שרייבט אויפ'ן פלאַץ פון די הונדערטע א 2, אויפ'ן פלאַץ פון די צעהנדליגע א 0 און אויפ'ן פלאַץ פון די איינצעלנע א 0. די צאָהל שרייבט זיך: 200.

פאַרגלייכט די צאָהלען 300; 003; און 030; די צאָהל 300 האָט א 3 אויפ'ן דריטען פלאַץ (אויפ'ן פלאַץ פון די הונדערטע); און אויף די פלעצער פון צעהנדליגע און איינצעלנע האָט זי נו־לען, וואָס באַדייטעט, אז זי האָט ניט קיינע צעהנדליגע און איינ־צעלנע. און די צאָהל לייענט זיך: „דריי הונדערט.״

פונקט ווי די צאָהל 300, באַשטעהט אויך די צאָהל 003 פון א דריי (3) און צוויי נולען (00). אָבער, ווי מיר ווייסען שוין, האָט א נול א באַדייטונג נאָר דאַן, ווען צו לינקס פון איהם שטעהט א ציפער. אזוי ווי אין דער צאָהל 003 איז צו לינקס פון די נולען קיינע ציפער ניטאָ, האָבען זיי גאָר קיין באַדייטונג ניט. און די צאָהל 003 איז די זעלבע, ווי פראָסט 3, אָהן די צוויי נו־לען. די צאָהל, הייסט עס, איז 3 (דריי).

אויך די צאָהל 030 באַשטעהט פון א 3 און צוויי נולען. דער נול פון דער רעכטער זייט האָט א באַדייטונג, ווייל צו לינקס פון איהם שטעהט א ציפער (3). דער לינקער 0 אבער האָט קיין באַ־דייטונג ניט. און די צאָהל 030 וועט זיין די זעלבע, ווען מיר ווע־לען אראָפּוואַרפען דעם לינקען 0, און עס וועט בלייבען 30. די צאָהל אלזאָ איז דרייסיג.

פארגלייכט נאָך אמאָל די צאָהלען: 003, 030 און 300. אין דער ערשטער צאָהל (003) שטעהט די ציפער 3 אויפ'ן ערש־טען פלאץ (פון רעכטס). באדייטעט זי 3 איינצעלנע, און די צאָהל איז 3; אין דער צווייטער צאָהל שטעהט די זעלבע ציפער 3 שוין אויפ'ן צווייטען פלאץ, באדייטעט זי שוין ניט קיין איינצעלנע, נאָר צעהנדליגע, דאָס הייסט 10 מאָל אזוי פיעל, ווי אין דער פריהערדיגער צאָהל. אין דער דריטער צאָהל שטעהט שוין די זעלבע 3 אויפ'ן דריטען פלאץ. באדייטעט זי שוין 3 הונדערטע, עס הייסט 10 מאָל אזוי פיעל, ווי אין דער פריהערדיגער צאָהל.

3־טער כלל:

אויב איהר רוקט א ציפער אריבער, פון רעכטס צו לינקס, אויף איין פלאץ, באדייטעט זי 10 מאָל אזוי פיעל, ווי פריהער; און פאר־קעהרט: אויב איהר רוקט אַ ציפער איבער, פון לינקס צו רעכטס, אויף איין פלאץ, באדייטעט זי שוין 10 מאָל וועניגער ווי פריהער.

די צאָהל צוויי הונדערט צוויי און צוואַנציג באשטעהט פון 2 הונדערטע, 2 צעהנדליגע און 2 איינצעלנע. שרייבט זי זיך: 222.

דאכט זיך, דיזעלבע ציפערן. אָבער די ערשטע (פון רעכטס) 2 באדייטעט בלויז 2 איינצעלנע; די צווייטע — שוין צעהנד־ליגע, עס הייסט 10 מאָל אזוי פיעל, ווי די ערשטע; און די דרי־טע — שוין הונדערטע, עס הייסט 10 מאָל אזוי פיעל, ווי די צווייטע.

די צאָהל דריי הונדערט זעקס און פערציג באשטעהט פון 3 הונדערטע, 4 צעהנדליגע (פערציג) און 6 איינצעלנע. שרייבט מען איהר: 346.

איבונגען.

שרייבט די צאָהלען:

5) דריי הונדערט פופצעהן; דריי הונדערט דריי און דרייסיג; דריי הונדערט דריי; דריי הונדערט דרייסיג; פיער הונדערט פיער און פופציג; פינף הונדערט דריי און זעכציג; זעקס הונדערט פינף און זיעבציג; זיעבען הונדערט און ניין; זיעבען הונדערט און ניינציג; אכט הונדערט ניין און צוואַנציג; ניין הונדערט צוויי און אכציג; ניין הונדערט ניין און ניינציג.

לייענט די צאָהלען:

6) 117; 171; 109; 190; 222; 304; 440; 536;
687; 759; 835; 900; 090; 009; 909; 990; 999.

7) פארגלייכט די באדייטונג פון די ציפערען 5 אין די צאָהלען 5, 50 און 500.

8) פאַרגלייכט די באַדייטונג פון די 5'ען אין דער צאָהל 505.

צאָהלען איבער הונדערט.

ווי שרייבט מען איין טויזענד? מיר זאָגען „איין טויזענד". הייסט דאָך דאָס, אז אַן 1 מוזען מיר דאָך געווים ערגעץ וואו שטעלען. ווען דער 1 זאָל שטעהן אויפ'ן ערשטען פּלאַץ (פון רעכטס), וועט ער באדייטען ניט איין טויזענד, נאָר איין איינ־צעלנע; ווען ער זאָל שטעהן אויפ'ן צווייטען פּלאַץ (פון רעכטס), וועט ער באדייטען איין צעהנדליג, אָבער ניט איין טויזענד; ווען דער 1 זאָל שטעהן אויפ'ן דריטען פּלאַץ (פון רעכטס), וועט ער באדייטען בלויז איין הונדערט. אזוי ווי איין טויזענד איז 10 מאָל אזוי פיעל, ווי איין הונדערט, מוזען מיר דעם 1 שטעלען מיט א פּלאַץ ווייטער פון די הונדערטע, עס הייסט אויפ'ן פערטען פּלאַץ.

4־טער כלל:

טויזענדע שרייבט מען אויפ'ן 4טען פּלאַץ.

שרייבען מיר די צאָהל אזוי: מיר שטעלען אוועק אַן 1. און אום צו ווייזען, אז דאָס איז א טויזענד, שטעלען מיר פון רעכטס צו דריי נולען. איין טויזענד שרייבט זיך: 1000.

עס פארשטעהט זיך, אז ווען מיר ווילען שרייבען צעהן טוי־זענד, דארף מען דעם 1 א רוק טאָן צו לינקס מיט א פּלאַץ ווייטער. דאָס הייסט, מען דארף צו רעכטס צושטעלען נאָך א 0. צעהן טויזענד שרייבט זיך: 10000, א 1 מיט פיער נולען. הונ־דערט טויזענד שרייבט מען שוין אַן 1 מיט פינף נולען. איין מיליאָן — אַן 1 מיט זעקס נולען, א. ז. וו.

5־טער כלל:

צעהנדליגע טויזענדע שרייבט מען אויפ'ן פינפטען פּלאַץ, הונדער־טע טויזענדע, אויפ'ן זעקסטען, מיליאָנען אויפ'ן זיעבעטען, א. ז. וו.

ווי שרייבט מען צוויי טויזענד און דריי?

די צאָהל צוויי טויזענד און דריי ענטהאלט 2 טויזענדע, קיי־

נע הונדערטע, קיינע צעהנדליגע און 3 איינצעלנע. שרייבען מיר א 2; צו רעכטס פון איהר, עס הייסט, אויפ'ן פלאץ פון די הונדערטע, שטעלען מיר א 0; אויך שטעלען מיר א נול אויפ'ן פלאץ פון די צעהנדליגע; און גאר אויפ'ן ערשטען פלאץ (פון רעכטס) שטעלען מיר א 3. די צאהל איז: 2003.

מיר האבען אנגעפאנגען פון 2 און געשריעבען פון לינקס צו רעכטס צוויי נולען און א דריי. מיר האבען געשריעבען אלזא ניט פון רעכטס צו לינקס, ווי מען שרייבט אין אידיש, נאר פון לינקס צו רעכטס. עס איז שוין אנגענומען אין דער גאנצען וועלט, זאגאר ביי אידען, אז צאהלען לייענט מען און מען שרייבט פון לינקס צו רעכטס.

די צאהל צוויי טויזענד און דרייסיג ענטהאלט 2 טויזענדע, שרייבען מיר א 2 אויפ'ן פלאץ פון די טויזענדע; קיינע הונדערטע, שרייבען מיר א 0 אויפ'ן פלאץ פון די הונדערטע; 3 צעהנדליגע, שרייבען מיר א 3 אויפ'ן פלאץ פון צעהנדליגע; קיינע איינצעלנע, שרייבען מיר א 0 אויפ'ן פלאץ פון איינצעלנע. און די צאהל איז: 2030.

די צאהל צוויי טויזענד דריי הונדערט באשטעהט פון 2 טויזענדע, 3 הונדערטע און פון קיינע צעהנדליגע און איינצעלנע. שרייבט מען איהר: 2300.

די צאהל צוויי טויזענד זעכצעהן באשטעהט פון 2 טויזענדע, קיינע הונדערטע, איין צעהנדליג און 6 איינצעלנע. שרייבט מען איהר: 2016.

איבונגען.

9) שרייבט די צאהלען: דריי טויזענד צוויי הונדערט זעכציג; דריי טויזענד צוויי הונדערט און זעקס; דריי טויזענד זעקס און צוואנציג; פיער טויזענד הונדערט צוויי און דרייסיג; פיער טויזענד דריי הונדערט צוועלף; פיער טויזענד צוויי הונדערט דרייצעהן; פינף טויזענד זיעבען הונדערט פינף און צוואנציג; זעקס טויזענד פיער הונדערט זיעבען און דרייסיג; זיעבען טויזענד ניין הונדערט איין און זעכציג; ניין טויזענד ניין הונדערט ניין און נייננציג.

לייענט די צאהלען:

10) 1300; 1030; 1003; 2405; 2045; 2450; 3142; 4635; 5861; 6529; 7315; 8657; 9738; 9999.

קלאַסען פון א צאָהל.

איהר האָט, צ. ב. ש., א צאָהל 4325. איהר לייענט איהר: „4 טויזענד 325“. די 4 לייענט איהר באזונדער, און די 325 באַזונדער.

אין אלגעמיין איז מען זיך נוהג ביים שרייבען א צאָהל, וואָס ענטהאלט אויך טויזענדע, ווי פאָלגט:

6־טער כלל:

אָפּצוזונדערן, אָפּצוטיילען די ציפער, וואס באדייטען טויזענדע, פון די איבעריגע ציפערען מיט א קאָמאָ (,), אין רוסיש — זאַפּיאַטאַיאַ. און אונזער צאָהל שרייבען מיר ווי פאָלגט: 4,325.

די צאָהל 7 טויזענד 261 שרייבען מיר 7,261; די צאָהל 5 טויזענד 36 שרייבען מיר: 5,036.

צעהן טויזענד איז א גרופּע פון 10 טויזענדע. שטעלען מיר א 1. און אום צו ווייזען, אז דאָס באדייטעט א צעהנדליג (טויזענדע), שטעלען מיר צו רעכטס א 0. האָבען מיר 10. און אום צו ווייזען, אז דאָס זיינען טויזענדע, שטעלען מיר א קאָמאָ און נאָכהער דריי נולען, וועלכע ווייזען, אז אין דער צאָהל זיינען ניטאָ קיין געוועהנליכע איינצעלנע, צעהנדליגע און הונדערטע.

מיר שרייבען אלזא 10,000, עס הייסט אן 1 מיט 4 נולען.

אויף אן עהנליכען אופן וועלען מיר אויסגעפינען, אז הונדערט טויזענד שרייבט מען 100,000.

לאָמיר זאָגען, איהר דאַרפט שרייבען די צאָהל צוועלף טויזענד דריי הונדערט פערצעהן. לאָמיר פריהער אָנשרייבען די צאָהל טויזענדע (12), נאָכהער א קאמאָ; נאָך דער קאמא די 314. די צאָהל איז 12,314.

מיר ווילען אָנשרייבען צוויי הונדערט איין פערציג טויזענד דריי הונדערט זעקס און פופציג. שרייבען מיר פריהער אָן די טויזענדע (241), נאָכהער א קאמא (פון רעכטס), און נאָך דער קאַמא די 356. די צאָהל איז 241,356.

לאָמיר באטראַכטען דיעזע צאָהל. די ערשטע ציפער (פון רעכטס) באדייטעט איינצעלנע, די צווייטע — צעהנדליגע, די דריטע הונדערטע; די פערטע באדייטעט איין איינצעלנע, אבער נימ

געוועהנליכע איינצעלנע, נאָר איינצעלנע טויזענדע; די פינפטע — צעהנדליגע טויזענדע; די 6טע — הונדערטע טויזענדע.

ווי איהר זעהט, אלזא, לייענענדיג א צאָהל פון רעכטס, האָבען מיר: איינצעלנע, צעהנדליגע, הונדערטע, ווידער איינצעלנע, צעהנדליגע, הונדערטע.

די ערשטע (פון רעכטס) דריי ציפער באדייטען געוועהנליכע (איינצעלנע, צעהנדליגע און הונדערטע); די צווייטע דריי ציפער — טויזענדע (איינצעלנע, צעהנדליגע און הונדערטע). די ערשטע דריי ציפער רופען זיך — קלאַס פון געוועהנליכע; די צווייטע דריי ציפער — קלאַס פון טויזענדע.

אין דער צאָהל 75,890 איז 890 דער קלאַס פון געוועהנליכע, און 75 דער קלאַס פון טויזענדע; אין דער צאָהל 8,345 איז 345 דער קלאַס פון געוועהנליכע, און 8 דער קלאַס פון טויזענדע.

ווי איהר זעהט, אלזא, קען דער צווייטער קלאַס באשטעהן פון וועניגער, ווי פון דריי ציפערען. צום קלאַס טויזענדע באַלאַנגען די ציפערען (איינע, אדער צוויי אדער דריי) נאָכ'ן קלאַס פון געוועהנליכע.

7-טער כלל:

וועז מיר דארפען אָנשרייבען א צאָהל, שרייבען מיר דעם קלאַס טויזענדע; נאָכהער שטעלען מיר צו רעכטס א קאמא, און נאָך דער קאמא שרייבען מיר דעם קלאַס איינצעלנע.

איבונגען.

11) שרייבט די פאָלגענדע צאָהלען: צוויי און זיעבעציג טויזענד פינף הונדערט אַכט און נייגציג; דריי און אכציג טויזענד; אכציג טויזענד דריי הונדערט; אכציג טויזענד און דריי; אכציג טויזענד דרייסיג; ניין און נייגציג טויזענד ניין הונדערט איין און נייגציג; הונדערט פופציג טויזענד הונדערט פופציג; צוויי הונדערט טויזענד צוואנציג; פיער הונדערט טויזענד; פינף הונדערט זיעבען און זעכציג טויזענד צוויי הונדערט דריי און פערציג; אַכט הונדערט אכט טויזענד אכציג; ניין הונדערט נייגציג טויזענד ניין הונדערט נייגציג.

12) ווי ענדערט זיך די באדייטונג פון דעם ציפער 7 אין די צאָהלען 7; 70; 700; 7000; 70,000?

13) פאַרגלייכט די באדייטונג פון די 7'ענס אין דער צאָהל 70707.

א מיליאן איז די נעקסטע העכסטע גרופע נאָך 100,000. און ווי עס איז לייכט צו פארשטעהן, שרייבט ער זיך 1,000,000, — 1 מיט 6 נולען. פונקט ווי טויזענדע, אזוי שרייבען מיר און צעהלען אויך מיליאָנען אין איינצעלנע, צעהנדליגע און הונדערטע. די מיליאָנען (איינצעלנע, צעהנדליגע און הונדערטע) באלאַגען שוין צום דריטען קלאַס.

מיר ווילען, צ. ב. ש., שרייבען פיער און זיעבציג מיליאָן. שרייבען מיר 74, נאָכהער א קאמא. און אום צו ווייזען, אז קיין טויזענדע און קיין געוועהנליכע זיינען ניטאָ, פילען מיר די ערשטע צוויי קלאַסען אוים מיט נולען. די צאָהל וועט זיין: 74,000,000.

מיר ווילען אָנשרייבען דריי הונדערט זעקס מיליאָן פופציג טויזענד אכט. שרייבען מיר פריהער אָן דעם קלאַס מיליאן (306), נאָכהער א קאמא; אין קלאַס טויזענדע האָבען מיר ניט קיין הונדערטע, שטעלען מיר א 0 און נאָכהער די טויזענדע, וואָס מיר האָבען (50); אין קלאַס געוועהנליכע זיינען ניטאָ ניט קיין הונדערטע און ניט קיין צעהנדליגע, שטעלען מיר צוויי נולען און נאָכהער די געוועהנליכע, וואס מיר האָבען (8). די צאָהל איז: 306,050,008.

8־טער כלל:

מיליאָנען באלאַנגען צום דריטען קלאַס; דער פערטער קלאַס איז דער קלאַס ביליאָנען, דער פינפטער — קלאַס טריליאָנען. אויך אין יעדען פון דיעזע קלאַסען האָבען מיר איינצעלנע, צעהנדליגע און הונדערטע.

לייענען א צאָהל.

ווי איבערצולייענען א צאָהל? אויב איהר האָט נאָר קלאָהר באגריפען, וואס מיר האָבען געזאָגט וועגען קלאַסען, וועט אייך זיין זעהר לייכט איבערצולייענען יעדע צאָהל, ווי לאַנג זי זאָל ניט זיין.

לאָמיר בכיון נעהמען א לאַנגע צאָהל אום איינצואיבען זיך אין לייענען צאָהלען. די צאָהל איז, צ. ב. ש., 513045907826.

לאָמיר איינטיילען איהר אין קלאַסען (פון רעכטס צו לינקס) און אָפּטיילען יעדען קלאַס מיט אַ קאָמאַ:

טריליאָנען	ביליאָנען			מיליאָנען			טויזענדע			געוועהנליכע		
5	,1	3	0	,4	5	9	,0	7	8	,4	2	6
איינצעלנע	הונדערטע	צעהנדליגע	איינצעלנע	הונדערטע	צעהנדליגע	איינצעלנע	הונדערטע	צעהנדליגע	איינצעלנע	הונדערטע	צעהנדליגע	איינצעלנע

און מיר פאַנגען אָן צו לייענען פון העכסטען קלאַס (פון לינקס, הייסט עס). יעדען קלאַס לייענען מיר באַזונדער: איינצעלנע, צעהנדליגע, הונדערטע און נאָכהער רופען מיר אָן דעם קלאַס.

אלזאָ מיר פאַנגען אָן מיט'ן העכסטען קלאַס. אין העכסטען קלאַס זיינען דאָ נאָר איינצעלנע. לייענען מיר איבער: „5" און לעגען צו דעם נאָמען פון קלאַס („טריליאָנען"). נאָכהער לייענען מיר דעם נעקסטען קלאַס: „130" (הונדערט דרייסיג) און לעגען צו דעם נאָמען פון דעם קלאַס (ביליאָנען); נאָכהער לייענען מיר דעם נעקסטען קלאַס, א. ז. וו.

אַט ווי מיר לייענען אויפ'ן קול:

„פינף טריליאָנען, הונדערט דרייסיג ביליאָנען, פיער הונדערט ניין און פופציג מיליאָנען, אכט און זיעבציג טויזענד, פיער הונ־דערט זעקס און צוואַנציג."

9-טער כלל:

אום איבערצולייענען אַ צאָהל, טיילען מיר איהר פריהער איין אין קלאַסען, אָנפאַנגענדיג פון רעכטס, צו דריי ציפערען אין אַ קלאַס; אין לעצטען קלאַס מעגען זיין צוויי אָדער נאָר איין ציפער. לייענען פאַנ־גען מיר אָן פון העכסטען קלאַס, פון לינקס.

איבונגען.

14) טיילט איין די צאָהלען אין קלאַסען און לייענט:

30004 ; 34000 ; 30400 ; 30040 ; 56980 ; 87965 ; 99999 ; 140140 ; 104104 ; 140410 ; 305648 ; 350648 ; 356048 ; 456408 ; 567480 ; 600000 ; 893791 ; 900009 ; 900900 ; 7930845 ; 25000000 ; 20005000 ; 20000 050 ; 30708050 ; 400000015 ; 596000070.

שרייבט די צאָהלען, וואס ווערען אָנגעגעבען אין די פאָל־ גענדע מיטטיילונגען:

15) אַ געוויסען יאהר האָט ניו יארק געהאַט פיער מיליאָן זיעבען הונדערט זעקס און זעכציג טויזענד אַכט הונדערט דריי און אַכציג איינ־ וואוינער, פון וועלכע איין מיליאָן פיער הונדערט זעכציג טויזענד זיינען געווען אידען.

16) אין 1910 האָט ענגלאנד געהאַט אַ באפעלקערונג פון זעקס און פערר־ ציג מיליאָן ניין און אַכציג טויזענד צוויי הונדערט ניין און פערציג, — און צוזאַמען מיט איהרע קאָלאָניעס — אַ באַפעלקערונג פון פיער הונדערט זיעבען און דרייסיג מיליאָן ניין הונדערט און פערציג טויזענד פיער הונדערט צוויי און דרייסיג מענשען.

17) לייענט אויפ'ן קול: אין די „מינטס" (געלד פעקטאָרים) פון פילאַדעלפיאַ, ניו אָרלינס און סאַן פראַנציסקאָ, האָט מען אַ געוויסען יאָהר פּראָדוצירט 176999132 מטבעות אויף $136340781. (דער צייר־ כען $ באַדייטעט „דאָלאַר", און מען שטעלט איהם צו לינקס פון דער צאָהל): גאָלד־מטבעות אויף $99 065 715, זילבער דאָלארס $24 298 850 און קלענערע זילבערנע מטבעות אויף $12 976 216.

18) מיט עטליכע יאָהר צוריק, איז אויף דער גאַנצער וועלט געווען 550400 מייל אייזענבאַהן: אין נאָרד־אַמעריקא 237600 מייל; אין אייראָפּא 179500 מייל; אין אַזיען 75400 מייל; אין זיד־אַמעריקא און וועסט־אינדיען 29100 מייל; אין אויסטראַליען 16900 און אין אַפריקאַ 11900. די פאַראייניגטע שטאַאַטען האָבען געהאַט 20800 מייל אייזענבאַהן, 44500 לאָקאָמאָטיווען און 1562900 וואַגאָנען. און אין פאַרלויף פון אַ יאָהר האָבען זיי געפיהרט 696950900 פּאַסאַזשירען און 1306628800 טאָן (אַ טאָן איז 2000 פונט) משא.

פון די ציפערען 5, 9, 0, 8, 0, 1 שטעלט צוזאַמען:

19) די מעגליכסט גרעסטע צאָהל; די מעגליכסט קלענסטע.

ב. חיבור.

1) אן ארבייטער האָט איין טאָג געאַרבייט 4 שטונדען איבערטיים, דעם צווייטען טאָג — 3 שטונדען. פאַר וויפיעל שטונדען קומט איהם?

די צאָהל, וואָס מיר זוכען דאָ, איז צוזאַמענגעלעגט פון 4 און פון 3. עס הייסט, די געזוכטע צאָהל שטונדען ענטהאַלט פונקט אַזוי פיעל שטונדען, ווי פיעל 4 און 3 באַטרעפען צוזאַמען.

2) אייער אינגעל איז 6 יאָהר אַלט, און אייער מיידעל איז מיט 2 יאָהר עלטער. ווי אַלט איז אייער מיידעל?

אויך אין דיזען ביישפיעל קומט אויס צו געפינען אַ צאָהל, וואָס איז צוזאַמענגעשטעלט פון איינינע געגעבענע צאָהלען: מיר געפינען די געזוכטע צאָהל דורך צולעגען אַ צאָהל צו אַ צאָהל.

אין דיזע און עהנליכע חשבונות קומט אויס צוזאַמענצולעגען אַ צאָהל מיט אַ צאָהל, אָדער צוצולעגען אַ צאָהל צו אַ צאָהל. אַ חשבון, וואו עס פאָדערט זיך צוזאַמענצולעגען אַ צאָהל מיט אַ צאָהל, צו פאַרגרעסערען איין צאָהל דורך צולעגען צו איהר אַן אַנדער צאָהל, רופט מען **חיבור**.

די ביישפיעלע, וואָס מיר האָבען געבראַכט, זיינען זעהר לייכטע: איהר קענט, נאַטירליך, אויסרעכענען דיזע חשבונות „אין קאָפּ." מיר ווילען אָבער ווייזען, ווי מען מאַכט די חשבונות אויפ'ן פּאַפּיר.

דעם ערשטען חשבון שרייבט מען:

$$7 = 3 + 4$$

דעם צווייטען שרייבט מען:

$$8 = 2 + 6$$

די צאָהלען 4 און 3, וואָס מיר האָבען אין ערשטען חשבון צוזאַמענגעלעגט רופען זיך די צוזאַמענשטעלער (אָדער די צוזאַמענשטעלענדע); די צאָהל 7, וואָס מיר האָבען באַקומען, רופט זיך די סומע; דער צלם'על (+), וואָס שטעהט צווישען די צוזאַ־

מענגשטעלער, רופט זיך „פּליוס״, וואָס באַדייטעט „מיט״, „מעהר״; דער צייכען (=) בעפאָר דער סומע באַדייטעט: „איז גלייך״, „איז״.

דער חיבור לייענט זיך: „פיער מיט דריי איז זיעבען.״

אין צווייטען חיבור־חשבון זיינען 6 און 2 די צוזאַמענשטעלער, און 8 איז די סומע. דער חשבון לייענט זיך: „6 מיט 2 איז 8.״

אין אידיש, וואו עס ווערט געלעזען פון רעכטס צו לינקס, האָט מען אייגענטליך געדאַרפט שרייבען:

$$4 + 3 = 7;\ \text{אויך}\ 6 + 2 = 8.$$

אָבער אריפמעטיק איז ניט קיין אידישע, נאָר אַן אַלוועלטלי־כע וויסענשאַפט. שרייבען מיר און לייענען פון לינקס צו רעכטס, ווי די גאַנצע וועלט טוט.

די חשבונות האָבען מיר געשריבען אין איין שורה פון לינקס צו רעכטס. מען קען זיי אָבער אויך שרייבען פון אויבען אַרונ־טער, ווי פאָלגט:

4	6
+3	+2
7	8

א חיבור קען מען מאַכען אויך פון מעהר, ווי צוויי צאָהלען. אָט צ. ב. ש.:

$$3+2+4=9$$
$$2+5+6=13$$
$$4+1+7=12$$

איהר קענט שרייבען אויך ווי פאָלגט:

3	2	4
+2	+5	+1
4	6	7
9	13	12

ווען די צוזאַמענשטעלער זיינען גרעסערע צאָהלען, איז באַ־קוועמער צו שרייבען פון אויבען אַרונטער.

איבונגען.

רעכענט צוזאמען „אין קאפ" די צאהלען פון יעדען קאלום און שרייבט אונטער יעדען קאלום אונטער די סומע:

20)	21)	22)	23)	24)
2	8	1	5	8
3	5	1	8	2
1	7	7	6	4
2	2	4	4	7
3	5	1	8	2
3	5	2	2	7
+6	+2	+3	+1	+3
1	7	7	6	4
4	2	3	2	2
3	5	1	8	2
3	1	6	1	3
4	4	4	7	4
——	——	——	——	——

רעכענט אויס „אין קאפ" און שרייבט די סומע:

25) $3+3+4+2+8+3+6+2+1+3+2+1=$

26) $7+2+1+6+2+7+3+2+5+4+3+2=$

רעכענט צוזאמען „אין קאפ" און שטעלט ארונטער די סומען:

27)							
27	7	48	59	77	58	59	8
+7	+27	+8	+6	+8	+7	+8	+91
—	—	—	—	—	—	—	—

שטעלט ארונטער די סומען:

28)						
11	13	16	19	22	25	28
10	14	17	20	23	26	29
12	15	18	21	24	27	30
—	—	—	—	—	—	—

יעצט לאמיר ווייזען, ווי מען מאכט חיבור־חשבונות אויפ'ן פאפיר.

איהר האָט איינגעצאָהלט פאר א מאָנאט רענט 27 דאָלאר און באצאָהלט פאר אייער אינגעל'ס אנצוג 12 דאלאר. ווי פיעל געלד האָט איהר אויסגעגעבען? ווי איהר זעהט, באשטעהען שוין די צוזאמענשטעלער פון מעהר ווי צו איין ציפער. ווי זאָלען מיר מאכען דעם חיבור־חשבון?

בעפאר מיר וועלען ענטפערען אויף דיזער פראגע, וועלען מיר דערמאָנען דעם לעזער אָן דעם ביישפיעל, וואס מיר האָבען געגע־בען מיט'ן צעהלען שוועבעלעך: מיר האָבען געוויזען, אז אום עס זאָל זיין בעקוועמער זיי צו צעהלען, טיילען מיר די גאנצע קופע שוועבעלעך פריהער איין אין פעקעלעך, צו 10 אין יעדען; די פע־קעלעך טיילען מיר איין אין פעקלעך, צו 10 אין יעדען; די פעק־לעך — אין פעק, צו 10 אין יעדען, א. ז. וו.

שטעלט זיך פאָר, אז איהר האָט אויף אזא אופן איינגע־טיילט צוויי קופעס שוועבעלעך, און איהר ווילט יעצט צוזאמענ־רעכענען, וויפיעל שוועבעלעךביידע צוזאמען ענטהאלטען. עס פארשטעהט זיך, אז אום דאָס אויסצורעכענען, דארפט איהר צו־נויפלעגען ביידע קופעס שוועבעלעך צוזאמען. ווי זשע וועט איהר צונויפלעגען? איהר וועט ניט צונויפלעגען די פעקעלעך פון דער צווייטער קופע מיט די איינצעלנע פון דער ערשטער; אויך וועט איהר ניט צונויפלעגען די קליינע פעקעלעך פון דער צווייטער מיט די גרויסע פעק פון דער ערשטער. גאָר ווי דען? איהר וועט צו־נויפלעגען צוזאמען די איינצעלנע שוועבעלעך פון די ביידע קופעס, אויך די קליינע פעקעלעך פון ביידע קופעס צוזאמען, אויך די גרע־סערע פעקלעך צוזאמען א. ז. וו.

מיט אנדערע ווערטער: איהר וועט פריהער צולעגען איינ־צעלנע צו איינצעלנע, פעקעלעך צו פעקעלעך, פעקלעך צו פעקלעך, פעק צו פעק א. ז. וו. נאָכהער וועט איהר איבערצעהלען, וויפיעל איינצעלנע איהר האָט שוין איצט; און אויב איהר האָט שוין 10 אָדער מעהר ווי 10 איינצעלנע, וועט איהר פון זיי מאכען א פעקע־לע, וועלכען איהר וועט צולעגען צו די פעקעלעך, וואס איהר האָט שוין. אויך וועט איהר איבערצעהלען, ווי פיעל פעקעלעך איהר האָט שוין, און אויב איהר האָט שוין 10 אָדער מעהר ווי 10 פעקע־לעך, וועט איהר פון זיי מאכען א פעקעל, וועלכען איהר וועט צו־לעגען צו די פעקלעך, וואָס איהר האָט שוין, א. ז. וו.

אויף אַן עהנליכען אופן מאכען מיר דעם חיבור, ווען מיר

האָבען גרעסערע צוזאמענשטעלער: דאָס הייסט, מיר לעגען צו־זאמען די איינצעלנע פון דער ערשטער צאָהל מיט די איינצעלנע פון דער צווייטער (און פון די איבריגע צאָהלען); דאָס זעלבע טוען מיר מיט די צעהנדליגע, מיט די הונדערטע א. ז. וו.

לאָמיר זיך אומקעהרען צו אונזער ביישפּיעל. מיר דארפען מאכען א חיבור פון 27 און 12. לעגען מיר צוזאמען פריהער די 7 איינצעלנע פון דער ערשטער מיט די 2 איינצעלנע פון דער צווייטער, און דעם 2 (צעהנדליגע) פון דער ערשטער מיט'ן 1 (צעהנ־דליגע) פון דער צווייטער. אויפ'ן פּאפּיר מאכען מיר עס אזוי. מיר שרייבען די צאָהל 27; אונטער איהר שרייבען מיר די צאָהל 12 אזוי, דאָס די איינצעלנע (2) פון צווייטען צוזאמענשטעלער זאָל שטעהן פּונקט אונטער דער ציפער פון די איינצעלנע (7) פון ערשטען צוזאמענשטעלער, און די ציפער פון די צעהנדליגע (1) פון צווייטען צוזאמענשטעלער פּונקט אונטער דער ציפער פון צעהנ־דליגע (2) פון ערשטען צוזאמענשטעלער, — אָט אזוי:

2 7
1 2

פון לינקס שטעלען מיר א פּליוס און ציהען ארונטער א פּאסי־קעל. אָט אזוי:

$$\begin{array}{r} 27 \\ +12 \\ \hline \end{array}$$

מיר לעגען צונויף פריהער איינצעלנע מיט איינצעלנע: 7 מיט 2, איז 9, און אונטערן פּאסיקעל פּונקט אונטער די איינצעלנע, שריי־בען מיר א 9. נאָכהער לעגען מיר צונויף די צעהנדליגע מיט די צעהנדליגע: 2 מיט 1 איז 3, און מיר שטעלען אונטערן פּאסי־קעל, פּונקט אונטער די צעהנדליגע, א 3.

אָט אזוי:

$$\begin{array}{r} 27 \\ +12 \\ \hline 39 \end{array}$$

אויף אַן עהנליכען אופן מאכער מיר דעם חיבור פון מעהר ווי צוויי צוזאמענשטעלער.

לאָמיר צונויפשטעלען 10, מיט 23 און מיט 46:

$$\begin{array}{r} 10 \\ +23 \\ 46 \\ \hline \end{array}$$

מיר רעכענען צוזאַמען די איינצעלנע: 3 מיט 6 איז 9 (דעם 0 פון דעם ערשטען צוזאַמענשטעלער רעכענען מיר ניט, וואָרים 0 איז דאָך גאָר נישט); נאָכהער די צעהנדליגע: 1 מיט 2 און מיט 4 איז 7.

די סומע וועט זיין 79:

$$\begin{array}{r} 10 \\ +23 \\ 46 \\ \hline 79 \end{array}$$

לאָמיר צונויפלעגען 23 מיט 47.

$$\begin{array}{r} 23 \\ +47 \\ \hline \end{array}$$

3 מיט 7 איז 10, עס הייסט איין צעהנדליג; די אלע איינצעלנע אלזאָ מאכען איין צעהנדליג, און מעהר קיין איינצעלנע זיינען ניטאָ. טאָ לאָמיר אונטערן פאסיקעל אויפ'ן פלאַץ פון די איינצעלנע אוועקשטעלען א 0, און דעם 1 צעהנדליג וועלען מיר „האַלטען אין קאָפּ" אָדער פארצייכענען אין א זייט אום ניט צו פארגעסען. אָט אזוי:

$$\begin{array}{r} 23 \\ +47 \quad 1 \\ \hline 0 \end{array}$$

יעצט לאָמיר צוזאַמענלעגען די צעהנדליגע: 2 מיט 4 איז 6. אויסער דעם, האָבען מיר נאָך א 1 צעהנדליגע (פארצייכענט אין א זייט). צוזאַמען האָבען מיר 7 צעהנדליגע. שטעלען מיר אונטערן פאסיקעל, אויפ'ן פלאַץ פון די צעהנדליגע א 7.

אָט אזוי:

23
+47
——
70

לאָמיר צונויפלעגען די צאָהלען 27, 35 און 43.

7, מיט 5, מיט 3 איז 15. די צאָהל 15 באשטעהט פון 5 איינצעלנע און פון 1 צעהנדליג. שטעלען מיר אונטער'ן פאַ־סיקעל אין קאָלום פון די איינצעלנע ארונטער בלויז די 5 איינ־צעלנע, און דעם 1 צעהנדליג פארצייכענען מיר ערגיץ אן א זייט:

27
+35 1
43
——
5

נאָכהער לעגען מיר צונויף די צעהנדליגע: 2, מיט 3, מיט 4 און דער 1 צעהנדליג, וואָס מיר האָבען פארצייכענט, איז 10. די 10 צעהנדליגע מאַכען 1 הונדערט, און מעהר קיין צעהנדליגע בלייבען ניט. שטעלען מיר דעם 0 (פון די 10) אויפ'ן פלאַץ פון די צעהנדליגע, און דעם 1 צו לינקס, אויפ'ן פלאַץ פון די הונ־דערטע:

27
+35 1
43
——
105

אויף אן עהנליכען אופן לעגען מיר צונויף גרעסערע צאָהלען:

194
308 2 1
429
——
931

מיר רעכענען צונויף די איינצעלנע: 4, מיט 8, מיט 9 איז 21; 1 שטעלען מיר, און 2 (צעהנדליג) פארצייכענען מיר. יעצט

רעכענען מיר צונויף די צעהנדליגע: 9 מיט 2 און דעם 2, וואָס מיר האָבען פארצייכענט, איז 13; 3 (צעהנדליגע) שטעלען מיר, און 1 (הונדערט) פארצייכענען מיר (מיר פארשטרייכען דעם 2, וואָס מיר האָבען געהאט פארצייכענט, און פארצייכענען שוין א 1).

צולעצט לעגען מיר צונויף די הונדערטע: 1, מיט 3, מיט 4 און און דער 1, וואָס מיר האָבען פארצייכענט, איז 9. די סומע איז 931.

אויף אן ענליכען אופן מאכען מיר דעם חיבור פון נאָך גרעסערע צוזאַמענשטעלער:

```
      2,908
      5,785
      3,694   1 2 3
    +   841
    -------
     13,228
```

10־טער כלל:

אום צונויפצולעגען עטליכע צוזאַמענשטעלער שטעלען מיר זיי אויבעם אונטער דעם אַנדערען אַזוי, דאָס איינצעלנע זאָלען שטעהן אונטער איינצעלנע, צעהנדליגע אונטער צעהנדליגע, הונדערטע אונטער הונדערטע א. ז. וו. אונטער דעם לעצטען צוזאַמענשטעלער פיהרען מיר אונטער אַ פּאַסיק. מיר לעגען צוערשט צונויף דעם קאָלום פון די איינצעלנע. אויב די איינצעלנע צוזאַמען זיינען וועניגער פון 10, שטעלען מיר זיי אונטער'ן פּאַסיק, אין קאָלום פון די איינצעלנע; אויב 10 אָדער מעהר, שטעלען מיר אין קאָלום פון די איינצעלנע די ציפער פון די איינצעלנע (אָדער אַ 0), און די ציפער פון די צעהנדליגע לעגען מיר צונויף מיט'ן קאָלום פון די צעהנדליגע. נאָכהער לעגען מיר צונויף די צעהנדליגע און רעכענען צו די צעהנדליגע, וואָס מיר האָבען באקומען פון צוזאַמענלעגען די איינצעלנע. אויב די סומע פון די צעהנדליגע איז וועניגער פון 10, שטעלען מיר איהר אונטער'ן פּאַסיק אין קאָלום פון די צעהנדליגע; אויב 10 אָדער מעהר, שרייבען מיר אין קאָלום פון די צעהנדליגע די ציפער פון די איינצעלנע (פון דער סומע), אָדער אַ 0, און די צעהנדליגע רעכענען מיר צו צום קאָלום פון די הונדערטע. דאָס זעלבע טוען מיר מיט די הונדערטע א. ז. וו.

ביים צונויפלעגען מעהרערע צאָהלען קען מען אמאָל מאכען א טעות. אום צו געפינען, צי מיר האָבען דעם חיבור געמאכט ריכטיג, לוינט זיך צו מאכען א פּראָבע. עס זיינען דאָ פארשיע־

רענע מיטלען, ווי צו מאכען א פראבע פון חיבור, עס הייסט ווי אויסצוגעפינען, צי דער חיבור איז ריכטיג. לאָמיר דאָ פאָרלויפיג ווייזען איין פראָבע.

לאָמיר נעהמען אירגענד וועלכען פון די חיבורס, וואס מיר האָבען געמאכט:

194
+308
429
———
931

מיר האָבען צונויפגעלעגט די קאָלומס פון אויבען ארונטער: 4, מיט 8, מיט 9; 9 מיט 0, מיט 2; 1, מיט 3, מיט 4. אלס א פראָבע לאָמיר יעצט צונויפלעגען די קאָלומס פון אונטען ארויף: 9, מיט 8, מיט 4 איז 21; 1 שטעלען מיר, 2 פארצייכענען מיר. 2, מיט 0, מיט 9 און דעם 2, וואָס מיר האָבען פארצייכענט, איז 13; 3 שטעלען מיר, און 1 פארצייכענען מיר. 4, מיט 3, מיט 1 און דעם 1, וואָס מיר האָבען פארצייכענט, איז 9. די סומע איז 931, פונקט ווי פריהער. נאַטירליך, עס איז מעגליך, אז אויך, יעצט האָבען מיר געמאכט א טעות, פונקט ווי אין ערשטען פאַל, און אז דעריבער באקומען מיר די זעלבע 931. אָבער גיכער איז דאָך צו גלויבען, דאָס ווי באַלד מיר באקומען דעם זעלבען רעזולטאט, וואָס פריהער, איז דער חשבון וואהרשיינליך ריכטיג.

איבונגען.

29) א לענדלאָרד האָט 5 טענענטס: איין טענענט צאָהלט 480 דאָל. א יאָהר רענט; דער צווייטער — 456ד.; דער דריטער — 504ד.; דער פערטער — 264ד.; און דער פינפטער — 300ד. וויפיעל רענט באַקומט דער לענדלאָרד אין א יאָהר?

30) פאַר'ן סאָציאַליסטישען קאַנדידאַט אויף קאָנגרעסמאַן איז אין א דיסטריקט אָפּגעגעבען געוואָרען 5692 שטימען; פאַר'ן דעמאָקראַטישען 3427; פאַר'ן רעפּובליקאַנישען 4248, פאַר'ן אינדעפּענדענט 2018, און פאַר'ן פּראָהיבישאָניסטישען 1391. ווי פיעל שטימען זיינען אָפּגעגעבען געוואָרען אין דיסטריקט?

31) אין 1917 האָבען זיך אין סיטי קאלעדזש פון ניו יאָרק גע־לערנט 8061 אידישע סטודענטען, אין ניו יאָרקער אוניווערזיטעט 1768, אין אוניווערזיטעט קאָלומביאַ 1204 און אין ברוקלינער פּאָליטעכני־קום 209. ווי פיעל אידען האָבען זיך געלערנט אין דיעזע פיער קאָ־לעדזשעס פון גרויס ניו יארק?

32) אין 1910 האָבען אין גרויס ניו יאָרק געוואוינט 91,709 שוואַרצע; אין שיקאַגאָ 44,103; אין פילאַדעלפיאַ 84,459. ווי פיעל שוואַרצע זיינען געוועזן אין די דריי שטעדט צוזאַמען?

33) אין 1914 זיינען אין די פאַראייניגטע שטאַאַטען 118,078 אַרבייטער געוועזן פאַרנומען אין דער אינדוסטריע פון עלעקטרישע מאַ־שינעריי; 133,498 — אין מעבעל אינדוסטריע; 150,520 — אין זאָקען אינדוסטריע; 272,092 אין פאַרשיעדענע צווייגען פון דרוק־אינדוסטריע; 178,872 — אין טאַבאַק־אינדוסטריע; 163,976 — אין וואָל־אינדוסטריע. ווי פיעל ארבייטער זיינען געוועזן אין די אַלע אויסגערעכענטע צווייגען פון דער אינדוסטריע?

34) פאַר דער מלחמה האָט ענגלאַנד מיט איהרע קאָלאָניעס פאַר־נומען אַ שטח פון 13,153,712 סקווער מייל; רוסלאַנד — 8,647,657; די פאַראייניגטע שטאַאַטען 3,616,484 און כינאַ 1,861,000. ווי פיעל סקווער מייל האָבען דיעזע פיער מעכטע פאַרנומען צוזאַמען?

ג. חיסור.

1) אַ איינגל האָט געקויפט 8 פלוימען און האָט אויפגעגעסען 6. ווי פיעל פלוימען זיינען ביי איהם געבליבען?

אין דיעזען ביישפיעל קומט אוים איין צאָהל (די צאָהל פלוימען) צו פארקלענערען אויף אַן אנדער צאָהל (די צאָהל אויפגעגעסענע פלוימען).

אייער זוהן איז 5 יאָהר אַלט; אייער טאָכטער 9 יאהר. מיט וויפיעל איז אייער זוהן איינגער פון דער טאָכטער?

אויך אין דיעזען פאַל קומט אוים איין צאָהל צו פארקלענערען אויף אַ צווייטע אום צו געפינען, מיט וויפיעל איין צאָהל איז קלענער פון דער אַנדערער.

אין דיעזע און אין עהנליכע פעלע פאָדערט זיך אויסצוגעפינען דעם אונטערשיעד צווישען איין צאָהל און אַ צווייטער. אום דאָס אויסצוגעפינען נעהמען מיר פון דער גרעסערער ארונטער די קלענערע. אַ חשבון, וואו מען דאַרף ארונטערנעהמען איין צאָהל פון אַ צווייטער, רופט זיך חיסור.

דעם ערשטען חשבון שרייבט מען אזוי:

$$8 - 6 = 2$$

די גרעסערע צאָהל (8), פון וועלכער מען נעהמט אַרונטער (וועלכע מען פארקלענערט), רופט זיך געקלענערטע.

די קלענערע צאָהל (6), וועלכע מען נעהמט ארונטער, רופט זיך — דער פאַרקלענערער.

די צאָהל, וואָס בלייבט (אָדער דער אונטערשיעד צווישען דער פארקלענערטער און דעם פארקלענערער) רופט זיך דער אונטערשיעד (דיפערענץ).

דער פאַסיקעל (—) צווישען דער געקלענערטער און דעם פארקלענערער רופט זיך „מינוס" (ווייניגער, פון, אָהן).

און דער אויבען־געבראכטער חשבון לייענט זיך אזוי: „8 אָהן 6 איז 2". אדער עס לייענט זיך אזוי: „6 פון 8 איז 2."

דעם צווייטען חשבון שרייבען מיר:

$$9 - 5 = 4$$

און מיר לייענען: „פינף פון ניין איז פיער."

די חשבונות האָבען מיר געשריבען אין איין שורה פון לינקס צו רעכטס. מען קען זיי אבער שרייבען אויך פון אויבען ארונטער, ווי פאָלגט:

9	8
— 5	— 6
4	2

אין די פעלע, וואו די צאָהלען, איבער וועלכע מען מאכט דעם חיסור, זיינען גרעסערע, שרייבט מען די צאָהלען מייסטענס פון אויבען אַרונטען.

איבונגען.

35) וויפיעל רעשטע (טשיינדזש) וועט איהר קריגען פון אַ דאָ־לאַר (100 סענט), אויב איהר דאַרפט באַצאָהלען 17 סענט? 24 סענט? 31 סענט? 38 סענט? 45 סענט? 52 סענט? 59 סענט? 73 סענט? 80 סענט? 87 סענט? 53 סענט? 88 סענט?

לאָמיר צייגען, ווי מען מאכט חיסור אויפ'ן פאַפּיר.

אין פעברואר (וועלכער האָט 28 טעג), האָט דער ארבייטער געארבייט בלויז 16 טעג. וויפיעל טעג איז ער געווען ליידיג?

בעפאָר מיר וועלען מאַכען דעם חשבון, לאָמיר זיך ווידער עראינערען אָן דעם ביישפיעל מיט די שוועבעלעך. מיר האָבען, צ. ב. ש. 5 פעק, 7 פעקלעך, 4 פעקעלעך און 8 איינצעלנע שוועבעלעך. מיר ווילען ארונטערנעהמען 2 פעק, 3 פעקלעך, 1 פעקעלע און 5 איינצעלנע. ווי טוען מיר? פון די 5 פעק נעהמען מיר ארונטער 2 פעק; פון די 7 פעקלעך נעהמען מיר ארונטער 3 פעקלעך; פון די 4 פעקעלעך נעהמען מיר ארונטער 1 פעקעלע, און פון די 8 איינצעלנע — 5 איינצעלנע. מיט אנדערע ווערטער: פעק נעהמען מיר ארונטער פון פעק, פעקלעך פון פעקלעך, פעקעלעך פון פעקעלעך, און איינצעלנע פון איינצעלנע.

אויף אַן עהנליכען אופן מאכען מיר אונזער חיסור: איינ־צעלנע נעהמען מיר ארונטער פון איינצעלנע, צעהנדליגע פון צעהנ־דליגע, א. ז. וו. און מיר שרייבען דעם חשבון ווי פאָלגט: מיר

שטעלען די געקלענערטע; אונטער איהר שרייבען מיר דעם פארקלע־נערער אזוי, דאס איינצעלנע זאלען שטעהן אונטער איינצעלנע, צעהנדליגע — אונטער צעהנדליגע, א. ז. וו. אונטער דעם פאר־קלענערער ציהען מיר ארונטער א פאסיק, ווי פאלגט:

28
—16

און מיר נעהמען ארונטער, ווי געזאגט, די איינצעלנע פון פארקלענערער פון די איינצעלנע פון דער געקלענערטער, די צעהנ־דליגע פון פארקלענערער — פון די צעהנדליגע פון דער געקלענער־טער:

6 (איינצעלנע) פון 8 (איינצעלנע) איז 2 (איינצעלנע); די 2 שטעלען מיר אונטער'ן פאסיקעל, אין קאלום פון איינצעלנע. 1 (צעהנדליג) פון 2 (צעהנדליגע) איז 1 (צעהנדליג); דעם 1 שטע־לען מיר אונטער'ן פאסיקעל, אין קאלום פון צעהנדליגע. דער חשבון איז:

28
—16

12

אייער ברודער איז 42 יאהר אלט, און איהר זייט 32 יאהר אלט. מיט וויפיעל זייט איהר אינגער פון אייער ברודער? מיר שרייבען דעם פארקלענערער (32) אונטער דער געקלענערטער (42) אזוי, דאס איינצעלנע זאלען זיין אונטער איינצעלנע, צעהנ־דליגע אונטער צעהנדליגע. און מיר נעהמען ארונטער איינצעל־נע פון איינצעלנע, צעהנדליגע פון צעהנדליגע:

2 (איינצעלנע) פון 2 (איינצעלנע) איז גאר נישט. שטעלען מיר א 0 אויפ'ן פלאץ פון איינצעלנע, אין אונטערשיעד; 3 (צעהנ־דליגע) פון 4 (צעהנדליגע) איז 1, שטעלען מיר אין אונטערשיעד אויפ'ן פלאץ פון צעהנדליגע אן 1. דער חשבון איז:

42
—32

10

איהר זייט, אלזא, אינגער פון אייער ברודער מיט 10 יאהר.

אויף אַן עהנליכען אופן מאַכען מיר חיסור אויך איבער גרעסערע צאָהלען:

695	437
−324	−214
371	223

איבונגען.

מאַכט די פאָלגענדע חיסור'ס:

1780	895	679	478	234	84	56	38	(36
−1430	−540	−352	−276	−103	−63	−46	−15	

מיר ווילען ארונטערנעהמען 276 פון 594. שטעלען מיר דעם פארקלענערער אונטער דער געקלענערטער

$$\begin{array}{r} 594 \\ -276 \end{array}$$

און מיר רעכענען, ווי אויבען געזאָגט:

6 פון 4 . . . אבער 6 איז מעהר ווי 4, קענען מיר ניט ארונטערנעהמען. רעכענען מיר צו די 4 צו 1 צעהנדליג (פון די 9 צעהנדליגע). מיר „אנטלייהען", הייסט עס, ביי די 9 א 1. (אום צו געדענקען, אז מיר האָבען „אנטליהען" איין צעהנדליג, און אז עס איז געבליבען בלויז 8 צעהנדליגע, שטעלען מיר אויף 9 א קליינע ציפער 8). א צעהנדליג איז דאָך 10 איינצעלנע. די „אנטליהענע" 10 איינצעלנע, צוזאַמען מיט די 4 איינצעלנע איז שוין 14. און די 6 (איינצעלנע) נעהמען מיר ארונטער פון 14. אלזאָ, 6 פון 14 איז 8, שטעלען מיר אונטער'ן פאַסיקעל, אין קאָלום פון די איינצעלנע, אַן 8.

יעצט נעהמען מיר ארונטער צעהנדליגע פון צעהנדליגע: 7 פון 8 איז 1, דעם 1 שטעלען מיר אין קאָלום פון צעהנדליגע. ענדליך נעהמען מיר אַרונטער הונדערטע פון הונדערטע: 2 פון 5 איז 3.

דער חשבון איז:

3
594
—276
———
318

נעהמט ארונטער 375 פון 600.

600
—375
———

5 פון 0 קען מען ניט ארונטערנעהמען, וואָרים א 0 איז דאָך גאָר נישט. „אנטלייהען" מיר ביי די צעהנדליגע איין צעהנדליג. אָבער עס איז ניטאָ ביי וועמען צו „לייהען", וואָרים צעהנדליגע איז אויך 0. „אנטלייהען" מיר ביי די הונדערטע 1 הונדערט. בלייבט בלויז 5 הונדערטע, און אויפ'ן 6 שטעלען מיר 5. די „אנטליהענע" הונדערט איז דאָך 10 צעהנדליגע, פון וועלכע מיר „אנטלייהען" 1 צעהנדליג. בלייבט ביי אונז 9 צעהנדליגע, און אויבען, איבער'ן קאָלום פון צעהנדליג פארצייכענען מיר, אום ניט צו פארגעסען, א 9. דער „אנטליהענער" 1 צעהנדליג איז דאָך 10 איינצעלנע, פון וועלכע מען קען שוין ארונטערנעהמען 5. אלזא, 5 (איינצעלנע) פון 10 איז 5; 7 (צעהנדליגע) פון 9 איז 2; 3 (הונדערטע) פון 5 איז 2.

דער חשבון איז:

5 9
600
—375
———
225

א רעגיערונגס-קאָמיסיע האָט אויסגערעכענט אז א דורכ-שניטליכע ארבייטער פאמיליע מוז האָבען אם וועניגסטען ארום 1,756 דאָל. א יאָהר. א גרויסע צאָהל ארבייטער מאכען אָבער

דורכשניטליך בלויז צו 948 דאָל. אַ יאָהר. **וויפיעל פעהלט זיי אויף צו מאַכען אַן אַנשטענדיגען לעבען?**

17 4

1,756
—948

808

8 פון 6 קען מען ניט ארונטערנעהמען. „אַנטלייהען" מיר 1 צעהנדליג, עס הייסט 10. צעהן מיט 6 איז 16, און מיר נעהמען ארונטער 8 פון 16. אכט פון 16 איז 8.

יעצט לאָמיר אַרונטערנעהמען צעהנדליגע פון צעהנדליגע: 4 פון 4 איז גאָר נישט, בלייבט גאָר נישט; שטעלען מיר אַ 0. 9 פון 7 קען מען ניט אַרונטערנעהמען. „אַנטלייהען" מיר דעם 1, עס הייסט אַ טויזענד. טויזענד איז 10 הונדערט, צוזאַמען מיט די 7 איז 17 הונדערט. 9 פון 17 איז 8.

אין אַ פאַבריק שטעדטעל זיינען דאָ 14,000 מענער; פרויען זיינען דאָ מיט 3726 וועניגער. וויפיעל פרויען זיינען דאָרטען דאָ?

3 9 9

14,000
—3,726

10,274

6 פון 0 קען מען ניט, דאַרפען מיר צום 0 „צולייהען" 1 צעהנדליג. אָבער קיין צעהנדליגע זיינען אויך ניטאָ, וועלען מיר „צולייהען" אַ הונדערט. אָבער קיין הונדערטע איז אויך ניטאָ, וועלען מיר צולייהען אַ טויזענד. אַ טויזענד איז 10 הונדערט. פון די „אַנטליהענע" 10 הונדערט „אַנטלייהען" מיר 1 הונדערט, בלייבט 9 הונדערט; פון „אַנטליהענעם" הונדערט „אַנטלייהען" מיר 1 צעהנדליג, בלייבט 9 צעהנדליג. איין צעהנדליג איז 10 איינצעלנע. נעהמען מיר אַרונטער: 6 פון 10 איז 4; 2 פון 9 איז 1; 3 פון 3 איז 0; אין דער געקלענערטער בלייבט נאָך אַן 1, טראָגען מיר איהם אַרונטער, ווייל עס איז דאָך ניטאָ, וואָס אַרונטערצונעהמען פון איהם. דער ענטפער איז: 10,274.

11־טער כלל:

אין חיסור שטעלען מיר דעם פאַרקלענערער אונטער דער געקלע־נערטער אַזוי, דאָס איינצעלנע זאָלען שטעהן אונטער איינצעלנע, צעהנ־דליגע אונטער צעהנדליגע א. ז. וו. מיר פאַנגען אָן דעם חיסור פון רעכטס: מיר נעהמען אַרונטער איינצעלנע פון איינצעלנע, צעהנדליגע פון צעהנדליגע א. ז. וו. אויב די ציפער פון פאַרקלענערער איז גרעסער פון דער ציפער פון דער געקלענערטער, וואָס שטעהט איבער איהר, „אַנט־לייהען" מיר אַן 1 פון דער נעקסטער ציפער פון דער געקלענערטער.

איבונגען.

מאַכט די פאָלגענדע חיסורים:

215632	84731	10000	7321	4732	2804	(37
103849—	45032—	8325 —	3454—	2545—	1764—	

38) פאַר דער מלחמה האָט דייטשלאַנד געהאַט אַ באַפעלקערונג פון 66,715,000 ; פרייסען אליין האָט געהאַט 40,165,219. ווי גרויס איז געווען די באַפעלקערונג פון די איבריגע טיילען פון דייטשלאַנד ?

39) דייטשלאַנד פאַרנעהמט א שטח פון 208,780 סקווער מייל ; איין פרייסען — 134,616 סקווער מייל ? וואָס פאַר אַ שטח פאַרנעהמען די איבריגע טיילען פון דייטשלאַנד ?

40) אין 1910 איז די באַפעלקערונג פון גרויס ניו יאָרק געווען 4,766,883 ; די באַפעלקערונג פון איין מאַנהעטען 2,331,542. ווי גרויס איז געווען די באַפעלקערונג פון די איבריגע טיילען פון גרויס ניו יאָרק ?

41) די צאָהל אידען אויף דער וועלט רעכענט זיך 13,980,715. אין אייראָפּא וואָהנען 9,986,447. וויפיעל אידען וואָהנען אין די איבריגע וועלט־טיילען ?

גראָס און נעט וואָג.

סחורה קומט געוועהנליך אָן איינגעפּאַקט אין קאַסטענס, אין שטרוי, אין פּאַפּיער. צאָהלען צאָהלט מען, נאַטירליך, נאָר פאַר די סחורה, ניט פאַר די וואָג פון קאַסטען, שטרוי אָדער פּאַפּיער. די וואָג פון דער סחורה און פון קאַסטען (שטרוי אָדער פּאַפּיער) רופט זיך גראָס־וואָג ; די וואָג פון די זאַכען, אין וועלכע די סחורה איז איינגעפּאַקט, רופט זיך טאַר ; די וואָג פון דער סחורה גופא — נעט־וואָג. אויב די גראָס־וואָג איז, צ. ב. ש. 428 פונט, און די טאַר 68 פונט, באַציינכענט מען די נעט־וואָג ווי פאָלגט: 68 — 428.

42) איהר האָט געקויפט 6 פעק סחורה. זייער נעט־וואָג איז: 68—428 פונט; 70—419; 65—423; 27—432; 69—436; 65—543.
וויפיעל איז די נעט־וואָג פון אַלע 6 פעק?

ענדערונגען פון דער סומע און פון אונטערשיעד.

אַן ארבייטער האָט די ערשטע וואָך געארבייט 15 שטונדען, די צווייטע 28, די דריטע 34 און די פערטע 53 שטונדען. פאר וויפיעל ארבייטס־שטונדען קומט איהם?

לאָמיר מאכען דעם חיבור:

15
28
+ 34
53
130

איהם קומט אַלזאָ פאר 130 שטונדען.

לאָמיר זיך פאָרשטעלען, אז אין איין וואָך האָט ער געארבייט מעהר ווי פיעל עס איז דא אַנגעוויזען. אָט, צ. ב. ש., לאָמיר זיך פאָרשטעלען, אז אין דער דריטער וואָך האָט ער געארבייט מיט 5 שטונדען מעהר. דער צוזאמענשטעלער 34 ווערט אַלזאָ גרעסער אויף 5. אנשטאט 34 וועלען מיר שוין האָבען 39. לאָמיר יעצט מאכען דעם חיבור:

15
28
+ 39
53
135

ארונטערנעהמענדיג די ערשטע סומע פון דער צווייטער איבערצייגען מיר זיך, אז די סומע איז אויך געוואָרען גרעסער אויף 5.

אויף אַן עהנליכען אופן קענען מיר זיך איבערצייגען, אז ווען מיר וואָלטען איין צוזאמענשטעלער פארגרעסערט אויף 3, צ. ב. ש., און אַ צווייטען אויף 6, וואָלט די סומע פארגרעסערט געוואָרען אויף 9.

12-טער כלל:

וועז מיר פארגרעסערען די צוזאמענשטעלערס אויף א וועלכע עס איז צאהל, ווערט די סומע פארגרעסערט אויף פונקט די זעלבע צאהל.

אויף אַן עהנליכען אופן װעלען מיר אויסגעפינען, אז ווען מיר פארקלענערען א וועלכען עס איז צוזאמענשטעלער, פארקלענערען מיר דורך דעם אויך די סומע אויף פונקט די זעלבע צאהל.

13-טער כלל:

ווען מיר פארקלענערען די צוזאמענשטעלערס אויף א וועלכע עס איז צאהל, ווערט די סומע פארקלענערט אויף פונקט די זעלבע צאהל.

וואס וואלט געווען, ווען איין וואך וואלט דער ארבייטער גע־ארבייט מיט 8 שטונדען מעהר און די צווייטע מיט 8 שטונדען ווע־ניגער, ווי עס איז אנגעוויזען. מיט אנדערע ווערטער, וואס וועט זיין, ווען מיר וועלען איין צוזאמענשטעלער פארגרעסערען אויף 8, צ. ב. ש., און דעם צווייטען וועלען מיר פארקלענערען אויף 8? פון פארגרעסערען איין צוזאמענשטעלער אויף 8 פארגרע־סערען מיר די סומע אויף 8; פון פארקלענערען דעם צווייטען צו־זאמענשטעלער אויף 8, פארקלענערען מיר די סומע אויף 8. די פארקלענערונג און די פארגרעסערונג זיינען זיך מבטל איינע די אנדערע, און די סומע בלייבט אונגעענדערט.

14-טער כלל:

ווען איין צוזאמענשטעלער פארגרעסערען מיר אויף א וועלכע עס איז צאהל, און דעם צווייטען פארקלענערען מיר אויף די זעלבע צאהל, בלייבט די סומע אונגעענדערט.

לאמיר מאכען דעם פאלגענדען חיסור:

$$\begin{array}{r} 325 \\ -\ 213 \\ \hline 112 \end{array}$$

פארגרעסערט די געקלענערטע אויף 10, צ. ב. ש. די גע־קלענערטע וועט דאן זיין 335.

$$\begin{array}{r} 335 \\ -\ 213 \\ \hline 122 \end{array}$$

דער אונטערשיעד וועט דאן זיין 122, עס הייסט מיט 10 מעהר, ווי פריהער.

15-טער כלל:

ווען מיר פארגרעסערען די געקלענערטע אויף א וועלכע עס איז צאהל, ווערט דער אונטערשיעד פארגרעסערט אויף פונקט די זעלבע צאהל.

אויף אן עהנליכען אופן וועלען מיר אויסגעפינען, אז ווען מיר וועלען פארקלענערען די געקלענערטע אויף 10, צ. ב. ש., וועט אויך דער אונטערשיעד ווערען קלענער אויף 10.

16-טער כלל:

ווען מיר פארקלענערען די געקלענערטע אויף א וועלכע עס איז צאהל, ווערט דער אונטערשיעד פארקלענערט אויף פונקט די זעלבע צאהל.

אין אויבען-געבראכטען חיסור

325
— 213
———
112

לאמיר דעם פארקלענערער פארגרעסערען אויף 10, צ. ב. ש. דער פארקלענערער וועט דאן זיין 223.

325
— 223
———
102

דער אונטערשיעד וועט שוין זיין ניט 112, נאר 102, עס הייסט מיט 10 ווייניגער, ווי פריהער.

17-טער כלל:

ווען מיר פארגרעסערען דעם פארקלענערער אויף א וועלכע עס איז צאהל, ווערט דער אונטערשיעד פארקלענערט אויף פונקט די זעלבע צאהל.

אויף אן עהנליכען אופן וועלען מיר אויסגעפינען, אז ווען מיר וועלען פארקלענערען דעם פארקלענערער אויף 10, צ. ב. ש., וועט דער אונטערשיעד ווערען מיט 10 גרעסער, ווי פריהער.

18-טער כלל:

ווען מיר פּאַרקלענערען דעם פּאַרקלענערער אויף אַ וועלכע עס איז צאַהל, ווערט דער אונטערשיעד פּאַרגרעסערט אויף פּונקט די זעלבע צאַהל.

325
—213
———
112

וואָס וועט זיין ווען מיר וועלען אין איבען־געבראַכטען חיסור פּאַרגרעסערען אי די געקלענערטע, אי דעם פּאַרקלענערער אויף 10, צ. ב. ש.? מיר וועלען דאַן האָבען:

335
—223
———
112

דאָס הייסט, אַז דער אונטערשיעד איז געבליבען דער זעלבער.

אויף אַן עהנליכען אופן וועלען מיר אויסגעפינען, אַז אויך ווען מיר וועלען אי די געקלענערטע, אי דעם פּאַרקלענערער פּאַר־קלענערען אויף 10, צ. ב. ש., וועט דער אונטערשיעד בלייבען דער זעלבער.

19-טער כלל:

ווען מיר פּאַרגרעסערען אָדער פּאַרקלענערען אי די געקלענערטע, אי דעם פּאַרקלענערער אויף אַ וועלכע עס איז צאַהל, בלייבט דער אונטער־שיעד אונגעענדערט.

איבונגען.

וואָס וועט ווערען מיט דער סומע,

43) ווען מיר וועלען איין צוזאַמענשטעלער פּאַרגרעסערען אויף 7 און דעם צווייטען אויף 5 ?

44) ווען מיר וועלען איין צוזאַמענשטעלער פּאַרקלענערען אויף 8 און דעם צווייטען אויף 9 ?

45) ווען מיר וועלען איין צוזאַמענשטעלער פּאַרגרעסערען אויף 10, דעם צווייטען אויף 15, און דעם דריטען וועלען מיר פּאַרקלענערען אויף 25 ?

46) ווען מיר ווילען איין צוזאמענשטעלער פארגרעסערען אויף 12 און דעם צווייטען פארקלענערען אויף 20 ?

וואס וועט ווערען מיט'ן אונטערשיעד,

47) ווען מיר ווילען די געקלענערטע פארגרעסערען אויף 25 ?

48) ווען מיר ווילען דעם פארקלענערער פארקלענערען אויף 14 ?

49) ווען מיר ווילען די געקלענערטע פארקלענערען אויף 18 ?

50) ווען מיר ווילען דעם פארקלענערער פארגרעסערען אויף 20 ?

51) ווען מיר ווילען די געקלענערטע און דעם פארקלענערער פארגרעסערען אויף 30 ?

52) ווען מיר ווילען די געקלענערטע און דעם פארקלענערער פארקלענערען אויף 40 ?

53) ווען מיר ווילען די געקלענערטע פארגרעסערען אויף 17 און דעם פארקלענערער ווילען פארקלענערען אויף 13 ?

54) ווען מיר ווילען די געקלענערטע פארקלענערען אויף 19 און דעם פארקלענערער פארגרעסערען אויף 21 ?

55) ווען מיר ווילען די געקלענערטע פארגרעסערען אויף 60 און דעם פארקלענערער פארגרעסערען אויף 40 ?

56) ווען מיר ווילען די געקלענערטע פארקלענערען אויף 50 און דעם פארקלענערער פארקלענערען אויף 56 ?

פראָבעס פון חיבור און פון חיסור.

אין א פריהערדיגען קאפיטעל האָבען מיר אָנגעוויזען, ווי צו מאכען א פראָבע אויף צו איבערצייגען זיך, צי מיר האָבען א חיבור געמאכט ריכטיג. די פראָבע באשטעהט אין דעם, וואָס מיר לעגען נאָך אמאָל צונויף די צוזאמענשטעלער, נאָר אין אנאנדער אָרדנונג: אויב מיר האָבען פריהער צונויפגעלעגט פון אויבען ארונטער, לעגען מיר זיי יעצט צונויף פון אונטען ארויף (אָדער פאַרקעהרט).

יעצט, ווען איהר ווייסט שוין חיסור, ווילען מיר אָנווייזען אויף נאָך א מיטעל צו איבערצייגען זיך, צי דער חיבור איז ריכטיג.

פיער שילער לעגען זיך צונויף אויף צו קויפען דעם לעהרער א פרעזענט: איינער גיט צושטייער 20 סענט, דער צווייטער 15 סענט, דער דריטער 18 סענט, און דער פערטער 22 סענט. זיי האָבען אלזאָ:

$$20+15+18+22=75$$

די סומע (75 סענט), ענטהאלט, נאטירליך, פונקט אזוי פיעל סענט, ווי אלע בייטרעגע צוזאמענגענומען. לאמיר זיך פארשטעלען, אז איינציגע שילער, — די ערשטע דריי, צ. ב. ש., — ציהען צוריק זייער געלד, און עס בלייבען בלויז אזוי פיעל סענט, ווי פיעל דער פערטער האט געגעבען. דאס הייסט, אז אויב מיר ווילען פון דער סומע ארונטערנעהמען די ערשטע דריי צוזאמענשטעלער, מוזען מיר באקומען די פערטע. מיט אנדערע ווערטער, אויב מיר נעהמען פון דער סומע ארונטער איינציגע צוזאמענשטעלער, מוזען מיר באקומען די איבריגע צוזאמענשטעלער, — ניט מעהר און ניט ווענינער.

אויב אזוי, האבען מיר נאך א פראבע אויף צו איבערצייגען זיך, צי דער חיבור איז ריכטיג. מיר לעגען צונויף אלע צוזאמענשטעלער, א חוץ איינעם (דער ערשטען, צ. ב. ש.), און די צאהל, וואס מיר באקומען, נעהמען מיר ארונטער פון דער סומע. אויב מיר באקומען דעם אויסגעלאזענעם צוזאמענשטעלער (אין אונזער פאל, דעם ערשטען), איז עס א סימן, אז דער חיבור איז ריכטיג. אונזער ביישפיעל איז:

$$20 + 15 + 18 + 22 = 75$$

לאמיר פארשטרייכען דעם .ערשטען צוזאמענשטעלער מיט א פאסיקעל און צונויפלעגען די איבריגע. האבען מיר 55. דיעזע 55 נעהמען מיר ארונטער פון דער סומע, באקומען מיר 20, עס הייסט מיר באקומען פונקט דעם אויסגעלאזענעם צוזאמענשטעלער (20). און דאס איז א באווייז, אז דער חיבור איז ריכטיג.

```
  2̸0̸
  15
+ 18
  22
 ----
  75
 ----
  55
 ----
  20
```

יעצט לאמיר ווייזען, ווי צו מאכען א פראבע אויף צו איבערצייגען זיך, צי א חיסור איז ריכטיג.

אן ארבייטער האט פון זיינע 32 דאל. שכירות באצאהלט 28 דאל. רענט. זיינען ביי איהם געבליבען פיער דאל., וועלכע ער האט איינגעצאהלט אין גראסערי. דער אונטערשיעד 4 דאל. און די 28 דאל. רענט, וואס דער ארבייטער האט איינגעצאהלט, ענטהאלטען צוזאמען

```
  32
— 28 —
 ----
   4
```

ניט מעהר און ניט וועניגער דאלארס, ווי די גאנצע סומע שכירות, וואָס ער האָט געבראַכט. מיט אַנדערע ווערטער, דער פאַרקלע־נערער 28 און דער אונטערשיעד 4 מוזען צוזאַמען זיין ניט מעהר און ניט וועניגער, ווי די געקלענערטע (32).

אויב אזוי, האָבען מיר אַ פּראָבע אויף צו איבערציינגען זיך, צי דער חיסור איז ריכטיג: מיר לעגען צוזאַמען דעם פאַרקלע־נערער מיט'ן אונטערשיעד, און אויב מיר באַקומען די געקלענער־טע, איז עס אַ סימן, אַז דער חיסור איז ריכטיג.

מיר האָבען, צ. ב. ש.

$$\begin{array}{r} 32 \\ -28 \\ \hline 4 \end{array}$$

לעגען מיר צוזאַמען דעם פאַרקלענערער מיט'ן אונטערשיעד, האָ־בען מיר

$$\begin{array}{r} 28 \\ +\ 4 \\ \hline 32 \end{array}$$

מיר האָבען באַקומען פּונקט די געקלענערטע. הייסט עס, אַז דער חשבון איז ריכטיג.

ווען מיר האָבען פון 32 אַרונטערגענומען 28, האָבען מיר באַקומען 4. ווען מיר וואָלטען אַרונטערגענומען 4, וואָלטען מיר, נאַטירליך, באַקומען 28. מיט אַנדערע ווערטער: אויב מיר נעה־מען פון דער געקלענערטער אַרונטער דעם אונטערשיעד, מוזען מיר באַקומען דעם פאַרקלענערער. אויב אזוי, האָבען מיר נאָך אַ מיטעל, ווי צו איבערציינגען זיך, צי אַ חיסור איז ריכטיג: מיר נעהמען פון דער געקלענערטער אַרונטער דעם אונטערשיעד; און אויב מיר באַקומען פּונקט דעם פאַרקלענערער, איז עס אַ סימן, אַז דער חיסור איז ריכטיג.

20־טער כלל:

אום צו איבערציינגען זיך, צי אַ חיבור איז ריכטיג, לעגען מיר נאָכאַמאָל צונויף די צוזאַמענשטעלער נאָר אין אַנאַנדער אָרדנונג: אויב מיר האָבען פריהער צוזאַמענגעלעגט פון אויבען אַרונטער, לעגען מיר

יעצט צונויף פון אונטען אַרויף; און אויב מיר באַקומען די זעלבע סומע, איז דער חיבור ריכטיג. אָדער — מיר לעגען נאָך אַמאָל צונויף אַלע צוזאַמענשטעלער, אַ חוץ דעם ערשטען, צ. ב. ש., און די צאָהל, וואָס מיר באַקומען, נעהמען מיר אַרונטער פון דער סומע; און אויב מיר באַקומען דעם אויסגעלאָזענעם צוזאַמענשטעלער, איז דער חיבור ריכטיג.

21-טער כלל:

אום צו איבערצייגען זיך, צי אַ חיסור איז ריכטיג, לעגען מיר צונויף דעם פאַרקלענערער מיט'ן דיפערענץ; און אויב מיר באַקומען די פאַרקלענערטע, איז דער חיסור געמאַכט ריכטיג. אָדער מיר נעהמען פון דער פאַרקלענערטער אַרונטער דעם דיפערענץ; און אויב מיר באַקומען דעם פאַקלענערער, איז דער חיסור ריכטיג.

זעהט צי די פאָלגענדע חיבורים זיינען געמאַכט ריכטיג:

57) 3025	58) 90046	59) 1470
1468	53870	3692
+ 7942	+ 16598	5814
6397	25814	+ 7036
		9258
		2604
19,132	186,228	28,874

זעהט, צי די פאָלגענדע חיסורים זיינען געמאַכט ריכטיג:

60) 90673	61) 786405	62) 1097345
— 48984	— 379643	— 982586
41,589	416,762	114,759

63) שטעלט אריין די פעהלענדע צוזאַמענשטעלער:

$16 + 23 + ? = 54$

$19 + 17 + 12 + ? = 87$

$12 + 16 + 15 + 18 + ? = 102$

ד. כפל.

1) איין עפּעל קאָסט 4 סענט. ווי פיעל קאָסטען דריי עפּעל? אין דיעזען ביישפּיעל פאָדערט זיך צו געפינען א צאָהל, וואס איז דריי מאָל אזוי גרוים, ווי 4.

2) די מיידעלע איז 6 יאָהר אַלט. ווי אַלט וועט זי זיין, ווען זי וועט ווערען 4 מאָל עלטער, ווי זי איז יעצט? דאָ דאַרף מען די צאָהל 6 פארגרעסערען אין 4 מאָל, עס הייסט געפינען א צאָהל, וואָס זאָל זיין 4 מאָל אזוי גרוים, ווי 6.

א חשבון, וואו מען דאַרף געפינען א צאָהל, וואָס זאָל זיין אזוי פיעל און אזוי פיעל מאָל גרעסער, ווי א געגעבענע צאָהל, רופט זיך כפל. כפל'ען א צאָהל הייסט פארגרעסערען איהר אין עטליכע מאָל.

די אויבענגעבראַכטע ביישפּיעלע שרייבט מען, ווי פאָלגט:

1) $4 \times 3 = 12$
2) $6 \times 4 = 24$

אָדער מען שרייבט זיי אזוי:

$$1)\quad \begin{array}{r} 4 \\ \times 3 \\ \hline 12 \end{array} \qquad\qquad 2)\quad \begin{array}{r} 6 \\ \times 4 \\ \hline 24 \end{array}$$

די צאָהלען, וואָס מען כפל'ט איינע אויף די אנדערע, רופען זיך כפל'ערס. די צאָהלען, אלזאָ 4 און 3 פון ערשטען ביישפּיעל, די צאָהלען 6 און 4 פון צווייטען ביישפּיעל, זיינען כפל'ערס. אויס בעקוועמליכקייט אונטערשיידעט מען דעם כפל'ער, וועלכען מען

כפל'ט, פון כפל'ער, אויף וועלכען מען כפל'ט: דעם כפל'ער, וואָס מען כפל'ט, רופט מען גע'כפל'טע. אָט, צ. ב. ש., אין ערשטען ביישפיעל איז די (אויבערשטע) צאָהל 4 די גע'כפל'טע, און 3 פראָסט דער כפל'ער; אין צווייטען ביישפיעל איז (די אויבערשטע) 6 די גע'כפל'טע, און 4 דער כפל'ער, א. ז. וו.

די צאָהלען 4 און 3, ווען מען כפל'ט זיי, מאַכען א נייע צאָהל — 12; זיי פראָדוצירען, זיי באשאפען די צאָהל 12. דאַרום רופט מען כפל'ערם אין אנדערע שפראַכען „פאַקטאָרס" (מאַכער, פראָדוצירער); און די באשאַפענע, די פראָדוצירטע צאָהל רופט זיך **פראָדוקט**. אין אונזער ביישפיעל (3 × 4) איז 12 דער פראָדוקט.

צווישען דער גע'כפל'טער און דעם כפל'ער שטעלט מען דעם צייכען (×). דאָס איז ניט דער צלם'על (+), וואָס מיר ברויכען ביי חיבור: דאָס איז עהנליך צום צייכען X, וואָס באדייטעט אויפ'ן ציפערבלאַט פון א זייגער 10, אָדער צום ענגלישען בוכשטאב X (עקס). און דער צייכען × באדייטעט כפל'ען.

אלס צייכען פון כפל'ען ברויכט מען אָפט אויך א פּאָינט (א פּינטעלע), וואָס מען שטעלט פונקט אין מיטען צווישען די כפל'ערס. אָט, צ. ב. ש.: $4 \cdot 3 = 12$; $6 \cdot 4 = 24$.

די אויבענגעבראכטע כפל־חשבונות לייענען זיך אזוי:

1) 3 מאָל 4 איז 12; (2 4 מאָל 6 איז 24.

קליינע צאָהלען כפל'ען קען מען לייכט „אין קאָפ". כפל'ס איבער קליינע צאָהלען ווערען געברויכט אין טאָג־טעגליכען לעבען אזוי אָפט, אז די מייסטע מענשען פארטראכטען זיך גאָר ניט איבער זיי און גיבען גלייך אן ענטפער. יעדענפאלס, איז ראטזאם איינצואיבען זיך אין כפל'ען (אין קאָפ) קליינע צאָהלען. דערביי גיבען מיר א טאבעלע, וואָס וועט פאר'ן אָנפאנגער לייכטער מאכען די אויפגאבע איינצו,חזיר'ען די כפל'ונג פון קליינע צאָהלען.

כפל־טאבעלע.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	132
12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144

אין דער אויבערשטער שורה זיינען פון לינקס צו רעכטס אויסגעשטעלט אין קעסטעלעך די צאָהלען פון 1 ביז 12; די זעלבע צאָהלען זיינען פון אויבען אַרונטער אויסגעשטעלט אין קעסטעלעך אויך אין ערשטען קאָלום (פון לינקס).

די קעסטעלעך פון דער 2־טער שורה (פון אויבען) ענטהאַלטען די ענטפערס, וואָס מיר באַקומען פון כפל'ען די צאָהלען פון דער אויבערשטער שורה אויף 2;

די קעסטעלעך פון דער 3־טער שורה (פון אויבען) ענטהאַלטען די צאָהלען, וואָס מיר באַקומען, ווען מיר כפל'ען די צאָהלען פון דער אויבערשטער שורה אויף 3;

די קעסטעלעך פון דער 4־טער שורה ענטהאַלטען די צאָהלען, וואָס מיר באַקומען פון כפל'ען די צאָהלען פון דער אויבערשטער שורה אויף 4 א. ז. וו.

ווען איהר כפל'ט איין צאָהל אויף א צווייטער, טאָ פיהרט מיט איין פינגער איבער'ן קאָלום און מיט'ן צווייטען פינגער אי־

בער דער שורה, וועלכע פאנגען זיך אן מיט די גע'כפל'טע צאהלען. און די צאהל, ביי וועלכע די פינגער קומען זיך צוזאמען, וועט זיין דער ענטפער.

איבונגען.

געפינט מיט דער הילפע פון דער טאבעלע:

64) 8 מאל 9; 9 מאל 8; 7 מאל 9; 9 מאל 9.

בייטען די פלעצער פון די כפל'ערס.

אין די ביישפיעלע האבען מיר געשטעלט: 8 מאל 9 און 9 מאל 8. עס איז לייכט צו זעהן, אז דאס איז דאס זעלבע. 3 פינפ'ען איז דאס זעלבע, וואס 5 דריי'ען. פאר 4 עפעל, וואס קאסטען צו 3 סענט א שטיק, באצאהלט מען די זעלבע געלד, וואס פאר 3 עפעל, צו 4 סענט א שטיק.

22-טער כלל:

מען קען בייטען די פלעצער פון דער געכפל'טער און כפל'ער, און דער פראדוקט וועט זיך פון דעם ניט ענדערען.

כפל'ס, וואו עס קומט אויס צו כפל'ען 25 אדער 50, קען מען לייכט מאכען „אין קאפ.״ אט צ. ב. ש., איהר ווילט כפל'ען 25 אויף 8. פיער מאל 25 איז דאך 100. נו, און 8 איז דאך 2 מאל אזוי פיעל, ווי 4. הייסט עס, אז איהר נעהמט צוויי מאל צו 4 מאל 25, עס הייסט 200.

איהר ווילט כפל'ען 50 אויף 6. צוויי מאל 50 איז דאך 100. און 6 מאל 50 וועט זיין דריי מאל אזוי פיעל, עס הייסט 300.

איבונגען.

כפל'ט „אין קאפ״ יעדע פון די צאהלען:

65) 15, 19, 25, 27, 35, 81, 36, 50, 39 אויף 2;

66) כפל'ט די זעלבע צאהלען אויף 4; 67) אויף 6; 68) אויף 8; 69) אויף 6

כפל'ט יעדע פון די צאהלען:

70) 25 און 50 אויף 7; 71) אויף 9.

רעכענט אויס אין קאפ:

72) וויפיעל קאסטען 20 פונט קרעקערס צו 8 סענט א פונט?

73) וויפיעל באקומט אן ארבייטער פאר 120 ארבייטס-טעג צו 4 דאלאר א טאג?

74) וויפיעל קאָסט אַ טראַנספּאָרט צוקער פון 18 — 168 פונט, צו 5 סענט אַ פונט?

75) איהר האָט געקויפט 55 פּענסילס צו 9 סענט, 9 האָלטערס צו 5 סענט, פּאַפּיער פאר 25 סענט. וויפיעל רעשטע וועט איהר באַקומען פון א 2 דאָלאר ביל?

יעצט לאָמיר ווייזען, ווי מען מאכט א כפל־חשבון אויפ'ן פּאַפּיר:

כפל'ען אויף א כפל'ער פון איין ציפער.

אַן ארבייטער האָט געצאָהלט פאר באָרד 12 דאָלאר א וואָך. ווי פיעל דארף ער באצאָהלען פאר 3 וואָכען?

עס איז קלאָר, אז אויף צו ענטפערן אויף דיעזער פראגע דארף מען 12 כפל'ען אויף 3:

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times\ 3 \\ \hline \end{array}$$

פאר די ערשטע וואָך האָט דער ארבייטער באצאָהלט 12 דאָל., פאר די צווייטע וואָך 12 דאָל., און פאר די דריטע וואָך 12 דאָל. ווי פיעל ער דארף באצאָהלען צוזאמען פאר די אלע 3 וואָכען, קען מען באשטימען דורך צונויפלעגען די געלדער, וואָס ער האָט גע־דארפט באצאָהלען פאר יעדע פון די דריי וואָכען באזונדער.

מיט אנדערע ווערטער, כפל'ען 12 אויף 3 איז דאָס זעלבע, וואָס צונויפלעגען 12, מיט 12, מיט 12:

$$\begin{array}{r} 12 \\ +12 \\ 12 \\ \hline 36 \end{array}$$

מיר האָבען דאָ אלזאָ א חיבור פון 3 גלייכע צוזאמענשטעלער. דעם חיבור ווייסען מיר דאָך שוין, ווי צו מאכען: מען דארף צונויפלעגען פריהער די איינצעלנע, נאָכהער די צעהנדליגע, א. ז. וו.

לעגען מיר צוזאמען די איינצעלנע: 2 מיט 2 מיט 2, עס הייסט 3 מאָל 2 איז 6, — שטעלען מיר אונטער'ן פּאַסיקעל אין קאָלום פון די איינצעלנע 6. יעצט לעגען מיר צונויף די צעהנד־ליגע: 1 + 1 + 1, עס הייסט 3 מאָל 1 איז 3, — שטעלען מיר דעם 3 אונטער'ן פּאַסיקעל אין קאָלום פון צעהנדליגע. דער ענט־פער איז, אז דער ארבייטער דארף באצאָהלען 36 דאָלאר.

וואָס זשע, אלזאָ, האָבען מיר דאָ געטאָן? מיר האָבען פריהער גע'כפל'ט די 2 (די איינצעלנע פון דער גע'כפל'טער) אויף

3, און נאכהער האבען מיר גע'כפל'ט דעם 1 (די צעהנדליגע פון דער גע'כפל'טער) אויף 3.

23-טער כלל:

אויף צו כפל'ען א צאהל אויף אנאנדער צאהל, כפל'ען מיר פריהער די איינצעלנע פון דער געכפל'טער אויפ'ן כפל'ער, נאכהער די צענדליגע פון דער גע'כפל'טער אויפ'ן כפל'ער, א. ז. וו.

א קאנדוקטאר קריעגט 42 סענט א שטונדע. ווי פיעל קריעגט ער פאר 5 שטונדען?

42 דארף מען כפל'ען אויף 5:

$$\begin{array}{r} 42 \\ \times\ 5 \\ \hline \end{array}$$

כפל'ען מיר פריהער די איינצעלנע: 5 מאל 2 איז 10. די צאהל 10 באשטעהט פון 1 צעהנדליג און 0 איינצעלנע. די איינצעלנע (0) שטעלען מיר אונטער'ן פאסיקעל אין קאלום פון די איינצעלנע, און דעם 1 (איין צעהנדליג) פארצייכענען מיר אן א זייט:

$$\begin{array}{r} 42 \\ \times\ 5 \\ \hline 0 \end{array} \quad 1$$

יעצט לאמיר כפל'ען די צעהנדליגע: 5 מאל 4 איז 20 (צעהנדליגע), צוזאמען מיט'ן 1 צעהנדליג, וואס מיר האבען ערגיץ פארצייכענט, איז 21 (צעהנדליגע). 21 צעהנדליגע איז 1 צעהנדליג און 2 הונדערטע. שטעלען מיר דעם 1 (צעהנדליג) אין קאלום פון צעהנדליגע, און צו לינקס, אויפ'ן פלאץ פון הונדערטע, דעם 2:

$$\begin{array}{r} 42 \\ \times\ 5 \\ \hline 210 \end{array} \quad 1$$

דער ענטפער איז 210 סענט, אדער 2 דאלאר מיט 10 סענט.

א געוועהנליכער יאהר האט 365 טעג. ווי פיעל טעג איז דא אין 5 יאהר?

365
× 5

מיר כפל'ען פריהער די איינצעלנע: 5 מאָל 5 איז 25; די 5 שטעלען מיר, און דעם 2 פאַרצייכענען מיר:

365
× 5   2

5

נאָכהער כפל'ען מיר די צעהנדלינגע: 5 מאָל 6 איז 30, צו־זאַמען מיט'ן 2, וואָס מיר האָבען פאַרצייכענט, איז 32; דעם 2 שטעלען מיר, און דעם 3 פאַרצייכענען מיר (דעם 2, וואָס מיר האָבען פריהער פאַרצייכענט, האָבען מיר שוין אויסגענוצט, פאַר־שטרייכען מיר איהם, און מיר פאַרצייכענען דעם 3):

365
× 3   2̸ 3

25

יעצט כפל'ען מיר די הונדערטע: 5 מאָל 3 איז 15, צוזאַ־מען מיט די 3, וואָס מיר האָבען פאַרצייכענט איז 18; דעם 8 שטעלען מיר אונטער די הונדערטע, און דעם 1 אונטער די טויזענדע:

365
× 5

1,825

כפל'ט 2087 אויף 6.

6 מאָל 7 איז 42; דעם 2 שטעלען מיר (אונטער די איינ־צעלנע), און דעם 4 פאַרצייכענען מיר:

2087
× 6   4

2

6 מאָל 8 איז 48, און צוזאַמען מיט'ן 4, וואָס מיר האָבען פאַר־

צייכענט, איז 52; דעם 2 שטעלען מיר (אונטער די צעהנדליגע) און דעם 5 פארצייכענען מיר:

$$\begin{array}{r} 2087 \\ \times\ \ 6\ \not{4}\ 5 \\ \hline 22 \end{array}$$

6 מאָל 0 איז 0, און צוזאמען מיט'ן פארצייכענטען 5 איז 5: שטעלען מיר דעם 5 (אונטער די הונדערטע):

$$\begin{array}{r} 2087 \\ \times\ \ 6\ \not{4}\ 5 \\ \hline 522 \end{array}$$

6 מאָל 2 איז 12: שטעלען מיר דעם 2 אונטער די טויזענדע, און 1 — אונטער די צעהנדליגע טויזענדע:

$$\begin{array}{r} 2087 \\ \times\ \ 6\ \not{4}\ 5 \\ \hline 12{,}522 \end{array}$$

איבונגען

76) אַ קלאַנג לויפט מיט אַ שנעלקייט פון 1120 פוס אַ סעקונדע. ווי ווייט איז פון אייך דער אָרט, וואו דער דונער האָט געטראפען, ווען איהר האָט איהם דערהערט אין 9 סעקונדען אַרום?

77) אייערע 3168 טריט איז 1 מייל. ווי פיעל טריט דארפט איהר מאַכען אויף אָפּצוגעהן 8 מייל?

78) 3ביכער האָבען צו 95,337 ווערטער יעדער. וויפיעל ווערטער איז דאָ אין אַלע 3 ביכער?

79) אַ שטראַהל ליכט לויפט מיט אַ שנעלקייט פון 186,000 מייל אין 1 סעקונדע. וויפיעל וועט ער אָפּלויפען אין 7 סעקונדען?

כפל'ען אויף א כפל'ער וואס באשטעהט פון אן 1 מיט נולען.

ביז אהער האָבען מיר אַלץ גענוצט ביישפיעלע, וואו דער כפל'ער איז א צאָהל, וואָס באשטעהט בלויז פון איין ציפער. יעצט לאָמיר וועיזען, ווי צו כפל'ען אין א פאַל, ווען דער כפל'ער באַשטעהט פון מעהר ווי איין ציפער.

לאָמיר אָנפאַנגען פון די פעלע, וואו דער כפל׳ער באַשטעהט פון אַן 1 מיט אַ נול אָדער מיט מעהרערע נולען.

אַ יאָהר ענטהאַלט 12 חדשים. ווי פיעל חדשים איז אין 10 יאָהר?

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times\ 10 \\ \hline \end{array}$$

מיר דאַרפען 12 פאַרגרעסערען אין 10 מאָל. דאַן וועלען די 2 איינצעלנע ווערען 2 צעהנדליגע, און דער 1 צעהנדליג וועט ווערען 1 הונדערט. אָבער פאַר דעם איז נאָר נויטיג, ווי מיר ווייסען דאָס פון פריהער, צו מאַכען, אַז דער 2 זאָל זיין אויפ׳ן 2טען פּלאַץ, און דער 1 — אויפ׳ן דריטען. און דאָס וועט זיין, ווען מיר וועלען צו 12 צושטעלען (פון רעכטס) אַ נול. דער ענטפער וועט זיין:

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times\ 10 \\ \hline 120 \end{array}$$

אַלזאָ, אויף צו כפל׳ען אַ צאָהל אויף 10, דאַרף מען נאָר צו דער צאָהל צושטעלען (צו רעכטס) אַ 0.

איבונגען.

80) וויפיעל איז 10 מאָל 20 ? 10 מאָל 35 ? 10 מאָל 125 ? 10 מאָל 800 ? 10 מאָל 2193 ?

לאָמיר כפל׳ען 125 אויף 100:

$$\begin{array}{r} 125 \\ \times\ 100 \\ \hline \end{array}$$

ווען מיר וועלען פאַרגרעסערען די 125 אין 100 מאָל, וועלען די 5 איינצעלנע שוין באַדייטען 5 הונדערטע, די 2 צעהנדליגע — 2 טויזענדע, און די 1 הונדערט — 1 צעהנדליג טויזענד. דאָס וועט דאָך זיין די זעלבע, ווי מיר וואָלטען לכתחילה צוגעשטעלט צו 125 צוויי נולען פון רעכטס:

$$\begin{array}{r} 125 \\ \times 100 \\ \hline 12{,}500 \end{array}$$

אלזא, אויף צו כפל'ען א צאהל אויף 100, דארף מען נאר צושרייבען צו איהר (צו רעכטס) צוויי נולען.

איהר קענט זיך שוין אליין משער זיין, אז אויף צו כפל'ען א צאהל אויף 1000, דארף מען צו רעכטס צושטעלען 3 נולען; אויף צו כפל'ען אויף 10,000 דארף מען צושטעלען 4 נולען; אויף צו כפל'ען אויף 100,000 — 5 נולען, א. ז. וו.

מיט אנדערע ווערטער: אויף צו כפל'ען א צאהל אויף א כפל'ער, וואס באשטעהט פון א 1 מיט נולען, דארף מען נאר צו דער גע'כפל'טער צאהל צושרייבען אזוי פיעל נולען, ווי פיעל נולען עס איז דא אין כפל'ער.

איבונגען.

81) כפל'ט 136 אויף 100; 397 אויף 1000; 5001 אויף 1000; 207 אויף 10,000.

כפל'ען אויף א כפל'ער, וואס באשטעהט פון אירגענד וועלכער ציפער מיט נולען.

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times 20 \\ \hline \end{array}$$

לאמיר כפל'ען 36 אויף 20: צוואנציג איז דאס זעלבע, וואס 10 מאל 2. און דעריבער, אנשטאט צו כפל'ען 36 אויף 20, קען מען די 36 כפל'ען פריהער אויף 2 און נאכהער אויף 10 (אדער פארקעהרט: פריהער אויף 10 און נאכהער אויף 2). לאמיר, אלזא, פריהער כפל'ען אויף 2. 2 מאל 6 איז 12; דעם 2 שטעלען מיר, און דעם 1 פארצייכענען מיר. (ווי עס איז לייכט צו זעהן, זיינען די 12 — צעהנדליגע; און דעריבער שטעלען מיר דעם 2 ניט אין קאלום פון די איינצעלנע, נאר אין קאלום פון די צעהנדליגע). 2 מאל 3 איז 6, און צוזאמען מיט'ן 1, וואס מיר האבען פארצייכענט, איז 7.

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times 20 \\ \hline 72 \end{array}$$

יעצט איז אונז נאָר געבליבען צו כפל'ען די 72 אויף 10. שטע־לען מיר צו א 0.

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times\ 20 \\ \hline 720 \end{array}$$

לאָמיר כפל'ען 275 אויף 90.

$$\begin{array}{r} 275 \\ \times\ \ 90 \\ \hline \end{array}$$

מיר כפל'ען פריהער די 275 אויף 9:

$$\begin{array}{r} 275 \\ \times\ 9 \\ \hline 2475 \end{array}$$

(ווי איהר זעהט, האָבען מיר דעם 9 געשטעלט אונטער צעהנ־דליגע, ווייל ער איז דאָך אייגענטליך ניט קיין 9 איינצעלנע, נאָר 9 צעהנדליגע: דער כפל'ער איז דאָך 90. און צוליעב דער זעל־בער אורזאַכע האָבען מיר אונטער'ן פּאַסיקעל דעם 5 געשטעלט ניט אונטער די איינצעלנע, נאָר אונטער די צעהנדליגע).

יעצט כפל'ען מיר אויף 10. דאָס הייסט, מיר שטעלען נאָר צו רעכטס צו א 0.

$$\begin{array}{r} 275 \\ \times\ 90 \\ \hline 24{,}750 \end{array}$$

לאָמיר כפל'ען 215 אויף 200. צוויי הונדערט איז דאָך דאָס זעלבע, וואָס הונדערט גע'כפל'ט אויף 2, אדער 2 גע'כפל'ט אויף 100. און אום צו כפל'ען 215 אויף 200, כפל'ען מיר פריי־הער אויף 2:

$$\begin{array}{r} 215 \\ \times\ 2 \\ \hline 430 \end{array}$$

(דעם 2 שטעלען מיר אונטער די הונדערטע, ווייל ער באַדייטעט דאָך אייגענטליך הונדערטע).

יעצט דארפען מיר כפל'ען אויף 100; שטעלען מיר צו 2 נולען:

$$\begin{array}{r} 215 \\ \times\ 200 \\ \hline 43{,}000 \end{array}$$

אויפ'ן זעלבען אופן וועט איהר אויסגעפינען, אז 3254 גע'כפל'ט אויף 400, וועט זיין 1,291,600 אדער

$$\begin{array}{r} 3254 \\ \times\ \ 400 \\ \hline 1{,}291{,}600 \end{array}$$

אלזאָ, אויף צו כפל'ען א צאָהל אויף א כפל'ער, וואָס באַשטעהט פון א ציפער מיט עטליכע נולען, כפל'ען מיר נאָר אויף די ציפער, און נאָכהער שרייבען מיר צו אזוי פיעל נולען, ווי פיעל נולען עס זיינען דאָ אין כפל'ער.

כפל'ען אויף א כפל'ער פון מעהר ווי איין ציפער.

אין א יאָהר איז דאָ 52 וואָכען. ווי פיעל וואָכען איז אין 14 יאָהר?

52 דארף מען דאָ כפל'ען אויף 14. דאָס הייסט, מען דארף די צאָהל 52 נעהמען 14 מאָל און צונויפלעגען. אנשטאט צו נעהמען די צאָהל 52 פערצעהן מאָל, קענט איהר נעהמען פריהער 4 מאָל, נאָכהער 10 מאָל און דאַן צונויפלעגען. מיט אנדערע ווערטער, 52 קען מען כפל'ען פריהער אויף די 4 פון כפל'ער, נאָכהער אויפ'ן 1 פון כפל'ער (עס הייסט אויף 10, וואָרים דער 1 איז דאָך א צעהנדליג) און דאַן צונויפלעגען די צוויי פראָדוקטען.

דעם חשבון מאַכען מיר דארום ווי פאָלגט:

מיר שרייבען דעם כפל'ער אונטער דער גע'כפל'טער צאָהל:

$$\begin{array}{r} 52 \\ \times\ 14 \\ \hline \end{array}$$

מיר כפל'ען די גע'כפל'טע פריהער אויף 4 און דעם פּראָדוקט שרייבען מיר אונטער'ן פּאַסיקעל:

$$\begin{array}{r} 52 \\ \times 14 \\ \hline 208 \end{array}$$

נאָכהער כפל'ען מיר די גע'כפל'טע אויף 10. אָבער אום צו כפל'ען אויף א צאָהל מיט נולען כפל'ט מען אויף די צאָהל, און די נולען שרייבט מען צו (פון רעכטס). צו כפל'ען אַלזאָ אויף 10 דארף מען כפל'ען אויף 1 און צושרייבען א 0. אַלזא 1 מאָל 2 איז 2. דיעזע 2 שטעלען מיר אין קאָלום פון די צעהנדליגע, וואָרים דער 1, אויף וועלכען מיר האָבען גע'כפל'ט, איז דאָך א צעהנדליג.

$$\begin{array}{r} 52 \\ \times 14 \\ \hline 208 \\ 2 \end{array}$$

1 מאָל 5 איז 5. דיעזע 5 שטעלען מיר אין קאָלום פון די הונדערטע. וואָרים אי דער 5 (פון דער גע'כפל'טער) און אי דער 1 (פון כפל'ער) זיינען צעהנדליגע; און צעהנדליגע גע'כפל'ט אויף צעהנדליגע גיבען הונדערטע:

$$\begin{array}{r} 52 \\ \times 14 \\ \hline 208 \\ 52 \end{array}$$

דער צווייטער פּראָדוקט אַלזאָ איז 52. יעצט דארפען מיר אייגענטליך צו רעכטס (פון 52) צושטעלען א 0. אָבער מיר קענען זיך שוין באגעהן אָהן דעם, וואָרים דער 2 שטעהט דאָך סאַי ווי סאַי אין קאָלום פון די צעהנדליגע. און די 52 וועט שוין סאַי ווי סאַי יעדער לייענען „פינף הונדערט צוואַנציג" און ניט „צוויי און פופציג."

יעצט לעגען מיר צוזאַמען דיביידע פּראָדוקטען:

$$\begin{array}{r} 52 \\ \times\ 14 \\ \hline 208 \\ 52 \\ \hline 728 \end{array}$$

אויך קען מען די 52 כפל׳ען פריהער אויף 10 נאָכהער אויף 4:

$$\begin{array}{r} 52 \\ \times\ 14 \\ \hline \end{array}$$

כפל׳ען מיר פריהער אויף די צעהנדליגע, עס הייסט אויף 1. און די ערשטע ציפער פון פּראָדוקט, וואָס מיר באַקומען פון כפל׳ען 52 אויף 1, שטעלען מיר, נאַטירליך, אין קאָלום פון די צעהנדליגע. אַלזאָ 52 כפל׳ען מיר אויף 1:

$$\begin{array}{r} 52 \\ \times\ 14 \\ \hline 52 \end{array}$$

יעצט כפל׳ען מיר די 52 אויף די איינצעלנע, און די ערשטע ציפער שטעלען מיר, נאַטירליך, אין קאָלום פון די איינצעלנע. אַלזאָ, 52 כפל׳ען מיר אויף 4:

$$\begin{array}{r} 52 \\ \times\ 14 \\ \hline 52 \\ 208 \\ \hline 728 \end{array}$$

צוזאַמען

דער פּראָדוקט אַלזאָ איז דער זעלבער.

לאָמיר כפל׳ען 324 אויף 23.

אויך אין דיעזען פאַל קענען מיר אָנפאַנגען דעם כפל פון די איינצעלנע, אדער פון די צעהנדליגע:

324	324
× 23	× 23
648	972
972	648
7452	7452

אויף אן עהנליכען אופן:

224	224
× 46	× 46
896	1344
1344	896

נאָר אָנגענומען איז אָנצופאנגען דעם כפל פון די איינצעלנע.

איבונגען.

82) אין פארק זיינען דאָ 13 שורות בוימער, צו 21 אין א שורה ווִיפיעל בוימער זיינען דאָ אין פאַרק?

83) וויפיעל בוכשטאַבען זיינען דאָ אין 27 שורות, ווען אין א שורה זיינען דאָ 51 בוכשטאַבען?

84) וויפיעל קאָסט 87 פונט ביסקוויטען צו 12 סענט א פונט?

85) אַ שיף, וואָס געהט מיט אַ שנעלקייט פון 250 מייל א טאָג, איז געגאנגען פון ליווערפול נאָכ'ן „שפיץ פון גוטער האָפנונג" (קעיפ אָוו גוד האָופ) — דרום־שפיץ פון אַפריקאַ 28 טעג. ווי ווייט איז ליווערפול פון "שפיץ פון גוטער האָפנונג"?

86) כפל'ט 632 אויף 35.

כפל מיט אַ כפל'ער פון מעהר ווי צוויי ציפער.

יעצט לאָמיר נעהמען א ביישפיעל, וואו דער כפל'ער האָט מעהר ווי צוויי ציפערען:

$$\begin{array}{r} 376 \\ \times\ 243 \end{array}$$

ווי מיר ווייסען שוין, איז כפל'ען 376 אויף 243 דאָס זעל־בע, ווי כפל'ען 376 פריהער אויף 3 איינצעלנע, נאָכהער אויף 4 צעהנדליגע, נאָך דעם אויף 2 הונדערטע און צולעצט צונויפלע־גען די דריי פּראָדוקטען.

כפל'ען מיר די גע'כפל'טע אויף 3 (איינצעלנע):

376
× 243
———
1128

נאָכהער אויף 4 (צעהנדליגע), און די ערשטע ציפער פון דיע־
זען פראָדוקט שטעלען מיר, ווי אויבען ערקלעהרט, אין קאָלום פון
די צעהנדליגע:

376
× 243
———
1128
1504

נאָך דעם כפל'ען מיר אויף 2 (הונדערטע). און אום צו ווייזען, אז די ערשטע ציפער פון דיעזען פראָדוקט באדייטעט הונדערטע, שטעלען מיר איהר אין קאָלום פון די הונדערטע:

376
× 243
———
1128
1504
752

צולעצט לענען מיר צוזאמען די דריי פראָדוקטען:

1128
1504
752
———
19,368

מען קען אָנפאנגען דעם כפל אויך פון די הונדערטע:

376
× 243
———
752
1504
1128
———
91,368

פון דיזען און פון די פריהערדיגע ביישפיעלע זעהען מיר, אז ביים כפל'ען באקומען מיר א רייהע פראָדוקטען, איינער אונטער'ן אנדערען, אין דער פאָרמע פון א לייטער. יעדע צאָהל פון „לייטער" איז א טיילווייזער פראָדוקט. מיר לעגען צוזאמען אלע צאָהלען פון „לייטער", עס הייסט אלע טיילווייזע פראָדוקטען צוזאמען, און דער סך הכל איז דער גאנצער פראדוקט.

כפל'ען אויף א כפל'ער מיט נולען אין מיטען.

לאָמיר כפל'ען 683 אויף 205:

$$\begin{array}{r} 683 \\ \times\ 205 \\ \hline \end{array}$$

מיר כפל'ען פריהער אויף 5 (איינצעלנע: 3415

נאָכהער אויף 0 (צעהנדליגע): 000

און נאָך דעם אויף 2 (הונדערטע): 1366

עס איז לייכט צו זעהן, אז די 000 קענען מיר אין גאנצען אויסלאָזען, ווארים 000 איז דאָך 0, עס הייסט גאָר נישט.

די גאנצע זאך, וואָס מיר דארפען דאָ אכטונג געבען, איז דאָס דער פראָדוקט 1366 זאָל זיך (פון רעכטס) אנפאנגען אין קאָלום פון די הונדערטע. און דעם חשבון שרייבען מיר:

$$\begin{array}{r} 683 \\ \times\ 205 \\ \hline 3415 \\ 1366 \\ \hline 140{,}015 \end{array}$$

אויף אן עהנליכען אופן זיינען מיר זיך נוהג, ווען דער כפל'ער ענטהאלט אין מיטען מעהר ווי איין 0. אַט, צ. ב. ש.:

$$\begin{array}{r} 3427 \\ \times\ 2009 \\ \hline 35843 \\ 6854 \end{array}$$

מיר האָבען גע'כפל'ט אויף די איינצעלנע, איבערגעהיפט די נולען (צעהנדליגע און הונדערטע); נאָכהער האָבען מיר גע'כפל'ט

אויף די טויזענדע, און די ערשטע ציפער, וואס מיר האבען באַקומען (4), האבען מיר געשטעלט אין קאלום פון טויזענדע.

ווען אין מיטען כפל'ער זיינען דא נולען, היפען מיר זיי איבער, און מיר כפל'ען בלויז אויף די ציפערען, וואס האבען א באַדייטונג. יעדע צאהל, וואס מיר באקומען פון כפל'ען די גע'כפל'טע אויף א ציפער פון כפל'ער פאנגען מיר אן פון קאלום, אין וועלכען די דאזינע ציפער שטעהט.

23־טער כלל:

אום צו כפל'ען איין צאהל אויף א צווייטע, שרייבט מען דעם כפל'ער אונטער דער געכפל'טער אזוי, דאס איינצעלנע זאלען שטעהן אונטער איינצעלנע, צעהנדליגע אונטער צעהנדליגע א. ז. וו.

פריהער כפל'ט מען די גע'כפל'טע אויף די ציפער פון די איינצעלנע, און דעם פראדוקט שטעלען מיר אונטער'ן פאסיקעל אזוי, דאס זיין ערשטע ציפער זאל שטעהן אונטער דער ערשטער ציפער פון כפל'ער. נאכהער כפל'ען מיר די גע'כפל'טע אויף די ציפער פון די צעהנדליגע, און דעם פראדוקט שטעלען מיר אונטער'ן ערשטען פראדוקט אזוי, דאס זיין ערשטע ציפער זאל שטעהן אונטער דער ציפער פון די צעהנדליגע פון כפל'ער.

נאכהער כפל'ט מען די געכפל'טע אויף די ציפער פון די הונדערטע, און די ערשטע ציפער פון דיעזען פראדוקט שטעלט מען אין קאלום פון הונדערטע; א. ז. וו.

די טיילווייזע פראדוקטען ווערען געשריבען אין דער פארמע פון א לייטער אזוי, דאס יעדער פון זיי פאנגט זיך אן אין קאלום פון דער ציפער, אויף וועלכע די גע'כפל'טע איז גע'כפל'ט געווארען.

24־טער כלל:

אויף צו כפל'ען א צאהל אויף א כפל'ער, וואס באשטעהט פון א 1 מיט נולען, שרייבען מיר צו דער גע'כפל'טע צו (פון רעכטס) אזוי פיעל נולען, וויפיעל עס איז דא אין כפל'ער.

25־טער כלל:

אויף צו כפל'ען א צאהל אויף א כפל'ער, וואס ענדיגט זיך מיט נולען, כפל'ען מיר אויף די באדייטענדע ציפערן און שרייבען (פון רעכטס) צו אזוי פיעל נולען וויפיעל עס איז דא אין כפל'ער.

26-טער כלל:

עהנליכעס טוען מיר, ווען די גע׳כפל׳טע איז א צאהל, וואס ענ־דיגט זיך מיט נולען: מיר כפל׳ען די געכפל׳טע אהן די נולען, און נאכהער שרייבען מיר צו אזוי פיעל נולען, ווי פיעל עס איז דא אין דער געכפל׳טער.

27-טער כלל:

אויב ביידע — די גע׳כפל׳טע און דער כפל׳ער ענדיגען זיך מיט נולען, כפל׳ען מיר די צאהלען אהן נולען, און נאכהער לייגען מיר צו אזוי פיעל נולען, ווי פיעל עס איז דא אין דער גע׳כפל׳טער און כפל׳ער צוזאמען.

איבונגען.

כפל׳ט די פאלגענדע צאהלען:

87) 275·230; 88) 560·348; 89) 2,000·430;
90) 506·70; 91) 425·205; 92) 2,006·200;
93) 3,005·1,002; 94) 30,080·2,005; 95) 8,070·2,010;
96) 2,500·100; 97) 5,000·1,000; 98) 60,000·10,000·

כפל פון מעהר ווי צוויי כפל׳ערס.

יעדער פון די 18 ארבייטער פון א פאבריק פארדיענט דורכ־שניטליך 1200 דאל. א יאהר. דער יעהרליכער פראפיט פון פאב־ריקאנט איז 5 מאל אזוי גרוים, ווי די סומע, וואס אלע ארביי־טער צוזאמען האבען דורכ׳ן יאהר געמאכט. ווי גרוים איז דעם פאבריקאנט׳ס פראפיט?

דא קומט שוין אוים צו כפל׳ען איינע אויף די אנדערע מעהר ווי צוויי צאהלען.

אום צו געפינען די גרויס פון פראפיט, געפינען מיר פריהער אויס די יעהרליכע שכירות פון אלע ארבייטער:

1200 × 18 = 21,00 דאל.

און די 21,600 דאל. כפל׳ען מיר אויף 5.

28-טער כלל:

אויב מיר האבען מעהר ווי צוויי כפל'ערס, כפל'ט מען פריהער איין כפל'ער אויף א צווייטען, דעם פראדוקט כפל'ט מען אויפ'ן 3טען כפל'ער, דעם נייעם פראדוקט — אויפ'ן פערטען, א. ז. וו.

איבונגען.

כפל'ט די צאהלען:

99) 25 · 16 · 10 · 1;
100) 68 · 30 · 15 · 4;
101) 125 · 48 · 50 · 36
102) 526 · 192 · 200 · 176
103) 3500 · 120 · 409
104) 728 · 43 · 340

גראדען פון א צאהל.

אין מאנכע פעלע קומט אויס צו כפל'ען צאהלען, וואס זיינען גלייך איינע צו דער אנדערער, אדער, — ווי מען דריקט זיך אין אזא פאל אויס, — צו כפל'ען א צאהל אויף זיך זעלבסט. אט צ. ב. ש., 2×2; $2\times2\times2$; 3×3; $3\times3\times3$; א. ז. וו.

אין די פעלע, וואו די גע'כפל'טע צאהלען זיינען גלייך צווישען זיך, איז ניט נויטיג אויסצושרייבען זיי אלעמען, אט, צ. ב. ש., עס איז ניט נויטיג צו שרייבען 2 · 2, אדער 2 · 2 · 2, אדער 3 · 3 · 3 · 3 א. ז. וו. אנשטאט דעם קען מען זיך באגנוגען מיט דעם, וואס מיר שרייבען די צאהל איין מאל און באצייכענען נאר, ווי פיעל מאל מיר נעהמען איהר אלס כפל'ער.

אט, צ. ב. ש., אין 2 · 2 ווערט די צאהל גענומען אלס כפל'ער 2 מאל. אנשטאט צו שרייבען „2 · 2" שרייבען מיר די צאהל 2 איין מאל און אויבען צו רעכטס שטעלען מיר א קליינעם צייכען ^{2} אויף צו באדייטען, אז מיר נעהמען 2 אלס כפל'ער 2 מאל.

אנשטאדט 2 · 2 אלזא, שרייבט מען 2^2

אנשטאדט 2 · 2 · 2 שרייבט מען 2^3

אנשטאדט 3 · 3 · 3 · 3 שרייבט מען 3^4

אנשטאדט 4 · 4 · 4 · 4 · 4 · 4 שרייבט מען 4^6, א. ז. וו.

די צאהל גופא וואס ווערט גענומען אלס כפל'ער רופט זיך ווארצעל; די קליינע ציפער, וואס מען שטעלט אויבען צו רעכטס פון ווארצעל, אויף צו באצייכענען, ווי פיעל מאל מען נעהמט

איהר אלס כפל'ער, רופט זיך גראַד־ווייזער; און דעם וואָרצעל מיט'ן גראַד־ווייזער רופט זיך גראַד.

אָט, צ. ב. ש., אין 3^4 איז 3 דער וואָרצעל, 4 דער גראַד־ווייזער, און 3^4 איז דער גראַד.

ערהויבען אַ צאָהל אין אַ געוויסען גראַד.

צו ערהויבען אַ צאָהל אין אַ געוויסען גראַד, הייסט צו נעהמען די צאָהל אלס כפל'ערס אזוי פיעל מאָל, ווי גרויס עס איז דער גראַד־ווייזער פון גראַד. אָט, צ. ב. ש., צו ערהויבען 6 אין 4־טען גראַד (6^4), הייסט צו נעהמען 6 אלס כפל'ער 4 מאָל.

$$6^4 = 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = 1296$$

אַ גראַד, וואו דער גראַד־ווייזער איז אַ 2, רופט זיך אַ סקוועער (אין רוסיש קוואַדראַט). אָט, צ. ב. ש., 2^2 איז דער סקוועער פון 2; 3^2 — דער סקוועער פון 3; 4^2 — דער סקוועער פון 4, א. ז. וו.

אַ גראַד, וואו דער גראַד־ווייזער איז 3, איז אַ קוב. אָט צ. ב. ש., 2^3 איז דער קוב פון 2; 3^3 — דער קוב פון 3, א. ז. וו.

אין חשבונות איז ניצליך צו וויסען די סקוועערס און די קובס פון קליינע צאָהלען. מיר גיבען דאָ אַ טאַבעלע פון סקוועערס און קובס פון צאָהלען ביז 10.

טאַבעלע פון סקוועער און קובס.

$1^3 = 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$	$1^2 = 1 \cdot 1 = 1$
$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$	$2^2 = 2 \cdot 2 = 4$
$3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$	$3^2 = 3 \cdot 3 = 9$
$4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$	$4^2 = 4 \cdot 4 = 16$
$5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$	$5^2 = 5 \cdot 5 = 25$
$6^3 = 6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$	$6^2 = 6 \cdot 6 = 36$
$7^3 = 7 \cdot 7 \cdot 7 = 343$	$7^2 = 7 \cdot 7 = 49$
$8^3 = 8 \cdot 8 \cdot 8 = 512$	$8^2 = 8 \cdot 8 = 64$
$9^3 = 9 \cdot 9 \cdot 9 = 729$	$9^2 = 9 \cdot 9 = 81$
$10^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000$	$10^2 = 10 \cdot 10 = 100$

איבונגען.

שרייבט:

105) 5־טער גראד פון 3; 106) 4־טער גראד פון 7; 107) 6־טער גראד פון 5.

פארוואנדעלט די גראדען אין געוועהנליכע כפל׳ם:

108) 7^4; 109) 8^6; 110) 9^5; 111) 15^3; 112) 25^2; 113) 40^7.

פארוואנדעלט די געוועהנליכע כפל׳ם אין גראדען:

114) $12 \cdot 12$; 115) $30 \cdot 30 \cdot 30$; 116) $96 \cdot 96 \cdot 96 \cdot 96$.

געפינען דעם וואָרצעל פון א צאָהל.

מיר ווייסען שוין, וואָס עס הייסט צו „ערהויבען א וואָרצעל צו א געוויסען גראד". צו ערהויבען 4 צום 3־טען גראד הייסט צו נעהמען 4^3, עס הייסט צו נעהמען 4 אלס כפל׳ער 3 מאָל.

$$4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$$

אלזאָ 64 (אָדער 4^3) איז דער דריטער גראד (קוב) פון 4.

אין דיעזען ביישפיעל איז אונז געווען געגעבען דער וואָרצעל (4) און דער גראד־ווייזער (3), און מיר האָבען געפונען דעם גראד (64). אמאָל קומט אויס, פארקעהרט, צו געפינען דעם וואָרצעל: עס ווערט געגעבען דער גראד, אויך ווערט אָנגעוויזען דער גראד־ווייזער, און מען דאַרף אויסגעפינען דעם וואָרצעל.

אָט, צ. ב. ש., מיר האָבען דעם גראד 8, און דעם גראד־ווייזער 3, און מיר ווילען געפינען דעם וואָרצעל. מיט אנדערע ווערטער, מיר ווילען געפינען אזא צאָהל, וואס ווען מיר וועלען איהר ערהויבען אין 3־טען גראד, וועט זיין 8.

מיר באצייכענען דאָס אויף אזא אופן:

מיר שטעלען דעם גראד; איבער איהם שטעלען מיר דעם צייכען „ראדיקאל", וועלכער האָט אזא פאָרמע $\sqrt{}$ (דער וואָרט „ראדיקאל" נעהמט זיך פון לאטייניש׳ען „ראדיקס", וואס באדייטעט

„וואָרצעל״) און איבער׳ן צייכען √ שטעלען מיר דעם גראַד־ווייזער (וועלכער רופט זיך אין דיזען פאַל וואָרצעל־ווייזער. אויב איבער׳ן צייכען √ איז קיין וואָרצעל־ווייזער ניט אָנגעגעבען, הייסט עס אז דער וואָרצעל־ווייזער איז 2).

אַלזאָ אויף צו באַצייכענען, אַז מיר ווילען געפינען דעם וואָרצעל, וואָס וועהרענדיג ערהויבען אין דריטען גראַד, וועט זיין 8, שרייבען מיר ווי פאָלגט:

$$\sqrt[3]{8}$$

(√ איז דער ראַדיקאַל; 8 איז דער גראַד; 3 איז דער וואָרצעל ווייזער.)

עס איז לייכט צו פאַרשטעהן, אַז ווי באַלד ווען מען ערהויבט 2 אין דריטען גראַד, באַקומען מיר 8, איז דאָך 2 דער געזוכטער וואָרצעל פון גראַד 8, ווען דער וואָרצעל־ווייזעל איז 3. דאָס הייסט, אַז די צאָהל, וואָס מען דאַרף ערהויבען אין דריטען גראַד אויף צו באַקומען 8, איז 2.

$$\sqrt[3]{8} = 2$$

אויך איז לייכט צו זעהן, אַז

$$\sqrt[2]{49} = 7$$

עס הייסט, אַז די צאָהל, וואָס מען דאַרף ערהויבען צום צווייטען גראַד (סקווער) אויף צו באַקומען 49, איז 7.

צו געפינען וואָרצלען פון צאָהלען איז ניט אַזאַ לייכטע אַרבייט. עס זיינען דאָ געוויסע כּללים, ווי צו געפינען די וואָרצלען פון געגעבענע גראַדען. אָבער אויף דעם פאַדערט זיך אַ באַקאַנטשאַפט מיט אַלגעבראַ.

מיר וועלען זיך דאָ באַגנוגען מיט טאַבעלען פון סקווער און קוב־גראַדען, וואו די וואָרצלען זיינען צאָהלען ביז 10.

טאבעלע פון סקוועער און קוב־ווארצלען.

$\sqrt[2]{1} = 1$	$\sqrt[3]{1} = 1$
$\sqrt{4} = 2$	$\sqrt[3]{8} = 2$
$\sqrt{9} = 3$	$\sqrt[3]{27} = 3$
$\sqrt{16} = 4$	$\sqrt[3]{64} = 4$
$\sqrt{25} = 5$	$\sqrt[3]{125} = 5$
$\sqrt{36} = 6$	$\sqrt[3]{216} = 6$
$\sqrt{49} = 7$	$\sqrt[3]{343} = 7$
$\sqrt{64} = 8$	$\sqrt[3]{512} = 8$
$\sqrt{81} = 9$	$\sqrt[3]{729} = 9$
$\sqrt{100} = 10$	$\sqrt[3]{1000} = 10$

פלאץ פון דער גע׳כפל׳טער און פון כפל׳ער.

ווי מיר האָבען געזעהן, איזביים כפל׳ען צאָהלען קיין אונ־טערשיעד ניט, וועלכע צאָהל מיר מאכען פאר די גע׳כפל׳טע און וועלכע פאר׳ן כפל׳ער. ווען איהר דארפט כפל׳ען, צ. ב. ש., די צאָהלען 10 און 5, וועט גאָר קיין אונטערשיעד ניט זיין, צי מיר וועלען 10 כפל׳ען אויף 5, אָדער 5 אויף 10. אין יעדען פון די ביידע פעלע וועט דער פּראָדוקט זיין 50.

אן אונטערשיעד מאכען מיר יע, ווען איינע איז א לענגערע צאָהל, און די צווייטע איז א קירצערע, ווי צ. ב. ש., 365 און 32. אויב מיר וועלען כפל׳ען 32 אויף 365, וועלען מיר האָבען דריי טיילווייזע פּראָדוקטען, ווערענד כפל׳ענדיג 365 אויף 32 האָבען מיר נאָר צוויי טיילווייזע פּראָדוקטען. עס איז דארום בעקוועמער צו כפל׳ן 365 אויף 32, איידער 32 אויף 365.

ווייבאלד מיר ווייסען, אז עס איז אלץ איינס, וועלכע צאהל מיר מאכען פאר די גע'כפל'טע און וועלכע פאר'ן כפל'ער, האבען מיר א מעגליכקייט צו מאכען א פראבע אויף צו איבערצייגען זיך, צי דער כפל איז ריכטיג.

מיר האבען גע'כפל'ט, צ. ב. ש., 365 אויף 32 און האבען באקומען 11,680. אויב מיר וועלען יעצט כפל'ען 32 אויף 365 און באקומען די זעלבע צאהל (11,680), וועט עס זיין א סימן, אז דער כפל איז ריכטיג.

אום צו מאכען, אלזא, א פראבע פון כפל כפל'ען מיר דעם כפל'ער אויף די גע'כפל'טע. און אויב מיר באקומען דעם זעלבען פראדוקט, איז דער חשבון ריכטיג.

ה. חילוק.

1) א מוטער האָט איהרע דריי קינדער מיטגעגעבען אין סקוהל דריי עפּעל. ווי פיעל עפּעל האָט יעדער פון די קינדער באַקומען? יעדער האָט, נאַטירליך, געקראָגען א דריט־חלק פון דער גאַנצער צאָהל עפּעל. די עפּעל דאַרף מען דארום צוטיילען אויף דריי גלייכע חלקים. דאָס הייסט, מען דאַרף 3 צוטיילען אויף 3.

2) א מיידעל האָט געקויפט 6 פלוימען און האָט אויפגע־געסען א העלפט. ווי פיעל האָט זי איבערגעלאָזט אויף שפּעטער? אויב זי האָט אויפגעגעסען א העלפט, איז דאָך ביי איהר געבליבען א העלפט. די פלוימען דאַרף מען דעריבער צוטיילען אויף צוויי גלייכע העלפטען. אדער פּראָסט גערעדט: 6 צוטיילען אויף 2.

3) איין ארבייטער האָט אין פאַרלויף פון וואָך געארבייט 8 שטונדען אָווערטיים; און דער צווייטער 4 שטונדען. מיט ווי־פיעל מאָל האָט דער צווייטער געארבייט ווייניגער אָווערטיים ווי דער ערשטער? דער צווייטער האָט געארבייט אזוי פיעל מאָל ווייניגער אָווערטיים, וויפיעל מאָל 4 איז ווייניגער פון 8. דאַר־פען מיר 8 צוטיילען אויף 4.

4) די עקסקוירשאַן שיף מאַכט 3 מייל א שטונדע. אין ווי־פיעל שטונדען וועט זי אפּגעהן 9 מייל? צו מאַכען 9 מייל וועט דער שיף געדויערען אזוי פיעל שטונדען, ווי פיעל מאָל 3 מייל עס ענטהאַלט זיך אין 9 מייל. דארפען מיר צוטיילען 9 אויף 3.

5) דער ברודער איז 10 יאָהר אַלט, און די שוועסטער איז 5 מאָל אינגער. ווי אַלט איז די שוועסטער? אום צו וויסען, ווי אַלט איז די שוועסטער, דאַרף מען געפינען א צאָהל, וואָס איז 5 מאָל ווייניגער פון 10. דאַרף מען 10 צוטיילען אויף 5.

אין אַלע פעלע אַלזאָ, וואו מען דאַרף אויסגעפינען א געוויסען טייל פון א צאָהל; אדער א צאָהל, וואָס איז אזוי פיעל און אזוי

פיעל מאָל קלענער פון אן אנדער צאָהל; אָדער וויפיעל מאָל איין צאָהל איז גרעסער אָדער קלענער פאר אן אנדער צאָהל; אָדער וואו מען דארף פארקלענערען א צאָהל אין עטליכע מאָל, — אין אלע אזעלכע פעלע צוטיילען מיר איין צאָהל אויף א צווייטע. דער חשבון פון צוטיילען איין צאָהל אויף אן אנדער רופט זיך חילוק, און שרייבט זיך ווי פאָלגט:

$$8 : 4 = 2$$

דאָס לייענט זיך: „אכט צוטיילען אויף 4 איז 2.״

די צאָהל 8, וואס מיר צוטיילען, רופט זיך די געטיילטע; די צאָהל 4, אויף וועלכע מיר טיילען, רופט זיך דער טיילער; און דער רעזולטאט 2, וואס מיר באקומען, רופט זיך דער חלק.

$$12 : 3 = 4$$

ווי רופט זיך דער 12? דער 3? דער 4?

חילוק שרייבט מען אויך ווי פאָלגט:

$$2)\ 8\ (4 \quad \text{אדער} \quad \begin{array}{c|c} 8 & 4 \\ \hline & 2 \end{array} \quad \text{אָדער} \quad \frac{8}{4} = 2$$

אין די אויבען-געבראכט ביישפיעלע איז אי די געטיילטע, אי דער טיילער געווען א צאָל, וואָס באשטעהט נאָר פון איין ציפער. יעצט לאָמיר ווייזען, ווי מען מאכט א חילוק, ווען די גע־טיילטע איז א צאָהל פון מעהר ווי איין ציפער.

3 שותפים האָבען צוטיילט צווישען זיך 36 דאלאר. ווי פיעל האָט יעדער באקומען אויף זיין חלק?

עס איז ניט שווער צו פארשטעהן, אז עס איז קיין אונטער־שיעד ניט, צי מיר וועלען צוטיילען די 36 אויף א מאָל, אדער מיר וועלען צוטיילען פריהער די צעהנדליגע און נאָכהער די 6 איינ־צעלנע. 3 צעהנדליגע צוטיילען אויף 3 איז 1 צעהנדליג, עס הייסט, יעדער שותף באקומט 1 צעהנדליג; 6 איינצעלנע אויף 3 איז 2 איינצעלנע. דער חלק אלזא וועט זיין 1 צעהנדליג און 2 איינ־צעלנע, עס הייסט 12.

מיר שרייבען דעם חשבון אזוי: מיר שרייבען די געטייל־טע 36; צו לינקס פון איהר שטעלען מיר א האלבע לבנה (, און אין איהר שטעלען מיר דעם טיילער, ווי פאלגט: 36 (3. צו רעכטס שטעלען מיר א פארקעהרטע האלבע לבנה) און הינטער איהר דעם חלק. און מיר פאנגען אן צו צוטיילען פון לינקס: 3 (צעהנדליגע) אויף 3, איז 1; שטעלען מיר אין חלק אן 1. 6 (איינצעלנע) אויף 3, איז 2; שטעלען מיר אין חלק, אויפ'ן פלאץ פון די איינצעלנע, א 2. דער חשבון איז, ווי פאלגט: 12) 36 (3.

אזוי שרייבט מען דא, אין די פאראייניגטע שטאאטען. אין רוסלאנד שרייבט מען ווי פאלגט:

צו רעכטס פון דער געטיילטער שרייבט מען אזא צייכען └── עס הייסט א פאסיקעל פון אויבען ארונטער און א פאסי־קעל פון לינקס צו רעכטס. דעם טיילער שרייבט מען צווי־שען די צוויי פאסיקלעך, און דעם חלק אונטער דעם פאסיקעל (פון לינקס צו רעכטס). דעם חשבון שרייבט מען ווי פאלגט:

$$\begin{array}{r|l} 36 & 3 \\ \hline & 12 \end{array}$$

פאר 6 פלאשען מילך האט איהר דעם מילך־טרעגער באצאהלט 84 סענט. ווי פיעל קאסט איין פלאש מילך? עס פארשטעהט זיך, אז 1 פלאש קאסט 6 מאל ווייניגער פון 84 סענט. און דע־ריבער דארף מען 84 סענט צוטיילען אויף 6:

6) 84 (

מיר צוטיילען פריהער די 8 צעהנדליג, אויף 6. 8 צו־טיילען אויף 6 טיילען, וועט אויף יעדען טייל אויסקומען צו 1 (צעהנדליג). שרייבען מיר אין חלק א 1.

6) 84 (1

אין יעדען פון די 6 טיילען וועט זיין 1 צעהנדליג; און אין אלע 6 טיילען, וועט זיין 6 מאל 1, עס הייסט בלויז 6 צעהנדליגע, ניט 8. ארונטערנעהמענדיג די 6 (צעהנדליגע) פון די 8 (צעהנד־ליגע), בלייבט 2.

6) 84 (1
—6
——
2

דאָס זיינען 2 צעהנדליגע, נאַטירליך. אויסער די 2 צעהנדליגע האָבען מיר נאָך 4 איינצעלנע. טראָגען מיר ארונטער דעם 4, האָבען מיר 24.

24 צוטיילען אויף 6 טיילען, קומט אויף יעדער טייל אויס 4 (איינצעלנע) שרייבען מיר אין חלק א 4.

6) 84 (14
—6
——
24

אין יעדען פון די 6 טיילען וועט זיין 4 איינצעלנע; און אין אלע 6 טיילען, וועט זיין 6 מאָל 4 (אָדער 4 מאָל 6), עס הייסט 24. נעהמען מיר די 24 ארונטער פון 24, בלייבט 0.

אָט ווי דער חשבון ווערט געשריבען:

6) 84 (14
—6
——
24
—24
——
0

חילוק מיט א דיפערענץ.

אין דיעזען פאַל, אזוי גוט, ווי אין פאָריגען (36 : 3), האָט זיך די געטיילטע צוטיילט אויפן טיילער, און עס איז גאר ניט געבליבען. עס זיינען אָבער דאָ פעלע, וואו נאָך דער צוטיילונג בלייבט נאָך א צאָהל. אָט, צ. ב. ש., צוטיילט 11 אויף 4. איהר וועט באַקומען א חלק 2. אויסער דעם, וועט איהר נאָך האָבען 3, וואָס בלייבט ביי אייך און טיילט זיך ניט אויף 4. די צאָהל, וואָס בלייבט, רופט זיך דיפערענץ. דער דיפערענץ טיילט זיך ניט אויפ'ן טיילער. שרייבט מען נאָר, אז מען דארף איהם צו-

טיילען, אַט אזוי: $\frac{3}{4}$. דאָס לייענט זיך: „3 דארף מען צוטיילען אויף 4".

אלזאָ

$$11 : 4 = 2\frac{3}{4}$$

דער קצב האָט ביי איך גענומען 89 סענט פאר 3 פונט פלייש. ווי טייער רעכענט ער 1 פונט פלייש? צוטיילען מיר 89 אויף 3.

```
3) 89 ( 29
 — 6
 ———
   29
 — 27
 ———
    2
```

דער ענטפער וועט זיין: 29⅔ סענט.

¾, ⅔ א. ד. גל. רופען זיך ברוך־צאָהלען. ווי צו באַנעהן זיך מיט ברוך־צאָהלען, וועלען מיר ווייזען אין א שפּעטערדיגען קאַפּיטעל.

בעפאר מיר געהען ווייטער, ווילען מיר ציהען די אויפמערקזאמקייט פון לעזער אויף אן איינצעלהייט, וואס ער האָט שוין וואהרשיינליך אליין באמערקט, און דאָס איז פאלגענדעס:

וועהרענד אין חיבור, חיסור און כפל פאנגען מיר אָן דעם חשבון פון רעכטס, פאנגען מיר אין חילוק אָן פון לינקס. אין די אויבען געבראכטע ביישפּיעלע האָבען מיר אָנגעפאנגען פון די צעהנדליגע און זיינען אריבער צו די איינצעלנע. ווען מיר וואלטען דאַרפען געהאט אויך הונדערטע, וואלטען מיר אָנגעפאנגען פון טיילען די הונדערטע, נאָכהער וואלטען מיר געטיילט די צעהנדליגע און די איינצעלנע. עס פארשטעהט זיך, אז קענען קען מען אויך חילוק אָנפאנגען פון רעכטס. אָבער עס איז ניט אזוי באַקוועם.

חילוק פון א געטיילטער פון מעהר ווי צוויי ציפערען.

לאָמיר צוטיילען 765 אויף 5.

מיר וועלען צוטיילען פריהער די הונדערטע, נאָכהער די

צעהנדליגע און נאָך דעם די איינצעלנע. פאנגען מיר אָן פון די הונדערטע:

5) 765 (1

7 (הונדערטע) צוטיילען אויף 5, וועט זיין 1 (הונדערט). שטעלען מיר אין חלק אן 1. דאָס הייסט, אז אויף יעדען פון די 5 טיילען קומט אויס 1 (הונדערט). אבער אויב אויף יעדען פון די 5 טיילען קומט אויס 1, טאָ אויף אלע 5 קומט אויס 5 מאָל 1 (הונדערט). כפל'ען מיר דעם 1 אויפ'ן טיילער 5, באקומען מיר 5, וועלכע מיר נעהמען ארונטער פון 7, און עס בלייבט 2.

5) 765 (1
— 5
———
2

דיעזע 2 (הונדערטע) זיינען 20 צעהנדליגע. טראגען מיר ארונטער די 6 צעהנדליגע, האָבען מיר 26 (צעהנדליגע).

5) 765 (1
— 5
———
26

26 (צעהנדליגע) צוטיילען אויף 5, וועט זיין 5 (צעהנדליגע). שטעלען מיר אין חלק א 5.

5) 765 (15
— 5
———
26

אויב אויף יעדער פון די 5 טיילען קומט אויס צו 5 צעהנדליגע, טאָ אויף אלע 5 קומט אויס 5 מאָל 5 צעהנדליגע. כפל'ען מיר 5 אויף 5, באקומען מיר 25, וועלכע מיר נעהמען ארונטער פון 26. בלייבט 1.

5) 765 (15
— 5
———
26
— 25

דיזער 1 איז 1 צעהנדליג, אדער 10 איינצעלנע. טראגען מיר ארונטער די 5 איינצעלנע, האָבען מיר 15 (איינצעלנע).

5) 765 (15
—5
———
26
—25
———
15

צוטיילען מיר די 15 אויף 5, באקומען מיר 3 (איינצעלנע), וועלכע מיר שטעלען אין חלק.

5) 765 (153
—5
———
26
—25
———
15

אויב אויף יעדער פון די 5 טיילען קומט אויס 3 איינצעלנע, טאָ אויף אלע 5 קומט אויס 5 מאָל 3. כפל'ען מיר די 3 אויפ'ן טיילער 5, באקומען מיר 15, וועלכע מיר נעהמען ארונטער פון די 15, און עס בלייבט 0. דאָס הייסט, מיר האָבען אלעס צו־טיילט, און עס איז גאָר ניט געבליבען.

דער חשבון, אלזאָ, איז ווי פאָלגט:

5) 765 (153
—5
———
26
—25
———
15
—15
———
0

וויפיעל וואכען איז אין 4258 טעג?

אויף צו ענטפערען אויף דיעזער פראגע דארף מען צוטיי־לען 4258 אויף 7:

7) 4258

ווי אין די פריהערדיגע ביישפיעלע, פאנגען מיר אָן צו צו־טיילען פון לינקס.

4 (טויזענדע) צוטיילען אויף 7 קען מען ניט. דאָס הייסט, אין חלק וועלען קיין טויזענדע ניט זיין. טראָגען מיר ארונטער צו די 4 (טויזענדע) די 2 (הונדערטע), האָבען מיר 42 (הונדערטע).

42 (הונדערטע) צוטיילען אויף 7, איז 6. שטעלען מיר אין חלק א 6.

7) 4258 (6

7 מאל 6 איז 42; נעהמען מיר ארונטער די 42 פון 42, בלייבט 0.

7) 4258 (6
— 42

0

דאָס הייסט, אז די טויזענדע און די הונדערטע זיינען שוין אין גאנצען צוטיילט, און עס איז גאר נישט איבערגעבליבען.

טראָגען מיר ארונטער די 5 (צעהנדליגע).

5 (צעהנדליגע) צוטיילען אויף 7 קען מען ניט. דאָס הייסט, אין חלק וועלען קיין צעהנדליגע ניט זיין. שטעלען מיר אין חלק א 0.

7) 4258 (60
— 42

5

צו די 5 (צעהנדליגע) לעגען מיר צו די 8 איינצעלנע, האָבען מיר א צאָהל 58, וואס מען קען שוין טיילען אויף 7.

58 אויף 7 וועט זיין 8. שטעלען מיר דעם 8 און די איינ־צעלנע פון חלק.

```
7 ) 4258 ( 608
— 42
   ——
    58
```

8 מאָל 7 איז 56. נעהמען מיר ארונטער פון די 58

```
7 ) 4258 ( 608
— 42
   ——
    58
  — 56
    ——
     2
```

בלייבט ביי אונז 2. דער ענטפער אלזא וועט זיין $608\frac{2}{7}$ דאָס הייסט 608 גאנצע וואכען און צוויי זיעבעטלעך פון א וואָך.

אויף אן עהנליכען אופן צוטיילען מיר נאָך גרעסערע צאָה־לען. אָט, צ. ב. ש., לאָמיר צוטיילען 30584 אויף 8, וועלען מיר האָבען:

```
8 ) 30584 ( 3823
— 24
   ——
    65
  — 64
    ——
     18
   — 16
     ——
      24
    — 24
      ——
       0
```

29־טער כלל:

פון די אַלע געבראַכטע ביישפּיעלע איז לייכט צו זעהן, ווי מיר טהיילען אַ צאָהל אויף אַ טהיילער פון איין ציפער: מיר פאַנגען אָן פון לינקס; די לינקסטע ציפער (אָדער ציפערן) צוטהיילען מיר אויפ'ן טיילער, דעם רעזולטאַט שרייבען מיר אין חלק; מיר כפל'ען דעם טוילער אויף די געפונענע ציפער פון חלק און נעהמען דעם רעזולטאַט אַרונטער פון די ציפערן, וואָס מיר האָבען צוטהיילט אויפ'ן טהיילער. צום דיפערענץ טראָגען מיר אַרונטער די נעקסטע ציפער (פון דער געטיילטע); די צאָהל, וואָס מיר באַקומען, טהיילען מיר ווידער אויפ'ן טהיילער; דעם נייעם רעזולטאַט שטעלען מיר אין חלק צו רעכטס פון דער פריהער געפונענער ציפער, כפל'ען אויף איהם דעם טהיילער, און נעהמען אַרונטער פון דער צאָהל, וואָס מיר האָבען געטהיילט. צום נייעם דיפערענץ שטעלען מיר צו די נעקסטע ציפער א. ז. וו. דער לעצטער דיפערענץ מוז זיין אַ 0; אויב ניט, איז אַ סימן, אַז די צאָהל טהיילט זיך ניט אויפ'ן טהיילער.

איבונגען.

117) מאסאטשוזעטס פארנעהמט אַ שטח פון 8040 סקוועער מייל. רהאוד איילאנד איז אָרום 8 מאָל קלענער. ווי גרויס איז דער שטח פון רהאָוד איילענד?

118) קאָרק איז כמעט 4 מאָל לייכטער ווי וואַסער. אַ געוויסע מאָס וואַסער וועגט 17,125 פונט. וויפיעל וואָלט עס געוואויגען, ווען דאָס אָלט געווען קאָרק?

מאכט די חילוקים:

119) 803152 : 7
120) 1096281 : 9

חילוק פון צאָהלען וואָס ענדיגען זיך מיט נולען.

לאָמיר צוטיילען 800 אויף 4.

די 8 (הונדערטע) צוטיילען מיר אויף 4, איז פונקט 2, אָהן אַ דיפערענץ.

4) 800 (2

שטעלען מיר אין חלק אַ 2. דיעזע צוויי באַדייטען אבער הונדערטע. שטעלען מיר צו צוויי נולען אום די ציפער 2 זאָל ווערען הונדערטע. עס הייסט מיר טראגען ארונטער די ניט־גע־נוצטע נולען פון דער געטיילטער.

4) 800 (200

עהנליכעס אין פאָלגענדען ביישפיעל:

5) 2000 (400

20 אויף 5 איז פונקט 4. שטעלען מיר אין חלק 4 און טראַגען ארונטער די ניט־גענוצטע נולען פון דער געטיילטער.

עהנליכעס אויך אין דיעזען פאַל:

3) 12000 (4000

12 אויף 3 איז פונקט 4. מיר שרייבען די 4 אין חלק און שטעלען צו די ניט־גענוצטע נולען.

30־טער כלל:

אויב די געטהיילטע ענדיגט זיך מיט נולען, טהיילען מיר, ביז עס בלייבט ניט קיין דיפערענץ, און מיר שטעלען צום חלק צו די ניט־גענוצטע נולען.

איבונגען.

מאַכט די פאָלגענדע חילוקס:

121)	5) 5000;	122)	2) 5000;
123)	4) 5000;	124)	8) 5000;
125)	5) 30000;	126)	8) 90,000.

סימנים פון טיילבארקייט.

מיר האָבען געזעהן, אז אין אייניגע ביישפיעלע האט זיך די געטיילטע געטיילט אויפ'ן טיילער, און אין אנדערע איז געבליבען א דיפערענץ. עס זיינען דאָ סימנים, לויט וועלכע מען קען גלייך דערקענען, צי די געטיילטע טיילט זיך אויפ'ן אָנגעגעבענעם איינציפערדיגען טיילער.

טיילבאַרקייט אויף 2 און אויף 5.

10 איז 2 מאָל 5. דאָס הייסט, אז 10 טיילט זיך אויף 2 און אויף 5. אויב 10 טיילט זיך, טיילען זיך אויף 2 און אויף 5 סתם צעהנדליגע (20, 30, 60, 70 א. ז. וו.), אויך הונדערטע, טויזענדע

א. ז. וו. אויב אלזא א צאָהל באשטעהט נאָר פון צעהנדליגע, הונ־דערטע א. ז. וו., וועט זי זיך טיילען אויף 2 אדער אויף 5. די מניעה קען נאָר זיין, אין די איינצעלנע. און דעריבער —

31־טער כלל:

אויב די איינצעלנע פון אַ צאָהל טהיילען זיך אויף 2 אָדער אויף 5, טהיילט זיך אויך די גאַנצע צאָהל אויף 2 אָדער אויף 5.

אָט, צ. ב. ש., אין דער צאָהל 2645 איז די ציפער פון די איינ־צעלנע 5; 5 טיילט זיך אויף 5; הייסט עס, אז די גאנצע צאָהל 2645 טיילט זיך אויף 5. עס פארשטעהט זיך אבער, אז 5 טיילט זיך ניט אויף 2; הייסט עס, אז די צאָהל 2645 טיילט זיך ניט אויף 2.

אין דער צאָהל 3694, וויעדער, טיילט זיך די ציפער פון די איינצעלנע (4) אויף 2, אבער ניט אויף 5. הייסט עס, אז די צאָהל 3094 טיילט זיך אויף 2, אבער ניט אויף 5.

ווי באלד די מניעה קען נאָר זיין פון די איינצעלנע, איז קלאָר, אז

32־־טער כלל:

אויב אויפ׳ן פּלאַץ פון די איינצעלנע שטעהט אַ 0, טהיילט זיך די צאָהל אי אויף 2 און אי אויף 5.

3490, צ. ב. ש., טיילט זיך אויף 2 און אויף 5.

טיילבאַרקייט אויף 4 און אויף 8.

100 טיילט זיך אויף 4. הייסט עס, אז סתם הונדערטע (200, 300, 700 א. ז. וו.) טיילען זיך אויף 4. אויב הונדערטע טיילען זיך, טיילען זיך אויף 4 אויך טויזענדע, צעהנדליגע טויזענדע א. ז. וו. די מניעה קען נאָר זיין פון די איינצעלנע און צעהנדליגע. איז דעריבער

33־טער כלל:

אויב די איינצעלנע און די צעהנדליגע פון אַ צאָהל טהיילען זיך אויף 4, אָדער אויב אויף די פלעצער פון די איינצעלנע און די צעהנדליגע שטעהען נולען, טהיילט זיך די גאַנצע צאָהל אויף 4.

אָט, צ. ב. ש., די צאָהל 3694 אדער די צאָהל 3690 טיילען

זיך ניט אויף 4, ווארים 94 אדער 90 טיילען זיך ניט אויף 4. אָבער די צאָהל 3692, אָדער 3600, טיילט זיך יע אויף 4. ווארים 92 טיילט זיך אויף 4.

אויפ'ן זעלבען אופן קען מען אויסגעפינען, אז

34 — טער כלל:

אויף 8 טהיילט זיך אַזאַ צאָהל, אין וועלכער די איינצעלנע, צעהנדליגע און הונדערטע טהיילען זיך אויף 8; אָדער אַזאַ צאָהל, וואו אויף די פלעצער פון די איינציגע, צעהנדליגע און הונדערטע שטעהען נולען.

אַט, צ. ב. ש., די צאָהל 23,000, אדער 23,400, אדער 23,480, אדער 23,048 טיילען זיך אויף 8, ווארים די איינצעלנע, צעהנדליגע און הונדערטע טיילען זיך אויף 8 אָהן א דיפערענץ. די צאָהל אָבער 23989 טיילט זיך ניט אויף 8, וויל 989 טיילט זיך ניט אויף 8.

טיילבארקייט אויף 3 און אויף 9.

אז איהר וועט צוטיילען 10 אויף 9 (אדער אויף 3), וועט איהר באקומען א דיפערענץ 1; אז איהר וועט צוטיילען 20, וועט דער דיפערענץ זיין 2; אז איהר וועט צוטיילען 40 אדער 50 א. ז. וו., וועט דער דיפערענץ זיין 4 אדער 5 א. ז. וו.

עהנליכעס וועט זיין, ווען איהר וועט אויף 9 (אָדער 3) צו־טיילען 100, אדער 1,000, אדער 10,000: דער דיפערענץ וועט אלץ זיין 1. ווען איהר וועט צוטיילען 200, אדער 2,000, אדער 20,000, אדער 200,000 א. ז. וו., וועט דער דיפערענץ אלץ זיין 2. אז איהר וועט אויף 9 (אדער 3) צוטיילען 40, אדער 400, אדער 4,000 א. ז. וו., וועט דער דיפערענץ אלץ זיין 4.

נעהמט די צאָהל 54,672. זי באשטעהט פון 2 איינצעלנע, 7 צעהנדליגע, 6 הונדערטע, 4 טויזענדע, 5 צעהנדליגע טויזענדע.

$$\begin{array}{r} 2 \\ 70 \\ +\ 600 \\ 4000 \\ 50000 \\ \hline 54672 \end{array}$$

אויב איהר וועט צוטיילען די 2 איינצעלנע אויף 9, וועט דער דיפערענץ זיין 2; אז איהר וועט צוטיילען די 70 אויף 9, וועט דער דיפערענץ זיין 7; פון דער צוטיילונג פון די 600 אויף 9 איז דער דיפערענץ 6; פון דער צוטיילונג פון די 4,000 איז דער די־פערענץ 4; און פון די 50,000 איז דער דיפערענץ 5. אלזא די דיפערענצען, וואס קענען שטערען אונזער צאהל (54,672) צו צו־טיילען זיך אויף 9 (אדער 3) זיינען: 2, 7, 6, 4 און 5. מיט אנ־דערע ווערטער, די ציפערען פון אונזער צאהל זיינען די דיפערענ־צען, וואס קענען שטערען דער צאהל צו צוטיילען זיך אויף 9 (אדער 3). לאמיר זיי צונויפלעגען: אויב די סומע פון דיעזע ציפערען טיילט זיך אויף 3 (אדער 3), טיילט זיך אויך די גאנצע צאהל אויף 3 (אדער 3).

די סומע פון די ציפערען איז:

$$5 + 4 + 6 + 7 + 2 = 24$$

24 טיילט זיך אויף 3, הייסט עס, אז 54672 טיילט זיך אויך אויף 3; אבער 24 טיילט זיך ניט אויף 9, הייסט עס, אז 54672 טיילט זיך ניט אויף 9.

פון דעם איז געדרונגגען, אז

35־טער כלל:

אויב די סומע פון די ציפערן פון א צאהל טהיילט זיך אויף 9 (אדער 3), טהיילט זיך אויך די צאהל אויף 9 (אדער 3).

אט, צ. ב. ש., אין דער צאהל 802, 003, 14 איז די סומע פון די ציפערען:

$$1 + 4 + 3 + 8 + 2 = 18$$

18 טיילט זיך אויף 9 און, נאטירליך, אויך אויף 3. הייסט עס, אז 802, 003, 14 טיילט זיך אויף 3 און אויף 9.

איבונגען.

פון די צאהלען:

2,306; 18,215; 47,520; 30,917;
1,602; 1,420; 2,400; 23,400

געפינט, וועלכע טיילען זיך: 127) אויף 2; 128) אויף 3;

129) אויף 4; 130) אויף 5; 131) אויף 6*); 132) אויף 8; 133) אויף 9; 134 אויף 10; און 135) וועלכע טיילען זיך ניט אויף קיינע פון די געגעבענע צאהלען?

חילוק אויף א טיילער פון צוויי ציפערען.

אויב איהר ווייסט גוט, ווי צו מאכען א חילוק, ווען דער טיילער באשטעהט פון איין ציפער, וועט איהר זיך לייכט ספראווען מיט א חילוק, וואו דער טיילער באשטעהט פון עטליכע ציפערען. דער שכל איז דער זעלבער.

לאמיר צוטיילען 546 אויף 13.

13) 546 (

5 קען מען אויף 13 ניט טיילען, דאס הייסט, אז אויב מיר וועלען די 5 הונדערטע צוטיילען אויף 13, וועט אין חלק קיין איין הונדערט ניט זיין.

לענען מיר צום 5 (הונדערטע) צו די נעקסטע ציפער 4 (צעהנדליגע). די צאהל 54 קען מען אויף 13 יע טיילען. 54 אויף 13 איז 4. שרייבען מיר אין חלק 4.

13) 546 (4

נאר 13 מאל 4 איז בלויז 52, עס הייסט ווענינער ווי 54. נעהמען מיר ארונטער 52 פון 54, בלייבט א דיפערענץ 2.

13) 546 (4
—52

2

צו דיעזע 2 טראגען מיר ארונטער די נעקסטע ציפער 6, האבען מיר א צאהל 26, וועלכע מיר טיילען אויפ'ן טיילער. 26 אויף 13 איז 2, שטעלען מיר דעם 2 אין חלק.

13) 546 (42
—52

26

*) אויף 6 טהיילען זיך די צאהלען, וואס טהיילען זיך אי אויף 2, אי אויף 3.

13 מאָל 2 איז 26. נעהמען מיר ארונטער 26 פון 26, בלייבט 0, עס הייסט 645 טיילט זיך אויף 13, און עס בלייבט דערביי ניט קיין דיפערענץ.

13) 546 (42
—52
———
26
—26
———
0

איבונגען.

136) אַ בושעל האָבער וועגט 32 פונט. וויפיעל בושעל איז דאָ אין 8,800 פונט?

137) אַ געוויסען יאָהר האָט מען אין די פאראייניגטע שטאַאַטען אראָפּגענומען 572,973,362 בושעל ווייץ פון די פעלדער, צו 13 בושעל פון אַן אַקער, וויפיעל אַקער איז געווען פאַרזעעט?

חילוק אויף א טיילער פון עטליכע ציפערען.

יעצט לאָמיר נעהמען א ביישפיעל, וואו דער טיילער באַ־שטעהט פון 3 ציפערען, אדער פון 4, אדער פון נאָך מעהר צי־פערען.

לאָמיר צוטיילען 60,375 אויף 125.

125) 60375 (

6 אויף 125 טיילט זיך ניט, נעהמען מיר אויך די נעקסטע צי־פער; 60 אויף 125 טיילט זיך אויך ניט, נעהמען מיר אויך די נעקסטע ציפער.

603 אויף 125 איז 4, שרייבען מיר אין חלק 4 און כפל'ען דעם טיילער אויף 4.

4 מאָל 125 איז 500; נעהמען מיר פון 603 ארונטער 500, בלייבט 103.

צו די 103 טראגען מיר ארונטער די נעקסטע ציפער (7).

1037 אויף 125 איז 8, שרייבען מיר אין חלק 8 און כפל'ען דעם טיילער אויף 8.

8 מאָל 125 איז 1,000; נעהמען מיר פון 1037 ארונטער 1,000, בלייבט 37.

צו די 37 טראגען מיר ארונטער די נעקסטע ציפער (5).

375 אויף 125 איז 3, שרייבען מיר אין חלק 3 און כפל'ען דעם טיילער אויף 3.

3 מאָל 125 איז 375; נעהמען מיר פון 375 ארונטער 375, בלייבט 0.

דער חשבון איז ווי פאלגט:

```
125) 60375 (483
    —500
     ----
     1037
    —1000
     ----
       375
      —375
       ----
         0
```

איבונגען.

מאכט די פאלגענדע חילוקים:

138) 8,320 : 128 139) 19,654 : 317
140) 40,960 : 512 141) 560,061 : 1043

142) דיסטריקט קאָלומביא פארנעהמט 38,400 אקער. וויפיעל סקווער פארנעהמט דער דיסטריקט, אויב 1 סקווער מייל ענטהאלט 640 אַקער?

143) די ערד לויפט אין איהר רייזע ארום דער זון אפּ אין איין טאָג 1,641,600 מייל. וויפיעל לויפט זי אפּ אין 1 מינוט?

144) 1000000 : 1600

סימנים פון טיילבארקייט אויף 10; אויף 100; אויף 1000 א. ז. וו.

ווען דער טיילער באשטעהט פון א ציפער מיט נולען, קען מען מאכען דעם חילוק, ווי מיר האָבען דאָ געוויזען. נאָר מען קען מאכען אויך פיעל פראסטער, לייכטער. לאָמיר אנפאנגען פון די פעלע, וואו דער טיילער באשטעהט פון א 1 מיט נולען.

צעהנדליגע, הונדערטע, טויזענדע א. ז. וו. טיילען זיך אויף 10. בלויז איינצעלנע טיילען זיך ניט אויף 10. און דעריבער קע־נען מיר לייכט דערקענען, צי א צאָהל טיילט זיך אויף 10, אדער ניט.

אויב זי ענדיגט זיך מיט א 0, טיילט זי זיך אויף 10; אויב זי ענדיגט זיך מיט אן אנדער ציפער, טיילט זי זיך ניט אויף 10.

240, צ. ב. ש., טיילט זיך אויף 10; 243 טיילט זיך ניט (דאָס הייסט, עס וועט בלייבען א דיפערענץ).

אויף אן עהנליכען אופן קענען מיר גלייך דערקענען, צי א צאָהל טיילט זיך אויף 100, אדער ניט:

אויב זי ענדיגט זיך מיט צוויי נולען (עס הייסט, ווען זי האָט ניט קיין איינצעלנע און קיין צעהנדליגע), טיילט זי זיך אויף 100; אויב זי ענדיגט זיך מיט ציפערען אדער מיט בלויז איין נול, טיילט זי זיך ניט אויף 100.

3200, צ. ב. ש., טיילט זיך אויף 100; אבער 324 אדער 3205, אדער 3240 טיילען זיך ניט אויף 100.

אויף אן עהנליכען אופן קען מען אויסגעפינען, צו א צאָהל טיילט זיך אויף 1000: אויב זי ענדיגט זיך מיט 3 נולען, טיילט זי זיך; אויב ניט, טיילט זי זיך ניט אויף 1000.

12,000, צ. ב. ש., טיילט זיך אויף 1000; אבער 12,492, אדער 12490, אדער 12400, אדער 12403 טיילען זיך ניט אויף 1000.

אויף 10,000 טיילט זיך א צאָהל, וואָס ענדיגט זיך מיט 4 נולען; אויף 1000,000 — א צאָהל, וואָס ענדיגט זיך מיט 5 נו־לען, א. ז. וו.

נאָך א מאָל: אויף 10, עס הייסט אויף א צאָהל, וואָס באַ־שטעהט פון אן 1 מיט א י י ן 0, טיילט זיך א צאָהל, וועלכע ענ־דיגט זיך כאָטש מיט איין 0; אויף 100, עס הייסט אויף א צאָהל, וואָס באשטעהט פון אן 1 מיט צ ו ו י י נולען, טיילט זיך א צאָהל, וועלכע ענדיגט זיך לכל הפחות מיט צוויי נולען; אויף 1000, וואָס באשטעהט פון אן 1 מיט ד ר י י נולען, טיילט זיך א צאָהל, וועל־כע ענדיגט זיך אם וועניגסטען מיט ד ר י י נולען, א. ז. וו.

36־טער כלל:

אויף א מיילער, וואָס באשטעהט פון אן 1 מיט נולען, טיילען זיך

די יעניגע צאָהלען, וועלכע ענדיגען זיך מיט ניט וועניגער נולען ווי דער טהיילער.

חילוק אויף א טיילער, וואס ענדיגט זיך מיט נולען.

לאָמיר צוטיילען 120 אויף 10. ווען מיר צוטיילען א צאָהל אויף 10, הייסט עס, אז מיר פארקלענערען איהר אין 10 מאָל. דאס הייסט, אז די צעהנדליגע ווערען איינצעלנע, די הונדערטע ווערען צעהנדליגע, די טויזענדע ווערען הונדערטע. עס קומט אויס, ווי יעדע ציפער וואלט זיך א רוק געטאָן אויף איין פלאץ צו רעכטס.

אין אונזער צאָהל 120 ווערט דער 1 (הונדערטע) א צעהנדליג, עס הייסט, ער דארף שוין שטעהן ניט אויפ'ן דריטען, נאָר אויפ'ן צווייטען פלאץ; דער 2 באדייטעט שוין ניט צעהנדליגע, נאָר איינ־צעלנע און דארף שוין שטעהן אויפ'ן ערשטען פלאץ. און דער 0? פאר איהם איז שוין קיין פלאץ ניטאָ. און מען דארף איהם שוין ניט. פריהער האָט מען איהם געדארפט אויף אויסצופילען דעם ערשטען פלאץ, כדי דער 2 זאָל באדייטען צעהנדליגע. אָבער אזוי ווי דער 2 באדייטעט שוין איינצעלנע, דארף מען דאָך שוין דעם פלאץ פון די איינצעלנע ניט אויספילען.

אלזא: 120 : 10 = 12

די גאנצע ארבייט אלזאָ פון צוטיילען 120 אויף 10 איז באַ־שטאַנען נאָר אין באזייטיגען דעם 0.

אויף אן עהנליכען אופן געפינען מיר אויס, אז אום צוצו־טיילען 2300 אויף 100 שטרייכען מיר נאָר אויס די צוויי נולען, און דער רעזולטאט וועט זיין 23.

4000 צוטיילען אויף 100 וועט זיין 40.

אויף אן עהנליכען אופן געפינען מיר אויס, אז אום צוצו־טיילען 34,000 אויף 1000 שטרייכען מיר נאָר אויס דריי נולען, און דער רעזולטאט וועט זיין 34.

לאָמיר צוטיילען 4800 אויף 20.

4800 איז 480 צעהנדליגע, און 20 איז 2 צעהנדליגע. מיר דאַר־פען, אלזא, צוטיילען 480 צעהנדליגע אויף 2 צעהנדליגע. און אנשטאָדט 20 : 4800, קענען מיר שרייבען 2 : 480. מיט אַנדערע ווערטער, מיר האָבען אין דער געטיילטער און אין טיילער אראפגעוואָרפען צו איין 0.

אויף אן עהנליכען אופן קענען מיר אנשטאדט 3,600 : 18,000, צוטיילען 180 (הונדערטע) אויף 36 (הונדערטע). און מיר האָבען:

18,000 : 3,600 = 180 : 36 = 5

אין ערשטען ביישפיעל (20 : 4800) האָבען מיר אין דער גע־טיילטער און אין טיילער אראפגעוואָרפען צו איין 0; אין צווייטען ביי־שפיעל (3,600 : 18,000) — צו 2 נולען.

לאָמיר צוטיילען 27,000 אויף 400. דאָס איז דאָך דאָס זעלבע, וואָס צוטיילען 270 (הונדערטע) אויף 4 (הונדערטע). און עס בלייבט דער־ביי א דיפערענץ 2. אזוי ווי די 270 באדייטען הונדערטע, באדייטעד דער דיפערענץ, וואס בלייבט פון צוטיילען 270, אויך הונדערטע. דאָס הייסט, אז דער דיפערענץ וועט זיין 200. מיט אַנדערע ווערטער, צום דיפערענץ האָבען מיר צוריק צוגעשטעלט די נולען, וואָס מיר האָבען אראפגענומען פון דער געטיילטער.

37-טער כלל:

אויף צו צוטהיילען אַ צאָהל, וואָס ענדיגט זיך מיט נולען, אויף אַ צאָהל, וואס באַשטעהט פון א 1 מיט נולען, שטרייכען מיר נאָר אין דער געכפל'טער אוים אַזוי פיעל נולען, ווי פיעל עס איז דאָ אין טהיילער.

אויף צו צוטיילען א צאָהל, וואס ענדיגט זיך מיט נולען, אויף א צאָהל, וואס באשטעהט אויך פון אירגענד וועלכע ציפערען מיט נו־לען, ווארפען מיר פריהער פון דער געטיילטער און פון טיילער אראפ צו א גלייכע צאָהל נולען, און נאָכהער צוטיילען מיר; אויב עס בלייבט דערביי אַ דיפערענץ, שטעלען מיר צו איהם צו אזוי פיעל נולען, ווי פיעל מיר האָבען ארונטערגעוואָרפען אין דער געטיילטער (אָדער אין טיילער).

איבונגען.

145) צוטיילט די צאָהלען 380; 400; 1200 אויף 10.
146) צוטיילט די צאָהלען 2800; 3000; 7500 אויף 100.
147) צוטיילט די צאָהלען 1000; 9000; 18000; 270,000 אויף 500.
148) צוטיילט 20,000; 570,000; 1,300,000; 5,820,000 אויף 1,500.

ווי זאָלען מיר צוטיילען 385 אויף 10?

צוטיילען אויף 10 איז דאָך, ווי מיר האָבען פריהער געזעהן, דאָס זעלבע, וואס איבעררוקען יעדע ציפער אויף איין פלאַץ צו רעכטס: דער 3 וועט שטעהן אויפ'ן צווייטען, און דער 8 אויפ'ן ערשטען פלאַץ. און דער חלק וועט זיין 38. וואס אנבאלאנגט די 5, באדייטען זיי דאָך איינצעלנע, און איינצעלנע טיילען זיך דאָך ניט אויף 10.

אלזאָ: 38 = 10 : 385, און עס בלייבט א דיפערענץ פון 5.

מיר קענען שרייבען דעם חשבון זעהר איינפאך. מיר פאר־שטרייכען דעם 5, ווי פאָלגט :

$$38\not{5}.$$

די ניט פארשטרייכטע צאָהל װעט זיין דער חלק, און די פאר־שטרייכטע — דער דיפערענץ. און דער ענטפער װעט זיין : $38\frac{5}{10}$.

צוטיילען 752 אויף 10, וועלען מיר באקומען $75\frac{2}{10}$.

עס פארשטעהט זיך, אז ווען מיר טיילען א צאָהל אויף 100, דארף מען פארשטרייכען צוויי ציפערען :

$$938 : 100 = 9\not{3}\not{8}$$

דער חלק איז 9, און 38 איז דער דיפערענץ. דער ענטפער וועט זיין : $9\frac{38}{100}$

ווען מיר טיילען א צאָהל אויף 1000, פארשטרייכען מיר דריי ציפערען ; ווען מיר טיילען אויף 10,000, פארשטרייכען מיר 4 ציפערען.

38-טער כלל :

אום צו צוטיילען א צאָהל אויף אַ טיילער, וואס באַשטעהט פון אַ 1 מיט נולען, פאַרשטרייכען מיר (פון רעכטס) אַזוי פיעל ציפערן, וויפיעל נולען דער טהיילער ענטהאַלט. די ניט־פאַרשטרייכטע ציפערען וועלען זיין דער חלק, און די פארשטרייכטע — דער דיפערענץ.

איבונגען.

149) צוטיילט אויף 10 די פאָלגענדע צאָהלען :

324; 670; 800; 973; 1431; 2500.

150) צוטיילט אויף 100 די צאָהלען :

738; 2400; 3000; 7080; 25908; 36840

151) צוטיילט אויף 1000 די צאָהלען :

4983; 5000; 5900; 6780; 31000; 45300; 53460; 13728; 203672; 465137

דורכשניטליכע צאָהלען.

אן ארבייטער האָט אין איין וואך פארדיענט 30 דאל., די צווייטע וואָך 24 דאָל. ווי פיעל דארף ער מאכען רעגולער יעדע וואך, אום אין דיביידע וואכען, זאל ער פארדיענען פונקט אזוי פיעל?

אין די ביידע וואכען האָט ער פארדיענט

$$30 + 24 = 54 \text{ד.}$$

אויב אין 2 וואכען האָט ער געמאכט 54 דאָל., טאָ אין 1 וואך מוז ער מאכען

$$2)\ 54\ (27$$

דאָס הייסט, אז אויב ער וועט יעדע וואך מאכען צו 27 דאל., וועט ער אין די ביידע וואכען פארדיענען פונקט אזוי פיעל, ווי פיעל ער האָט פארדיענט מאכענדיג איין וואך 30 דאָל. און די צווייטע וואָך 24 דאָל.

די צאָהל 27 רופט זיך אין דיעזען פאל דורכשניטליכע צאָהל.

איין ארבייטער קריעגט 3 דאָל. א טאג; א צווייטער 4 דאָל.; א דריטער 5 דאָל. ווי פיעל קריעגט דורכשניטליך אן ארבייטער פאר א שטונדע?

די דריי ארבייטער צוזאמען קריעגען פאר א שטונדע

$$3 + 4 + 5 = 12 \text{ד.}$$

דורכשניטליך, עס הייסט, אויב יעדער זאָל קריעגען גלייך, קריעגט יעדער ארבייטער

$$3)\ 12\ (4 \text{ד.}$$

39-טער כלל:

אויף צו קריגען אַ דורכשניטליכע צאָהל פון עטליכע צאָהלען, לעגען מיר צונויף די צאָהלען, און די סומע צוטהיילען מיר אויף די צאָהל צאָהלען.

איבונגען.

152) מאָנטאג זיינען אין סקוהל געקומען 727 שילער; דיענ־סטאג 732 קינדער; מיטוואך 756; דאָנערשטאג 761; פרייטאג 437. וויפיעל שילער קומען דורכשניטליך יעדען טאָג אין סקול?

153) אין 1914 איז די צאָהל מיטגליעדער פון דער סאָציאליס־טישער פארטיי פון אמעריקא געווען 93579; אין 1915 — 79374; אין 1916 — 83539; אין 1917 — 80399; אין 1918 — 74519. ווי גרוים איז דורכשניטליך געווען די צאָהל מיטגליעדער פון דער פאר־טיי אין די לעצטע 5 יאָהר.

ענדערונגען פון פראָדוקט און פון חלק.

לאָמיר אין כפל

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 15 \\ \hline 375 \end{array}$$

פארגרעסערען די גע'כפל'טע אין 5 מאָל. וועלען מיר האָבען:

$$\begin{array}{r} 125 \\ \times 15 \\ \hline 625 \\ 125 \\ \hline 1875 \end{array}$$

דער פראדוקט איז שוין 1875, עס הייסט 5 מאָל גרעסער, ווי פריהער.

דאָס זעלבע וואָלט, נאַטירליך, געווען, ווען מיר וואָלטען דעם כפל׳ער פאַרגרעסערט אין 5 מאָל:

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 75 \\ \hline 125 \\ 175 \\ \hline 1875 \end{array}$$

40־טער כלל:

ווען מיר פאַרגרעסערען איינעם פון די כפל׳ער אין עטליכע מאָל, ווערט אויך דער פּראָדוקט פאַרגרעסערט אין פּונקט אַזוי פיעל מאָל.

אויף אן ענליכען אופן וועלען מיר אויסגעפינען, אז ווען מיר וועלען פאַרקלענערען די גע׳כפל׳טע אדער דעם כפל׳ער אין 5 מאָל, וועט אונז דער פּראָדוקט ווערען 5 מאָל קלענער, ווי פריהער.

41־טער כלל:

ווען מיר פאַרקלענערען איינעם פון די כפל׳ער אין עטליכע מאָל, ווערט אויך דער פּראָדוקט פאַרקלענערט אין פּונקט אַזוי פיעל מאָל.

לאָמיר די גע׳כפל׳טע פאַרגרעסערען אין 5 מאָל און דעם כפל׳ער פאַרקלענערען אין 5 מאָל, וועלען מיר האָבען:

$$\begin{array}{r} 125 \\ \times\ \ 3 \\ \hline 375 \end{array}$$

דער פּראָדוקט אלזאָ איז געבליבען אונגעענדערט. דאָס זעלבע וואָלט געווען, ווען מיר וואָלטען די גע׳כפל׳טע פאַרקלענערט אין 5 מאָל, און דעם כפל׳ער פאַרגרעסערט אין 5 מאָל. מיר וואָלטען געהאַט:

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times 75 \\ \hline 375 \end{array}$$

42-טער כלל:

ווען מיר פאַרגרעסערען איין כפל'ער אין עטליכע מאָל און דעם צווייטען כפל'ער פאַרקלענערען מיר אין די זעלבע צאָהל מאָל, בלייבט דער פּראָדוקט אומגעענדערט.

לאָמיר אין חילוק

20) 1800 (90

פאַרגרעסערען די געטיילטע אין 2 מאָל, צ. ב. ש., ווען מיר האָבען

40) 3600 (90

דער חלק 40 איז 2 מאָל גרעסער, ווי דער פריהערדיגער (20).

43-טער כלל:

ווען מיר פאַרגרעסערען די געטהיילטע אין עטליכע מאָל, ווערט דער חלק פאַרגרעסערט אין פּונקט אַזוי פיעל מאָל.

אויף אַן עהנליכען אופן ווען מיר אויסגעפינען, אז ווען מיר ווען פאַרקלענערען די געטיילטע אין 2 מאָל, וועט דער חלק אויך קלענער ווערען אין 2 מאָל.

44-טער כלל:

ווען מיר פאַרקלענערען די געטהיילטע אין עטליכע מאָל, ווערט דער חלק פאַרקלענערט אין פּונקט אַזוי פיעל מאָל.

לאָמיר אין אונזער חילוק 20) 1800 (90 פאַרגרעסערען דעם טיילער אין 5 מאָל, צ. ב. ש., ווען מיר האָבען:

4) 1800 (450

דער חלק (4) איז שוין 5 מאָל קלענער, ווי דער פריהערדיגער.

45-טער כלל:

ווען מיר פאַרגרעסערען דעם טהיילער אין עטליכע מאָל, ווערט דער חלק פאַרקלענערט אין פּונקט אַזוי פיעל מאָל.

אויף אַן עהנליכען אופן ווען מיר אויסגעפינען, אז ווען מיר

וועלען דעם טיילער פארקלענערען אין 5 מאָל, וועט דער חלק ווערען 100:

100) 1800 (18

דאָס הייסט, אז דער חלק וועט ווערען 5 מאָל גרעסער, ווי פריהער.

46-טער כלל:

וועז מיר פאַרקלענערען דעם טהיילער אין עטליכע מאָל, ווערט דער חלק פונקט אזוי פיעל מאָל גרעסער.

לאָמיר יעצט אין אונזער חילוק

20) 1800 (90

פארגרעסערען אי די געטיילטע, אי דעם טיילער אין 10 מאָל, צ. ב. ש., וועלען מיר האָבען:

20) 18000 (900

דער חלק, הייסט עס, איז געבליבען אונגעענדערט. אויף אן עהנליכען אופן קענען מיר אויסגעפינען, אז אויך ווען מיר פאר־וואָלטען פארקלענערט די געטיילטע און דעם טיילער אין 10 מאָל, צ. ב. ש., וואלט אויך דער חלק געבליבען אונגעענדערט.

47-טער כלל:

ווען מיר פאַרגרעסערען אָדער פאַרקלענערען אי די געטהיילטע, אי דעם טהיילער אין די זעלבע צאָהל מאָל, בלייבט דער חלק אומגעענדערט.

איבונגען.

וואס וועט ווערען מיט'ן פראדוקט,

154) ווען מיר וועלען איין כפל'ער פארגרעסערען אין 4 מאָל און דעם אנדערען אין 3 מאָל?

155) ווען מיר וועלען איין כפל'ער פארקלענערען אין 5 מאָל און דעם אנדערען אין 2 מאָל?

156) ווען מיר וועלען איין כפל'ער פארקלענערען אין 20 מאָל און דעם אנדערען פארקלענערען אין 4 מאָל?

157) ווען מיר וועלען איין כפל'ער פארגרעסערען אין 8 מאָל און דעם אנדערען פארקלענערען אין 40 מאָל?

וואָס וועט ווערען מיט'ן חלק,

158) ווען מיר וועלען די געטיילטע פארגרעסערען אין 7 מאָל?

159) ווען מיר וועלען דעם טיילער פארקלענערען אין 8 מאָל?

160) ווען מיר וועלען די געטיילטע פארקלענערען אין 13 מאָל?

161) ווען מיר וועלען דעם טיילער פארגרעסערען אין 28 מאָל?

162) ווען מיר וועלען די געטיילטע און דעם טיילער פארגרע־סערען אין 32 מאָל?

163) ווען מיר וועלען די געטיילטע און דעם טיילער פארקלענערען אין 40 מאָל?

164) ווען מיר וועלען די געטיילטע פארגרעסערען אין 6 מאָל און דעם טיילער פארקלענערען אין 5 מאָל?

165) ווען מיר וועלען די געטיילטע פארקלענערען אין 10 מאָל און דעם טיילער פארקרעסערען אין 3 מאָל?

166) ווען מיר וועלען די געטיילטע פארגרעסערען אין 24 מאָל און דעם פארקלענערער פארגרעסערען אין 8 מאָל?

167) ווען מיר וועלען די געטיילטע פארקלענערען אין 15 מאָל און דעם טיילער פארקלענערען אין 30 מאָל?

פּראָבען פון כפל און פון חילוק.

אין א פריהערדיגען קאפּיטעל האָבען מיר אָנגעוויזען אויף א פּראָבע פון כפל. די פּראָבע באשטעהט אין דעם, וואס מיר כפל'ען נאָך אמאָל איבער די צאָהלען, נאָר אין אן אנדער ארדנונג: דעם פריהערדיגען כפל'ער מאכען מיר פאר א גע'כפל'טע, און די פריה־ערדיגע גע'כפל'טע — פאר'ן כפל'ער.

יעצט, ווען איהר ווייסט שוין חילוק, ווען מיר אָנווייזען אויף נאָך א מיטעל צו איבערצייגען זיך, צי דער כפל איז ריכטיג.

דריי שילער האָבען געגעבען צושטייער צו 25 סענט צו קויפען א פּרעזענט פאר'ן לעהרער. זיי האָבען אלזאָ געהאט:

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times\ 3 \\ \hline 75 \end{array}$$

לאָמיר זיך פאָרשטעלען, אז זיי האָבען חרטה געקראגען און צוטיילען זיך מיט'ן געלד. יעדער וועט קריגען ניט מעהר און ניט וועניגער, ווי פיעל ער האָט צושטייער געגעבען. יעדער וועט קריעגען: $75 : 3 = 25$. מיט אנדערע ווערטער, אויב מיר צוטיילען דעם פּראָדוקט אויף איינעם פון די כפל'ערס (3), מוזען מיר באקומען דעם אנדערען כפל'ער (25).

אויב אזוי, האָבען מיר נאָך א פּראָבע פאר כפל: מיר צוטיילען דעם פּראדוקט אויף איינעם פון די כפל'ערס, און אויב מיר באקומען פונקט דעם אנדערען כפל'ער, איז עס א סימן, אז דער כפל איז ריכטיג.

48־טער כלל:

אום צו איבערצייגען זיך, צו א כפל איז ריכטיג, כפל'ען מיר נאָך אמאָל איבער די צאָהלען, נאָר אין אַן אַנדער אָרדנונג: דעם פרויהערדיגען כפל'ער מאַכען מיר פאר די געכפל'טע, און די פריהערדיגע געכפל'טע — פאר'ן כפל'ער; און אויב מיר באַקומען פונקט דעם זעלבען פּראָדוקט, איז דער כפל ריכטיג. אָדער — מיר צוטהיילען דעם פּראָדוקט אויף איינעם פון די כפל'ערס; און אויב מיר באקומען פונקט דעם אַנדערען כפל'ער, איז דער כפל געמאַכט ריכטיג.

יעצט לאָמיר ווייזען א פּראָבע פאר חילוק.

א מוטער האָט צוטיילט 20 קארשען צווישען 4 קינדער. יעדער האָט געקראָגען: $20 : 4 = 5$, עס הייסט צו 5 קארשען. עס פארשטעהט זיך, אז אַלע קינדער האָבען צוזאַמען ניט מעהר און ניט וועניגער קארשען, וויפיעל די מוטער האָט זיי געגעבען. דאָס הייסט, אויב מיר זאָלען זייערע קארשען צונויפנעהמען (איידער זיי האָבען נאָך פאָספּייעט אויפצועסען, נאַטירליך), וועלען מיר וויעדער האָבען 20:

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times 4 \\ \hline 20 \end{array}$$

מיט אנדערע ווערטער, אויב מיר כפל'ען דעם חלק אויפ'ן טיילער, מוזען מיר באקומען די געטיילטע.

אויב אזוי, האָבען מיר א פּראָבע פאר חילוק: מיר כפל'ען

דעם חלק אויפ'ן טיילער, און אויב מיר באקומען פונקט די גע־טיילטע, איז עס א באוויז, אז דער חילוק איז ריכטיג.

ווען מיר האָבען 20 צוטיילט אויף 4, האָבען מיר באקומען 5. עס איז קלאָהר, אז ווען מיר וואלטען די 20 צוטיילט אויף 5, וואלטען מיר באקומען 4. מיט אנדערע ווערטער: אויב מיר צו־טיילען די געטיילטע אויפ'ן חלק (5), וואלטען מיר באקומען דעם טיילער (4). אויב אזוי, האָבען מיר נאָך א מיטעל, ווי צו איי־בערצייגען זיך, צי א חילוק איז ריכטיג: מיר צוטיילען די גע־טיילטע אויפ'ן חלק, און אויב מיר באקומען פונקט דעם טיילער, איז עס א סימן, אז דער חילוק איז ריכטיג.

49 -- טער כלל:

אום צו איבערצייגען זיך, צו אַ חילוק איז ריכטיג, כפל'ען מיר דעם חלק אויפ'ן טהיילער; און אויב מיר באַקומען פונקט די געטהיילטע, איז דער חילוק ריכטיג. אָדער מיר צוטהיילען די געטהיילטע אויפ'ן חלק; און אויב מיר באַקומען פונקט דעם טהיילער, איז דער חילוק געמאַכט ריכטיג.

איבונגען.

168) דער פראדוקט פון צוויי צאָהלען איז 1,928,205; איין צאָהל איז 621. ווי גרוים איז די צווייטע?

169) דער פראדוקט פון דריי צאָהלען איז 280,000. איין צאָהל איז 125, די צווייטע — 64. ווי גרוים איז די דריטע?

זעהט צי די פאלגענדע כפל'ס זיינען געמאכט ריכטיג:

219 × 34 = 7,446
4815 × 217 = 1,044,855
3962 × 304 = 134,708
23000 × 1200 = 2,560,000
30812 × 2903 = 89,447,346

פרובירט דורך כפל, צי די פאָלגענדע חילוק'ס זיינען ריכטיג:

837 : 3 = 279
956 : 4 = 238
4767 : 7 = 681
18144 : 36 = 504
108766 : 457 = 248
1758675 : 537 = 3275

ו. באַנאַנטע צאָהלען.

ווען א צאָהל ווייזט די מאָס אדער די וואָג פון א זאך, שרייבט מען דערביי דעם נאָמען פון דער וואָג אדער מאָס. מיר שרייבען, צ. ב. ש., 5 פוס, 3 שטונדען 20 מינוט, 3 פונט 5 אונצען; 4 ריעמס (פאַפּיער); 2 קוואָרט 1 פיינט, א. ז. וו. די ווערטער „פוס", „שטונדען", „קוואָרט" א. ז. וו., רופען זיך נעננערס: זיי נעננען, רופען אָן די מאָס אָדער די וואָג, וואָס די צאָהל דריקט אוים. און די צאָהלען גופא — 5 פוס, 3 שטונדען, 20 מינוט, 4 ריעמס, 3 פונט 5 אונצען, א. ז. וו. — רופען זיך באַנאַנטע צאָה־לען.

בעפאָר מיר וועלען ווייזען, ווי צו מאַכען פארשיעדענע חשבונות מיט באַנאַנטע צאָהלען, וועלען מיר געבען א באַגריף ווע־גען פארשיעדענע מאָסען.

זאָרטען פון מאָס און וואָג.

אָט זיינען טאַבעלען פון די פארשיעדענע זאָרטען פון מאָס און וואָג, וואס ווערען געברויכט אין די פאראייניגטע שטאַאטען.

מאָסען פון צייט:

60 סעקונדען זיינען 1 מינוט; 60 מינוט זיינען 1 שטונדע; 24 שטונדען איז א טאָג (א מעת לעת); 7 טעג זיינען א וואָך; 365 טעג זיינען א יאָהר. יעדער 4טער יאָהר איז אן עיבור־יאָהר, וועלכער ענטהאַלט 366 טעג: דער איבריגער טאָג ווערט צוגע־לעגט צו פעברואר.

אן עיבור יאהר קען מען דערקענען אויף אזא אופן: אויב די צאָהל פון יאָהר טיילט זיך אויף 4, איז דער יאהר אן עיבור יאהר; אויב ניט, איז דער יאהר א געוועהנליכער יאהר.

אָט, צ. ב. ש., דער יאהר 1918 איז ניט קיין עיבור יאהר,

ווארים 1918 טיילט זיך ניט אויף 4; 1916 אבער איז געווען אן עיבור יאהר, און 1916 טיילט זיך אויף 4.

א יאהר איז איינגעטיילט אין 12 מאנאטען, וועלכע האבען אזוי פיעל טעג:

יאנואר	31	יולי	31
פעברואר (אין אן עיבור יאהר 29).	28	אוגוסט	31
מערץ	31	סעפטעמבער	30
אפריל	30	אקטאבער	31
מאי	31	נאוועמבער	30
יוני	30	דעצעמבער	31

מאסען פון געלד:

5 סענט איז א ניקעל; 2 ניקעלס איז א דיים; 25 סענט איז א קווארדער; צוויי קווארדערס (50 סענט) זיינען א האלבער דאלאר; 2 האלבע דאלארס (100 סענט) זיינען א דאלאר.

מאסען פון וואג:

אפטייק (דראג־סטאר) וואג:

20 גראם איז א סקרופל; 3 סקרופלס איז א דראם; 8 דראמס איז 1 אונץ; 12 אונצען איז א פונט.

געוועהנליכע וואג:

$27\frac{11}{32}$ גרעין איז 1 דראם; 16 דראם איז 1 אונץ; 16 אונצען איז איין פונט; 112 פונט איז 1 הונדערטוועיט; 20 הונדערט וועיטס איז 1 טאן.

מאסען פון פליסיגקייטען:

4 דזשילס איז א פיינט; 2 פיינטס איז א קווארט; 4 קווארט איז א גאלאן; $31\frac{1}{2}$ גאלאן איז 1 בארעל; 2 בארעלס איז 1 האג־שעד.

מאָסען פון תבואה:

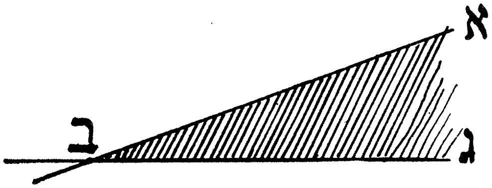
2 פיינטס איז 1 קוואָרט; 8 קווארט איז 1 פעק; 4 פעק איז 1 בושעל.

מאָסען פון פאַפּיער:

24 בויגען איז 1 קווייר; 20 קווויירס איז 1 ריעם; 2 ריעמס איז איין באָנדעל; 5 באָנדלעך איז 1 בייל.

מאָסען פון ווינקלען.

ווען צוויי גלייכע ליניעס באגעגענען זיך, מאכען זיי א ווינקעל. אָט אין דער צייכנונג 1 באגעגענט זיך די ליניע אב מיט

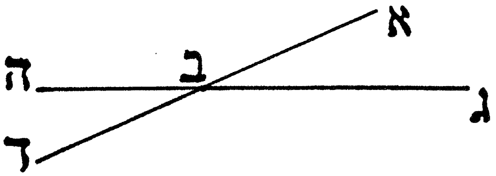


צייכנונג 1

דער ליניע גב און דער באשאָטענטער שטח צווישען זיי איז א ווינקעל.

די צוויי ליניעס פון ווינקעל רופען זיך די זייטען פון ווינקעל; דער פינטעלע ב, אין וועלכען די זייטען פון ווינקעל באגעגנען זיך, רופט זיך דער שפּיץ פון ווינקעל.

פון דער צייכנונג 2 איז צו זעהן, אז ווען צוויי ליניעס באגע-



צייכנונג 2

גענען זיך, מאכען זיי ניט איין ווינקעל, נאָר פיער ווינקלען: גבא, אבה, הבד, און דבג. אלע האָבען זיי איין שפּיץ ב.

איין פּאָר ווינקלען (גבא און אבה) זיינען פון דער אויבער-

שטער זייט פון דער ליניע גה, און די צווייטע פּאָר ווינקלען (הבד און דבג) זיינען אונטער דער ליניע.

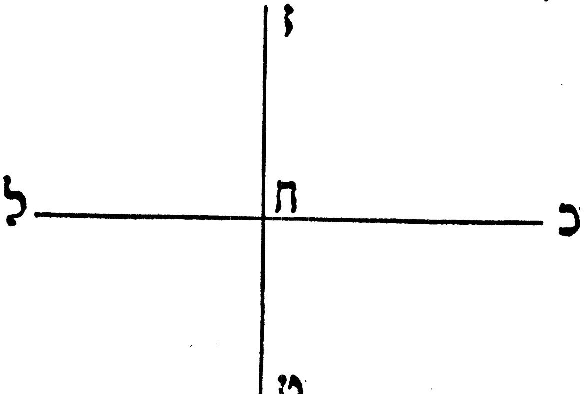
די אַלע פיער ווינקלען ארום דעם שפּיץ ב ווערען איינגעטיילט אין 360 גראַד, פון וועלכער יעדער ווערט באַצייכענט מיט אַ קליי־נעם °, וואס מען שרייבט אויבען צו רעכטס פון דער צאָהל. אַט, צ. ב. ש., °360 באַדייטעט 360 גראַד.

די ליניע גה צוטיילט די °360 גראַד אין צווייען. הייסט עס, אז די אויבערשטע פּאָר ווינקלען זיינען צוזאַמען °180, און די אונטערשטע פּאָר איז °180.

די גרויס פון יעדען ווינקעל מעסט מען מיט גראַדען. 1 גראַד (°1) איז אַ 360־טעל פון גאַנצען ווינקעל ארום אַ פּינטעלע.

באַטראַכט די אויבערשטע (אדער די אונטערשטע פּאָר ווינק־לען). די ווינקלען גבא און אבה זיינען ניט גלייך איינער צום אַנ־דערען. איהר קענט גלייך זעהן, אז גבא איז ווייניגער פון אַ העלפט פון °180, עס הייסט ווייניגער פון °90, און דער ווינקעל אבה איז גרעסער פון °90.

אין דער צייכנונג 3 ציהען זיך די ליניעס זט און כל אזוי, אז



צייכנונג 3

יעדע פּאָר ווינקלען — סאַי די אויבערשטע, סאַי די אונטערשטע פּאָר, — באַשטעהט פון צוויי גלייכע ווינקלען. דאָס הייסט, אז זחכ איז גלייך צו זחל, און יעדער איז, נאַטירליך, °90. ווען צוויי ליניעס באַגעגענען זיך אזוי, דאָס זיי מאַכען גלייכע ווינקלען, זאָגט

מען, אז זיי זיינען פערפענדיקולאר איינע צו דער אנדערער: זה איז א פערפענדיקולאר צו כל.

א ווינקעל פון 90° רופט זיך גלייכער ווינקעל; א ווינקעל וואס איז ווענינער פון 90°, רופט זיך שארפער ווינקעל; א ווינ־קעל, וואס איז מעהר פון 90°, רופט זיך טעמפער ווינקעל.

א גראד ווערט איינגעטיילט אין 60 מינוט; א מינוט ווערט איינגעטיילט אין 60 סעקונדען. א מינוט ווערט באצייכענט מיט אזא פאסיקעל ′, א סעקונדע — מיט צוויי פאסיקלעך″.

8° 40′ 15″ לייענט זיך: 8 גראד 40 מינוט 15 סעקונדען.

מאסען פון לענג.

די לענג פון א זאך, א שטרעקע פון איין ארט ביז א צווייטען, מעסטען מיר מיט זאגענאנטע מאסען פון לענג. די מאסען זיינען: 12 אינטשעס אין 1 פוס; 3 פוס אין 1 יארד; 5 און א האלב יארד אין 1 ראד; 40 ראד — 1 פארלאנג; 9 פארלאנג — 1 מייל; 3 מייל — 1 ליעג.

שטח (סקווער) מאסען.

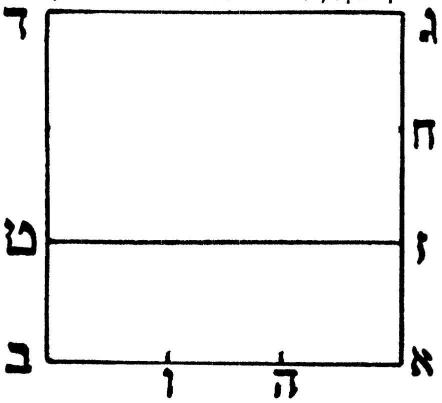
ווען מיר ווילען וויסען א שטרעקע, אינטערעסירען מיר זיך נאר מיט דער לענג פון דער ליניע, וואס ציהט זיך פון איין ארט צום צווייטען. מיט דער ברייט פון דער זאך אינטערעסירען מיר זיך ניט. און דעריבער מעסטען מיר מיט מאסען פון לענג.

ווען איהר ווילט אבער האבען א באגריף וועגען דער גרויס פון א פעלד, אדער וועגען א שטח ערד, וואס א געביידע פאר־נעהמט, איז שוין ווענינ צו וויסען בלויז די שטרעקע, עס איז שוין ניט גענוג צו וויסען די לענג פון איין עק ביז׳ן צווייטען. וואַ־רים די גרויס פון פעלד, צ. ב. ש., ווענדעט זיך אויך אן דער ברייט. ווען מיר מעסטען א ,פעלד, מעסטען מיר אייגענטליך דעם שטח, און א שטח דארף מען מעסטען מיט מאסען, וואס האבען א לענג און א ברייט, עס הייסט מיט זאגענאנטע סקווער מאסען.

א סקווער מאס איז א פיער קאנטיגע פלאכע מאס, וואס די לענג איז ביי איהר אזוי גרויס, ווי די ברייט. אויב די לענג פון

דער סקווער מאָס איז 1 יאַרד, און די ברייט 1 יאַרד, איז די מאָס אַ סקווער יאַרד; אויב די לענג איז 1 פוס און די ברייט 1 פוס, איז די מאָס אַ סקווער פוס; א. ז. וו.

שטעלט אייך פאָר, אַז די קעסטעלע אבגד (צייכנונג 4, וואו

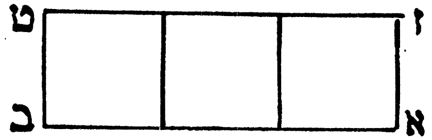


צייכנונג 4

אב און אג זיינען פערפענדיקולאַר איינע צו דער אנדערער) איז אַ סקווער יאַרד. די לענג אב איז 3 פוס (אה איז 1 פוס, הו — 1 פוס, זב — 1 פוס) און די ברייט אג איז 3 פוס (אז איז 1 פוס, זח — 1 פוס, און חג — 1 פוס).

די לענג איז 3 פוס. דאָס הייסט, אַז איבער דער לענג קענען זיך אויסלעגען 3 קעסטעלעך וואָס יעדער איז אַ סקווער פוס. מיר באַקומען אַלזאָ אַ פּאַס אזטב, וואָס איז לאַנג 3 פוס און איז ברייט 1 פוס.

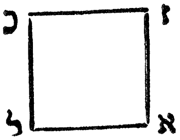
מיר גיבען דאָ, אין צייכנונג 5, דעם דאָזיגען פּאַס (אזטב) באַ־



צייכנונג 5

זונדער: ער איז אין דער לענג 3 פוס און אין דער ברייט 1 פוס און באַשטעהט פון 3 סקווער פוס.

דער קעסטעלע (אזכל), אונטען אין צייכנונג 6, איז 1 סקווער פוס.



צייכנונג 6

אלזא די לענג ווייזט, אז איבער דער לענג פון אונזער סקווער יארד קען מען אויסלעגען 3 סקווער פוס.

די ברייט, ווידער, איז אויך 3 פוס. דאָס ווייזט, אז אזעל־כע פאַסען קען מען אויסלעגען 3. אויב איין פאַס ענטהאלט 3 סקווער פוס, טא די 3 פאַסען, עס הייסט דער גאַנצער סקווער־יארד, 3 מאָל 3 סקווער פוס. מיט אנדערע ווערטער, 1 סקווער־יארד איז 3×3, = 3^2, עס הייסט 9, סקווער פוס. אויף אן עהנ־ליכען אופן וועט איהר אויסגעפינען, אז 1 סקווער פוס איז 12^2, עס הייסט 144, סקווער אינטשעס.

50־טער כלל:

אום אויסצוגעפינען, ווי פיעל איין סקווער־מאָס עס ענטהאַלט זיך אין איין העכערער סקווער־מאָס, דאַרף מען נעהמען דעם סקווער (כפל׳ען אויף זיך) פון דער צאָהל, וואָס ווייזט, ווי פיעל מאָל די קלענערע לענג־מאָס עס ענטהאַלט זיך אין דער גרעסערער.

באנוצענדיג זיך מיט דיעזען כלל געפינען מיר, אז

144 (12×12) סקווער אינטשעס זיינען 1 סקווער פוס;

9 (3×3) סקווער פוס — 1 סקווער יארד;

30¼ $(5\frac{1}{2} \times 5\frac{1}{2})$ סקווערד יארדס — 1 סקווער ראד;

נעדענקט אויך, אז:

40 סקווער ראד זיינען 1 רוד;

4 רוד זיינען 1 אַקער;

640 סקווער מייל זיינען 1 טאונשיפ.

ענטהאַלטונג (קובישע) מאָסען, אדער אומפאַסונג, רוהם־מאָסען.

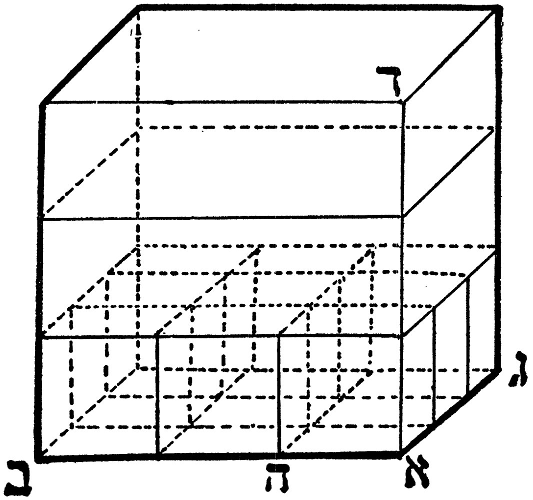
א מהלך, א שטרעקע מעסטען מיר מיט לענג־מאָסען (פוס, יארדס א. ז. וו.) און אינטערעסירען זיך ניט מיט דער ברייט.

א שטח מעסטען מיר מיט סקווער־מאָסען, וואָס האָבען א לענג און א ברייט, און מיר אינטערעסירען זיך ניט מיט דער גרעב (די הויך) פון דער זאך.

שטעלט זיך פאָר, אז איהר ווילט אויסגעפינען, ווי פיעל לופט אייער צימער ענטהאלט, אדער ווי פיעל קאדר־באקסעס פון א געוויסער גרויס מען קען אריינלעגען אין א קאסטען. דאָ איז שוין ווייניג צו וויסען נאָר די לענג און די ברייט. וואָרים צוויי צימערען קענען האָבען די זעלבע לענג און ברייט, אבער א פארשיעדענע הויך. און דער צימער, וואס איז העכער, ענטהאלט מעהר לופט. פון צוויי קאסטענס פון דער זעלבער לענג און ברייט איז גרעסער דער יעניגער קאסטען, וואס האָט א גרעסערע הויך. דער רוהם פון א צימער, די ענטהאלטונגס־פעהיגקייט פון א כלי, מעסטען מיר מיט זאָגענאַנטע קובישע מאָסען.

א קובישע מאָס איז א זעקס־זייטיגער קלעצעלע, וואס האָט די זעלבע לענג, ברייט און גרעב (הויך). א קובישער אינטש, צ. ב. ש., איז א קלעצעלע, וואס האלט אין דער לענג א אינטש, אין דער ברייט אן אינטש און אין דער גרעב אן אינטש; א קובישער פוס האלט אין דער לענג 1 פוס, אין דער ברייט 1 פוס און אין דער גרעב 1 פוס; א. ז. וו.

שטעלט זיך פאָר, אז צייכנונג 7 איז א כלי, וואס אינעווייניג

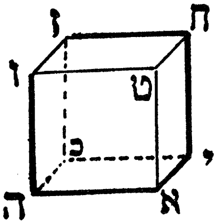


צייכנונג 7

איז זי א קובישער יארד: זי האלט אין דער לענג 3 פוס, אין דער ברייט 3 פוס און אין דער הויך 3 פוס.

די ליניע אב איז די לענג; די ליניע אג איז די ברייט; און די ליניע אד איז די הויך.

אינעווענינ, לאָמיר זאָגען, איז די כלי דורכאויס אָנגעפּילט מיט קוביקלעך, פון וועלכע יעדער איז א קובישער פוס. (מיר גי־בען דאָ אין דער צייכנונג 8 איין קובישען פוס באזונדער. ער האָט



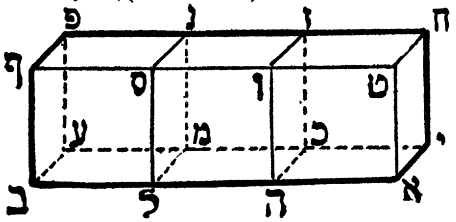
צייכנונג 8

6 זייטען: די פראָנט זייט איז אהוט; די הינטערשטע זייט איז יכחז; די רעכטע זייט איז איחט; די לינקע זייט הכזו; די אויבערשטע זייט טוזח; און די אונטערשטע זייט אהכי).

ווי פיעל קוביקלעך געהען אריין אין די כלי? מיט אנדערע ווערטער: ווי פיעל קובישע פוס איז אין איין קובישען יארד?

די לענג אב (צייכ. 7) איז 3 פוס. ד. ה., אז איבער דער לענג פון דער כלי קען מען אויסלעגען 3 קובישע פוס. מיר וועלען דאָן האָבען איין רייהע קובישע פוס: איהר לענג וועט זיין 3 פוס, איהר ברייט 1 פוס, און איהר הויך 1 פוס.

אָט איז די פיקטשור (צייכנונג 9), פון דיעזער רייהע:



צייכנונג 9

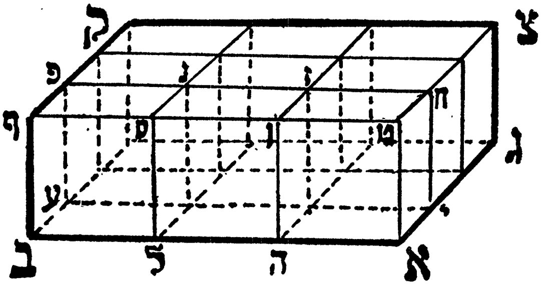
איכהטחזו איז איין קובישער פוס; **הכמלוזנס** — א צווייטער קובישער פוס; און **למעבסנפף** — א דריטער קובישער פוס.

די ברייט אג (צייכ. 7) איז 3 פוס. ד. ה., אז מיר קענען אויפ'ן דעק פון דער כלי אויסשטעלען 3 אזעלכע רייהען קובישע פוס.

אויב אין 1 רייהע זיינען דאָ 3 קובישע פוס, זיינען אין די 3 רייהען דאָ 3 מאָל אזוי פיעל, עס הייסט 9 קובישע פוס.

מיר האָבען אלזאָ אויפ׳ן דעק א שיכטע מיט קובישע פוס: איהר לענג איז 3 פוס, איהר ברייט איז 3 פוס, און איהר הויך איז 1 פוס.

אָט איז די פיקטשור פון דיעזער שיכטע (צייכנונג 10).



צייכנונג 10

די הויך איז 3 פוס. דאָס הייסט, אז אין דער כלי קען מען אויסשטעלען 3 אזעלכע שיכטען איינע אויף דער אנדערער. אויב אין 1 שיכטע זיינען דאָ 9 קובישע פוס, זיינען אין אלע 3 שיכטען דאָ 3 מאָל 9, עס הייסט 27 קובישע פוס.

אלזא, איין קובישער יארד איז $3 \times 3 \times 3 = 3^3$, עס הייסט 27, קובישע פוס.

51-טער כלל:

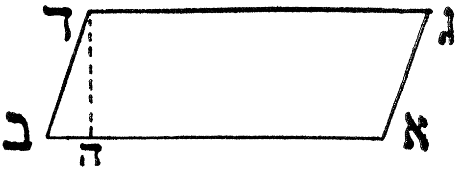
אום אויסצוגעפינען, ווי פיעל מאָל איין קובישע מאָס ענטהאַלט זיך אין אַ גרעסערער קובישער מאָס, דאַרף מען די צאָהל, וואָס ווייזט, ווי פיעל מאָל די קלענערע לענג־מאָס ענטהאַלט זיך אין דער גרעסערער, כפל׳ען צוויי מאָל אויף זיך.

אויף אזא אופן וועלען מיר אויסגעפינען, אז 1 קובישער פוס ענטהאלט 12^3 $(12 \times 12 \times 12)$, עס הייסט 1728, קובישע אינטשעס.

געאָמעטרישע פיגורען.

בעפאר מיר וועלען ווייזען, ווי צו מאכען חשבונות מיט סקווער מאָסען, לאָמיר געבען א באגריף, וועגען זאָגענאַנטע געאָמעטרישע פיגורען.

א פיער־זייטיגע פיגור, ווי אָנגעוויזען אין צייכנונג 11, וואו

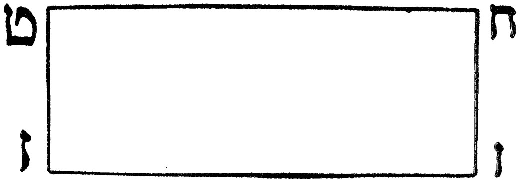


צייכנונג 11

די זייטען, וואס זיינען פונקט אנטקעגען איינע דער אַנדערער, זיינען גלייך, איז אַ פּאַראַללעלאָגראַם. אין אונזער פּאַראַללעלאָגראַם איז די זייט אב גלייך צו דער זייט גד, און די זייט אג — צו דער זייט בד.

די אונטערשטע זייט (ליניע אב) רופט זיך באַזיס. אויב איהר וועט פון שפּיץ ד אַרונטערלאָזען אַ פּערפּענדיקולאַר (די געפּינטעלע ליניע דה) צום באַזיס, וועט דאָס זיין די הויך פון פּאַראַללעלאָגראַם.

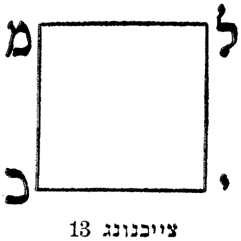
א פּאַראַללעלאָגראַם, ווי די פיגור אָנגעוויזען אין צייכנונג 12,



צייכנונג 12

וואו די ווינקלען זיינען גלייכע (90־גראַדיגע), איז אַ גלייכווינקעלדיגער. די אונטערשטע זייט (ליניע וז) איז דער באַזיס; די זייט וח (אָדער זט) איז די הויך (וואָרים ווי באַלד דער ווינקעל הוז איז אַ גלייכער, איז דאָך וח פּערפּענדיקולאַר צו וז.

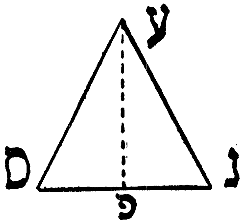
א גלייכווינקעלדיגער, ווי די פיגור אין צייכנונג 13, וואו די



צייכנונג 13

לענג איז גלייך צו דער ברייט, איז א סקווער. אין א סקווער, ווי עס איז צו זעהן, איז די הויך גלייך צום באזים.

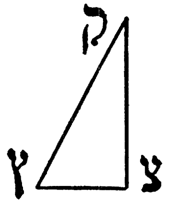
א דריי־זייטיגע פיגור, ווי אנגעוויזען אין צייכנונג 14, איז



צייכנונג 14

א דריי־ווינקעל. די אונטערשטע זייט (ליניע נס) איז דער באַ־זים; און דער פערפענדיקולאר (פינטעלטע ליניע עפ) פון שפּיץ ע, — וואס איז פונקט געגען דעם באזים, — צום באזים איז די הויך פון דריי־ווינקעל.

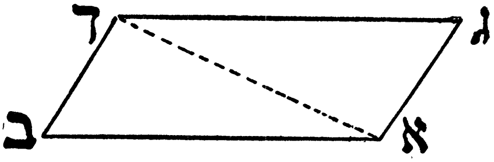
א דריי־ווינקעל, ווי אין צייכנונג 15, וואו צוויי זייטען זיינען



צייכנונג 15

פערפענדיקולאר איינע צו דער אנדערער (קצ איז פערפענדיקולאר צו צץ), איז א גלייכער דריי־ווינקעל (ווארים דער ווינקעל צווי־שען די פערפענדיקולארען איז א גלייכער. איינע פון די פערפענ־דיקולארע זייטען (די אונטערשטע ליניע צץ) איז דער באזים, און די צווייטע (די ליניע קצ), איז די הויך.

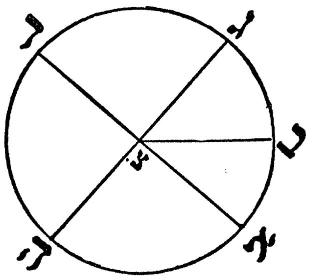
פון צייכנונג 16 איז לייכט צו זעהן, אז ווען מיר ציהען א גלייך־



צייכנונג 16

כע ליניע פון איין שפיץ פון א פאראללעלאגראם צום שפיץ, וואס איז פונקט אנטקעגען איהם, צוטיילען מיר דעם פאראללעלאָגראם אויף צוויי דריי־ווינקעלס. און אין געאָמעטריע ווערט דערוויזען, אז די צוויי דריי־ווינקעלס זיינען גלייך איינער צום אנדערען.

די פיגור, אָנגעוויזען אין צייכנונג 17, איז א קרייז. א קרייז



צייכנונג 17

האָט אזא אייגענשאפט: מען קען אין איהם געפינען א מיטעל־פונקט (צ), וואס ער איז גלייך ווייט פון אירגענד וועלכען פונקט פון קרייז. אָט, צ. ב. ש., פארבינדט דעם מיטעל־פונקט צ מיט אירגענד וועלכע פונקטען פון קרייז (מיט די פונקטען א, ב, ג, ד, ה), וועלען אלע ליניעס (צא, צב, צג, צד, צה) זיין גלייך איינע צו דער אנדערער.

דער מיטעל־פונקט צ רופט זיך צענטער, די קרייז־ליניע (אבגדה) רופט זיך אומקרייז; א ליניע וואס פארבינדט דעם צענטער מיט אירגענד וועלכען פונקט פון אומקרייז (צא, צ. ב. ש., אדער צב) רופט זיך ראַדיוס. אויב צוויי ראדיוסען זיינען א גלייכע ליניע, ווי צ. ב. ש., אצד, רופען זיי זיך דיאַמעטער. א דיאַמעטער, הייסט עס, איז 2 ראדיוסען. און עס איז לייכט צו זעהן, אז ער צוטיילט דעם קרייז אויף 2 גלייכע טיילען.

אין געאָמעטריע ווערט דערוויזען, אז דער אומקרייז איז גרעסער פון דיאמעטער אין דריי און איין־זיעבעטעל מאָל. אויב דעם ראדיוס וועלען מיר באצייכענען מיט'ן בוכשטאב R (אַר), וועט דער דיאמעטער זיין $2R$; דער אומקרייז וועט זיין דריי און איין־זיעבעטעל מאָל מעהר. עס הייסט, די ליניע וועט זיין $2R \cdot 3\frac{1}{7}$

חשבונות מיט סקוועׂר מאָסען.

יעצט ווען מיר זיינען שוין באקאנט מיט געאָמעטרישע פיגו־רען, לאָמיר ווייזען, ווי מען מעסט דעם שטח פון יעדער פון זיי.

די מעסטונג פון א גלייכווינקעלדיגען.

מיר ווילען אָנפאנגען פון א שטח, וואס האָט א פארמע פון א גלייכווינקעלדיגען.

אייער קיך איז 10 פוס לאנג און 9 פוס ברייט. ווי פיעל סקווער פוס אָיל קלאָטה דארפט איהר פאר די פאָדלאָגע פון דער קיך? מיר דארפען דאָ געפינען דעם שטח פון דער פאָדלאָגע. מיר ווייסען, אז א שטח מעסט מען מיט סקווער מאָסען. און אום אויס־צומעסטען די פאָדלאָגע האָט מען אייגענטליך געדארפט האָבען סקווער פוס. דאָס הייסט, מיר האָבען אייגענטליך געדארפט נעה־מען אלס א מאָס א ברעטעל, וואס האָט אין דער לענג 1 פוס און אין דער ברייט 1 פוס, און זעהן, ווי פיעל מאָל די ברעטעל וועט זיך אויסלעגען איבער דער פאָדלאָגע.

נאָר עס איז אונבעקוועם אומצושלעפען זיך מיט אזא ברעטעל אלס א מאָס. און דעם שטח פון דער פאָדלאָגע קענען מיר אויס־מעסטען אויך מיט געוועהנליכע לענג־מאָסען, — אין דיזען פאל מיט א געוועהנליכען לענג־פוס. לאָמיר דאָ ווייזען, ווי אזוי מען קען דאָס טאָן.

די לענג פון דער קיך איז 10 פוס. דאָס הייסט, אז איבער דער לענג פון דער פאָדלאָגע קען מען אויסלעגען 10 סקווער פוס. מיר וואָלטען דאן געהאט א פאס, וואס איז 10 פוס לאנג און 1 פוס ברייט

די ברייט פון דער קיך איז 9 פוס. דאָס הייסט, אז אזעלכע פאסען וואָלט מען איבער דער פאָדלאָגע געקענט אויסלעגען 9. אויב איין פאס ענטהאלט 10 סקווער פוס, טאָ 9 פאסען ענטהאלטען 9 × 10, עס הייסט 90, סקווער פוס.

אלזאָ, די גאנצע זאך, וואס מען דארף טאָן, איז אויסצומעס־טען פריהער די לענג און נאָכהער די ברייט. און דאָס קענען מיר דאָך טאָן אויך מיט א געוועהנליכער לענג־מאָס.

52־טער כלל:

אום אויסצוגעפינען א שטח פון א גלייכווינקעלדיגער זאך, מעסטען

מיר פריהער אוים איהר לענג, נאָכהער איהר ברייט, און מיר כפל'ען די לענג אויף די ברייט.

אויב מיר זאָלען די לענג פון א גלייכווינקעלדיגען אָננעהמען פאר'ן באזיס, און די ברייט — פאר די הויך, קענען מיר זאָגען, אז דער שטח פון א גלייכווינקעלדיגער זאך איז דער פּראָדוקט פון באזים אויף די הויך.

אזוי ווי אין א סקווער איז דער באזים און די הויך גלייך איי־נער צום אנדערען, קען מען זאָגען, אז דער שטח פון א סקווער איז דער סקווער פון באזים. אָט, צ. ב. ש., אויב א זייט פון סקווער איז 5 פוס, איז דער שטח פון סקווער 5^2, עס הייסט 25 סקווער פוס.

די מעסטונג פון א פּאראַללעלאָגראַם.

אין געאָמעטריע ווערט דערוויזען, אז א פּאראַללעלאָגראַם האָט דעם שטח פון א גלייכווינקעלדיגען, וואס האָט דעם זעלבען באַ־זים און די זעלבע הויך.

53־טער כלל:

אין דעריבער איז דער שטח פון א פּאראַלעלאָגראַם דער פּראָדוקט פון באַזים אויף די הויך. אויב דער באַזים איז 10 אינ., צ. ב. ש., און די הויך — 8 אינטשעס, איז דער שטח $10 \cdot 8 = 80$ סקווער אינטשעס.

די מעסטונג פון א דריי־ווינקעל.

מיר האָבען אויבען געוויזען, אז א דריי־ווינקעל איז א העלפט פון א פּאראַללעלאָגראַם, וואס האָט דעם זעלבען באזים און די זעל־בע הויך. אויב דער שטח פון א פּאראַללעלאָגראַם איז דער פּראָ־דוקט פון באזים אויף די הויך, איז דער שטח פון א דריי־ווינקעל א העלפט פון דעם דאָזיגען פּראָדוקט.

54־טער כלל:

אַלזאָ, אום אויסצוגעפינען דעם שטח פון אַ דריי־ווינקעל, כפל'ט מען דעם באַזים אויף די הויך, און דעם פּראָדוקט צוטהיילט מען אויף 2.

אויב דער באזים פון דריי־ווינקעל איז 7 פוס, צ. ב. ש., און די הויך 4 פוס, כפל'ען מיר פריהער 7 אויף 4, באקומען מיר 28 סקווער פוס. דיעזע צאָהל צוטיילען מיר אויף 2, איז 14. דער שטח וועט זיין 14 סקווער פוס.

די מעסטונג פון שטח פון א קרייז.

מען קען דערוויזען, אז א קרייז האָט דעם זעלבען שטח, וואס א דריי־ווינקעל, וואס זיין באַזיס איז גרויס, ווי די קרייז־ליניע (אומקרייז), און די הויך — ווי דער ראַדיוס פון קרייז.

דער אומקרייז איז, ווי מיר האָבען געוויזען, $2R \cdot 3\frac{1}{7}$ און די הויך איז R. דער שטח פון אזא דריי־ווינקעל איז א העלפט פון דעם פּראָדוקט פון $2R \cdot 3\frac{1}{7}$ אויף R.

$3\frac{1}{7} \cdot 2R$ געכפל'ט אויף R איז $3\frac{1}{7} \cdot 2R^2$; דיעזע צאָהל צו־טיילט אויף 2 איז $3\frac{1}{7}R^2$

55 - טער כלל:

אום צו געפינען דעם שטח פון אַ קרייז, מעסטען מיר פריהער אויס דעם ראַדיוס, כפל'ען דעם ראַדיוס אויף זיך זעלבסט, באַקומען מיר אַ סקוועער פון ראַדיוס. נאכהער כפל'ען מיר אַ סקוועער פון ראַדיוס אויף די צאָהל $3\frac{1}{7}$.

איבונגען.

170) געפינט דעם שטח פון די ווענט פון א צימער, וואס איז 12 פוס לאַנג, 8 פוס ברייט און 10 פוס הויך.

(אין צימער געהען צוויי ווענט אין דער לענג און צוויי ווענט אין דער ברייט. די לענג פון אַ לענג־וואַנט איז 12 פוס, און די ברייט (די הויך פון צימער) איז 10 פוס; הייסט עס, אז דער שטח פון א לענג וואַנט איז $12 \cdot 10 = 120$ סקוועער פוס).

171) א גלייכווינקעלדיגער פעלד איז 8800 יארד לאַנג און 320 יארד ברייט. ווי פיעל אקער ענטהאַלט דער פעלד?

172) דער באַזיס פון א פּאַראַללעלאָגראַם איז 10 אינטשעס; די הויך איז 5 אינטשעס. ווי גרויס איז דער שטח פון פּאַראַללעלאָגראַם?

173) דער באַזיס פון אַ דריי־ווינקעל איז 8 אינטשעס; די הויך איז 6 אינטשעס. ווי גרויס איז דער שטח?

174) די זייט פון א סקוועער איז 5 פוס. ווי גרויס איז זיין שטח?

175) דער דיאמעטער פון אַ קרייז איז 14 אינטשעס. ווי גרויס איז דער שטח פון קרייז?

חשבונות מיט קובישע מאָסען.

די לענג פון אייער שלאָף צימער איז 12 פוס, די ברייט 8 פוס און די הויך 10 פוס. ווי פיעל קובישע פוס לופט ענטהאַלט דער

צימער? מיר דארפען דאָ געפינען דעם רוהם, די ענטהאַלטונגס־פעהיגקייט פון א צימער. מיר ווייסען, אז א רוהם מעסט מען מיט קובישע מאָסען. און אום אויסצומעסטען די ענטהאַלטונגס־פעהיגקייט פון צימער האָט מען אייגענטליך גערארפט האָבען קובישע פוס. דאָס הייסט, מיר האָבען אייגענטליך גערארפט אָנפילען דעם צימער מיט קלעצלאך, וואס יעדער איז א קובישער פוס; אדער נעהמען איין קלעצעל און זעהן אויסצוגעפינען, ווי פיעל מאָל ער ענטהאַלט זיך אין צימער.

אזוי צו טאָן איז, נאַטירליך זעהר אונבעקוועם. און דעם רוהם קענען מיר אויסמעסטען מיט א געוועהנליכען לענג־פוס. לאָמיר ווייזען, ווי אזוי.

די לענג פון צימער איז 12 פוס. דאָס הייסט, אז איבער דער לענג קען מען אויסשטעלען 12 קובישע פוס. מיר וועלען דאן האָבען א רייהע פון קובישע פוס, וואָס איז 12 פוס לאַנג, 1 פוס ברייט און 1 פוס הויך.

די ברייט פון צימער איז 8 פוס. דאָס ווייזט, אז אויף דער פאָדלאָגע קען מען אויסשטעלען 8 אזעלכע רייהען. די פאָדלאָגע וועט דאן זיין אין גאַנצען באדעקט מיט א שיכטע קובישע פוס, וואָס איז 12 פוס לאַנג, 8 פוס ברייט און 1 פוס הויך.

די הויך פון צימער איז 10 פוס. דאָס ווייזט, אז אין צימער קען מען אָנשטעלען 10 אזעלכע שיכטען; דער צימער וועט דאן זיין פול מיט קובישע פוס. וויפיעל קובישע פוס? אין איין רייהע זיינען דאָ 12 קובישע פוס, טאָ אין 8 רייהען, עס הייסט אין איין שיכטע, 8 × 12 (96) קובישע פוס; אין איין שיכטע זיינען דאָ 96, טאָ אין 10 שיכטען, 10 × 96, עס הייסט, 960 קובישע פוס.

אלזאָ, די גאַנצע זאך, וואס מען דארף טאָן, איז צו געפינען פריהער, ווי פיעל קובישע פוס עס קענען זיין אין איין רייהע; נאָכהער ווי פיעל רייהען עס קענען זיין אין א שיכטע; און צו־לעצט וויפיעל שיכטען עס קענען זיך אויסשטעלען אין צימער. מיט אנדערע ווערטער, מען דארף נאָר וויסען די לענג, די ברייט און די הויך (אָדער די גרעב). און דאָס קען מען דאָך טאָן מיט א געוועהנליכער לענג־מאָס.

56־טער כלל:

אויף אויסצומעסטען דעם רוהם פון א צימער אָדער א כלי, מעסטען מיר פריהער אָפּ די לענג, נאכהער די ברייט און נאכהער די הויך, און

מיר כפל'ען די לענג אויף די ברייט, און דער פּראָדוקט כפל'ען מיר אויף די הויך.

איבונגען.

176) א בעסין (צו באָדען זיך) איז 40 פוס לאנג, 28 פוס ברייט און 9 פוס טיעף. וויפיעל קובישע פוס וואסער קען ער ענטהאלטען?

מאָסען פון געהילץ.

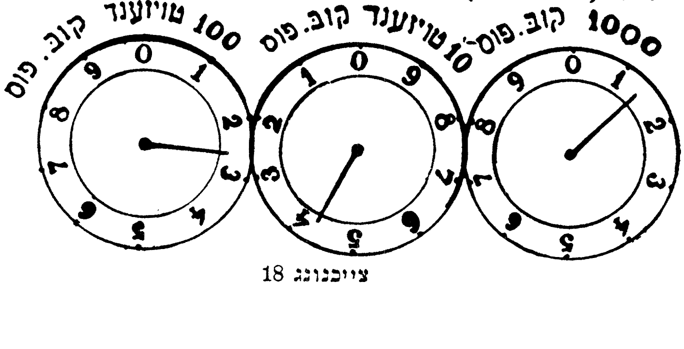
געהילץ אדער שטיין מעסט מען מיט א מאָס, וואס רופט זיך קאָרד. א קאָרד איז געהילץ אדער א קופּע שטיינער, וואס איז אין דער לענג 8 פוס, אין דער ברייט 4 פוס, און אין דער הויך 4 פוס.

גאַז-מעטער (מעסטער)

גאַז מעסט מען דורך קובישע פוס. די געז-קאָמפּאניעס שטע-לען צו גאַז צו 80 סענט פאר א 1000 קובישע פוס.

די מאָס פון פארברויכטע גאַז ווערט באשטימט דורך א זאָ-גענאַנטען גאַז-מעסטער, וואָס די קאָמפּאניע שטעלט אריין אין יעדער וואָהנונג. דער גאַז-מעסטער פארצייכענט שוין אליין, ווי פיעל גאַז עס איז פארברויכט געווארען אין א באשטימטע צייט. אן אגענט פון דער קאָמפּאני קומט פון צייט צו צייט פארשרייבען, ווי פיעל גאַז דער מעטער האָט רעקאָרדעט. אום צו באוואָרענען זיך פון שווינדעל, איז בעסער, אז דער טענענט זעלבסט זאָל „איבער-לייענען דעם מעטער", אום צו וויסען ווי פיעל טויזענד קובישע פוס גאַז דער מעטער האָט רעקאָרדעט.

מיר גיבען דאָ א צייכנונג פון ציפערבלאַט פון דעם גאַז-מעטער (צייכנונג 18).



צייכנונג 18

דער לינקער ציפערבלאַט ווייזט 100 טויזענד פוס. דאָס הייסט, אויב דער ווייזער איז אָפּגעגאַנגען דעם גאַנצען ציפערבלאַט ארום און ארום, איז פארברויכט געווארען 100 טויזענד קובישע פוס; ווען ער איז אבער אָפּגעגאַנגען פון 0, צ. ב. ש., ביז 1, אדער פון 4 ביז 5, אדער פון 8 ביז 9 א. ז. וו., איז פארברויכט געוואָרען 10 טויזענד קובישע פוס גאַז. דער מיטלעסטער ציפערבלאַט ווייזט 10 טויזענד. דאָס הייסט, אז ווען דער ווייזער געהט אָפּ פון איין ציפער ביז דער נעקסטער, ווייזט עס, אז עס איז פאַר־ברויכט געווארען 1000 פוס, און אז ווען ער איז אפּגעגאַנגען דעם גאַנצען ציפערבלאַט, ווייזט עס, אז עס איז פארברויכט געווארען 10 טויזענד פוס. דער רעכטער ציפערבלאַט ווייזט 1000. דאָס הייסט, אז ווען דער ווייזער געהט אָפּ דעם גאַנצען ציפער־בלאַט איז פאַרברויכט געווארען 1000 פוס, און אז ווען ער געהט אָפּ בלויז פון איין ציפער צו א צווייטער, איז פאַרברויכט געווארען 100 פוס. ביים לייענען דעם מעטער רעכענט מען בלויז די ציפער, וואס דער ווייזער איז שוין פארביי־געגאַנגען. דאָס הייסט, אויב דער ווייזער שטעהט צווישען 3 און 4, צ. ב. ש., רעכענט מען 3, ניט 4.

מיר הויבען אָן צו לייענען פון לינקס. אין אונזער ביישפּיעל שטעהט דער ווייזער פון לינקען ציפערבלאַט צווישען 2 און 3, פארשרייבען מיר א 2; אין מיטעלסטען איז דער ווייזער צווישען 4 און 5, שטעלען מיר א 4; אין רעכטען — צווישען 1 און 2, שטעלען מיר א 1.

האָבען מיר אלזא: 241, פון וועלכע דער 2 באדייטעט צעהנ־דליגע טויזענדע, דער 4 — טויזענדע, און דער — 1 הונ־דערטע. צוזאמען, אלזא — 241 הונדערט, אדער 24,100.

57־טער כלל

אַלזאָ, דעם גאַז־מעטער „לייענט מען" ווי פאָלגט: מען לייענט איבער די לעצטע ציפער, וואָס דער ווייזער פון לינקען ציפערבלאַט איז פאַרבייגעגאַנגען; נאָכהער די לעצטע ציפער, וואָס דער ווייזער פון מיטעלען ציפער־בלאַט איז פאַרבייגעגאַנגען, און ענדליך די לעצטע ציפער, וואָס דער ווייזער פון רעכטען ציפערבלאַט איז פאַרבייגעגאַנגען. צו רעכטס פון דער באַקומענער צאָהל שרייבט מען צו צוויי נולען. דאָס וועט זיין דער רעקאָרד. פון דיעזען רעקאָרד נעהמט מען אַרונטער דעם פריהערדיגען רעקאָרד, און דער אונטערשייד ווייזט, ווי פיעל

טויזענד קובישע פוס גאַז עס איז אין דער וואָהנונג פאַרברויכט גע־וואָרען זינט דאַן, ווען דער פריהערדיגער רעקאָרד איז גענומען געוואָרען.

מאָסען פון טעמפּעראַטור.

טעמפּעראַטור (היץ, קעלט) מעסט מען מיט גראַדוסען. דער אינסטרומענט, וואס ווייזט, אויף וויפיעל גראַדוסען די טעמפּעראַ־טור האָט זיך געענדערט, רופט זיך טערמאָמעטער. ער באשטעהט פון א פוסטע גלעזערנע טרייבעל (פּייפּ), אין וועלכע עס געפינט זיך קוועק־זילבער. פון היץ ווערט דער קאָלום קוועק־זילבער לענגער; פון קעלט — קירצער. צו דער פּייפּ איז צוגעפיקסט א טאַבעלע מיט ציפערען, וועלכע ווייזען, אויף ווי פיעל די טעמפּעראַטור האָט זיך געענדערט.

אויפ׳ן אָרט פון דער טאַבעלע, וואו דער קאָלום קוועק־זילבער שטעהט, ווען דער טערמאָמעטער געפינט זיך אין פריהרענדע וואַ־סער, שטעהט 32; אויפ׳ן אָרט פון דער טאַבעלע, וואו דער קאָ־לום קוועק־זילבער הויבט זיך אויף, ווען דער טערמאָמעטער גע־פינט זיך אין זידענדע וואסער, שטעהט 212. די שטרעקע פון 212 ביז 32 איז איינגעטיילט אין דער טאַבעלע אין 180 טיילען, וועלכע רופען זיך גראַדוסען. אזעלכע טיילען ווערען אויף דער טאַבעלע אָנגעדייטעט אויך אונטער דער צאָהל 32 און ווערען אָנ־געדייטעט: 31, 30, 29 . . . 4, 3, 2, 1, 0. די גראַדוסען נידעריגער פון 0 ווערען אָנגעדייטעט מיט א — (מינוס), — ווי פאָלגט: 1 —, 2—, 3— א. ז. וו.

די נאָרמאַלע טעמפּעראַטור פון א וואָהנונג איז 68 גראַד; די נאָרמאַלע טעמפּעראַטור פון א מענשען׳ס קערפּער איז 98 און 4 צעהנטעלעך גראַד.

דיזער טערמאָמעטער רופט זיך פאַרענהייט טערמאָמעטער און ווערט געברויכט אין אמעריקא. אין רוסלאַנד ווערט געברויכט א רעאָמיור־טערמאָמעטער, וועלכער אונטערשיידעט זיך פון פאַ־רענהייט מיט דעם, וואס די טעמפּעראַטור פון פריהרענדע וואסער איז אויף איהם באַצייכענט מיט א 0, און די טעמפּעראַטור פון זידענדע וואסער — מיט 80. די שטרעקען איבער דעם 0 ביז 80 איז צוטיילט אין 80 גלייכע טיילען; אויך די שטרעקע אונטערן 0 איז איינגעטיילט אין אזעלכע גלייכע טיילען. פון ביידע זייטען, אלזאָ, געהען ציפערען 1, 2, 3 א. ז. וו. די ציפערען העכער פון 0

ווערען אָנגעדייטעט מיט א + (פּלוס) און באדייטען ווארימקייט, די גראַדוסען אונטערן 0, מיט א — (מינוס) און באדייטען קעלט. אַט, צ. ב. ש. 15+ באדייטעד גראַדוסען איבערן 0, 15— באדייטעט 15 גראַדוסען אונטערן 0.

אין ענגלאַנד, פראַנקרייך און אַנדערע מערב אייראָפּעאישע לענדער ווערט געברויכט א צעלסי־טערמאָמעטער, אין וועלכען די טעמפּעראַטור פון פריהרענדע וואסער איז באצייכענט מיט א 0 און די טעמפּעראַטור פון זידענדע וואַסער — מיט א 100. אויך אין צעלסי טערמאָמעטער זיינען פון ביידע זייטען 0 אָנגעדייטעט ציפערען 1, 2, 3, 4, 5 א. ז. וו. די גראַדוסען איבערן 0 דייטען מיר אָן מיט א פּלוס; גראַדוסען אונטערן 0 — מיט א מינוס.

אנשטאַדט דעם וואָרט גראַד שרייבט מען א קליינעם °. אַט, צ. ב. ש, אנשטאַט „פינף גראַד" שרייבט מען °5; אנשטאַט „20 גראַד" — °20, א. ז. וו. און דערביי דייטעט מען אויך אָן אין וואָס פאַר א גראַד — צי רעאמיור'ס, צי צעלסי'ס אדער פאַרענהייט'ס. מען דייטעט עס אָן מיט'ן ערשטען ענגלישען בוכשטאַב פון נאָמען. אָט, צ. ב. ש„ 8°R באדייטעט 8 גראַד רעאמיור'ס; 15°C— 15 גראַד צעלסי'ס; 38°F — 38 גראַד פאַרענהייט'ס.

אויב רעאמיור'ס אָדער צעלסי'ס טערמאָמעטער ווייזט א טעמפעראַטור, וואָס איז העכער פון דער טעמפּעראַטור פון פריהרענדער וואסער, שרייבט מען ווי געוויזען: 18°C אדער 25°C א. ז. וו. אויב אבער ער ווייזט א טעמפּעראַטור, וואָס איז נידעריגער פון דער טעמפּעראַטור פון פריהרענדער וואסער, שרייבט מען דערביי א — (מינוס). אָט, צ. ב. ש„ 10°R— באדייטעט 10 רעאמיור גראַד קעלט; 15°C— באדייטעט 15 צעלסי גראַד קעלט.

אויב איהר מעסט א טעמפּעראַטור אי מיט רעאמיור'ס, אי מיט צעלסי'ס, וועט צעלסי'ס ווייזען מעהר גראַד. ווארים צעלסי'ס א גראַד איז קלענער פון רעאמיור'ס. פאַרענהייט'ס וועט, נאַטירליך, ווייזען נאָך מעהר גראַד.

עס איז לייכט צו זעהן, אז 180°F איז דאָס זעלבע, וואָס 100°C אדער וואס 80°R אדער פּראָסטער:

9°F = 5°C; 9°F = 4°R; 5°C = 4°R.

ביים „איבערזעצען" א טעמפּעראַטור, וואס איז אויסגעדריקט אין רעאמיור (אדער צעלסי) גראַד, אין פארענהייט גראַד (אדער

פארקעהרט), דארף מען ניט פארגעסען, אז דאָרטען, וואו אויפ'ן רעאמיור אדער אויפ'ן צעלסי שטעהט א 0, שטעהט אויפ'ן פאַרענהייט א 32.

איבונגען.

177) אין צפון־געגענדען פון סיביר איז ווינטער די טעמפעראַטור אָפט 60°R –. ווי פיעל גראד איז עס לויט דעם צעלסי־טערמאָמעטער?

178) לויט דעם פאַרענהייט־טערמאָמעטער? (געדענקט, אז 4°R איז 5°C אדער 9°F).

מיר וואלטען דאָ געוויזען ווי צו מאכען צייט־חשבונות. אבער אויף דעם פאָדערט זיך די קענטשאַפט פון חיבור און חיסור מיט באַנאַנטע צאָהלען.

פארוואנדלונג פון מאָסען פון איין נעננער אין מאָסען פון העכערע נעננער.

פארגלייכט די באַנאַנטע צאָהלען: „5 פונט" און „5 פונט 7 אונצען". די צאָהל „5 פונט" באשטעהט פון מאָסען פון איין נעננער; די צאָהל אבער „5 פונט 7 אונצען" באשטעהט פון מאָסען פון צוויי נעננערס. די צאָהל „4 יארד 2 פוס 8 אינטשעס" באַשטעהט פון מאָסען פון דריי נעננערס. א צאָהל, וואס ענטהאלט מאָסען בלויז פון איין נעננער, רופט זיך פּראָסטע באַנאַנטע; א צאָהל אבער, ויאס ענטהאלט מעהר ווי איין נעננער, רופט זיך צו־נויפגעשטעלטע באַנאַנטע.

אָפט קומט אויס צו פארוואנדלען פּראסטע באנאנטע אין צו־נויפגעשטעלטע, אדער פארקעהרט.

מיר האָבען, צ. ב. ש., די פּראָסטע באנאנטע 5516 סעקונדען. עס איז לייכט איהר צו פארוואנדלען אין א צונויפגעשטעלטע, עס הייסט אין מינוטען און שטונדען. זי ענטהאלט אזוי פיעל מינוטען, וויפיעל מאָל 60 עס געפינט זיך אין איהר. צוטיילען מיר 5516 אויף 60, באקומען מיר אין חלק 91, און א דיפערענץ 56. הייסט עס, אז די צאָהל 5516 סעקונדען איז 56 סעקונדען 91 מינוט.

91 מינוט איז מעהר, ווי א שטונדע. זי ענטהאלט אזוי פיעל שטונדען, ווי פיעל מאָל 60 עס ענטהאלט זיך אין איהר. צוטיילענדיג 91 אויף 60, באקומען מיר אין חלק 1 און א דיפערענץ 31. דאָס הייסט, אז 91 מינוט איז 31 מינוט 1 שטונדע.

מיר האבען, אלזא, אויסגעפונען, אז 5516 סעקונדען איז דאס זעלבע, וואס 56 סעק. 31 מינ. 1 שט.

58־טער כלל

אום צו פארוואנדלען, אלזא, א פראסטע בענאנטע פון א וועלכען עס איז נעננער אין א צונויפגעשטעלטע, צוטהיילען מיר איהר אויף די צאהל, וואס ווייזט וויפיעל מאסען פון דיעזען נעננער ענטהאלטען זיך אין איין מאס פון נעקסטען העכערען נעננער; אויב עס איז דא א דיפערענץ, ווייזט ער, ווי פיעל מאסען פון דיעזען נעננער עס בלייבען; דער חלק ווייזט, ווי פיעל מאסען פון העכערען נעננער מיר האבען; דעם חלק צוטהיילען מיר אויף די צאהל, וואס ווייזט, ווי פיעל מאסען פון העכערען נעננער עס ענטהאלטען זיך אין איין מאס פון נאך העכערען נעננער, א. ז. וו.

ווען מיר פארוואנדלען 2334 סענט אין דאלאר, באקומען מיר: 23 דאל. און 34 סענט. דאס הייסט: מיר באקומען די זעלבע צאהל, נאר די רעכטע צוויי ציפערען זיינען אפגעזונדערט אלס סענטען.

.34ס. 23ד. = 2334 סענט.

59־טער כלל:

אויף צו פארוואנדלען סענטען אין דאלארס, דארף מען נאר אפטהיילען די ערשטע צוויי ציפערען פון רעכטס. דיזע צוויי ציפערען ווערען באדייטען סענטען; די איבעריגע — דאלארס.

איבונגען.

פארוואנדעלט אין צונויפגעשטעלטע די פאלגענדע פראסטע באנאנטע:

179) 1128 סענט; 180) 2875 אינטשעס; 181) 4193 אונצעס; 182) 5000 בויגען; 193) 972 דזשילס; 184) 9708 סעקונדען; 185) 11382 סקוועער אינטשעס; 186) 15067 קובישע אינטשעס.

פארוואנדלונג פון מאסען פון העכערע נעננערם אין מאסען פון א קלענערען נעננער.

יעצט לאמיר ווייזען, פארקעהרט, ווי מען פארוואנדעלט א צונויפגעשטעלטע באנאנטע אין א פראסטע. מיר האבען, צ. ב. ש. 15 סעק. 5 מינוט 2 שטונדען. אין איין שטונדע זיינען דא 60 מינוטען, אין 2 — צוויי מאל אזוי פיעל, עס הייסט 120 מינוט.

צוזאמען מיט די 5 מינוט, איז 125 מינוט. אין איין מינוט זיינען דאָ 60 סעקונדען, אין 125 מינוט — זעכציג מאָל מעהרער, עס הייסט 7500 סעקונדען, און צוזאמען מיט די 15 סעקונדען האָבען מיר 7515 סעקונדען. אלזא די צונויפגעשטעלטע צאָהל:

15 סעקונדען 5 מינוט 2 שטונדען

איז דאָס זעלבע, וואָס די פּראָסטע צאָהל, 7500 סעקונדען.

ווען מיר פארוואנדלען 5 דאָל. 36 סענט אין סענטען, האָבען מיר 536 סענט. דאָס הייסט, אז

536ס. = 36ס. 5ד.

60־טער כלל:

אום צו פארוואנדלען א צונויפגעשטעלטע באַנאַנטע אין א פּראסטע כפל'ען מיר די מאָסען פון העכסטען נעננער אויף די צאָהל, וואָס ווייזט ווי פיעל איין מאָל פון דיעזען נעננער ענטהאַלט מאָסען פון אַ קלענערען נעננער; צום פּראָדוקט לעגען מיר צו די מאָסען פון דיעזען קלענערען נעננער, וואָס געפינען זיך אין דער צאָהל; די סומע כפל'ען מיר אויף די צאָהל, וואָס ווייזט ווי פיעל איין מאָס פון דיעזען קלענערען בעננער ענטהאַלט מאָסען פון נעקסטען קלענערען נעננער; צום פּראָדוקט לעגען מיר צו די מאָסען פון נעקסטען קלענערען נעננער; א. ז. וו.

מיט אַנדערע ווערטער, אויף צו פארוואַנדלען דאלארס מיט סענטען אין סענטען, פארשטרייכען מיר נאָר דעם נעננער סענטען נאָך די ערשטע צוויי ציפערען, און די גאנצע צאָהל וועט דאן באדייטען סענטען.

איבונגען.

פאַרוואַנדעלט אין פּראָסטע די פאָלגענדע צונויפגעשטעלטע באַנאַנטע:

187) 64 סענט 8 דאָל.; 188) 8 אינטשעס 2 פוס 6 יארד; 189) 30 סקווער אינטשעס 4 סקווער פוס 7 סקווער יארד; 190) 200 קוב. אינטשעס 2 קוב. פוס 3 קוב יארד.

חיבור פון באַנאַנטע צאָהלען.

מיר דארפען צוזאמענלעגען די צאָהלען: 10 מינוט 48 סעקונדען; 45 מינוט 23 סעק.; און 13 מינוט 54 סעקונדען.

לאָמיר זיך ווידער עראינערען אָן ביישפּיעל מיט די שוועבע־לעך, וואס מיר האָבען געבראכט אין איינעם פון די ערשטע קאַ־פּיטלעך. מיר האָבען געוויזען, אז ווען מיר ווילען צונויפלעגען צוויי קופּעס שוועבעלעך, לעגען מיר צונויף איינצעלנע מיט איינ־צעלנע, פּעקעלעך מיט פּעקעלעך, פּעקלעך מיט פּעקלעך, גרעסערע פּעק מיט גרעסערע פּעק א. ז. וו. עהנליכעס טוען מיר, ווען מיר ווילען ארונטערנעהמען: נעהמען מיר ארונטער איינצעלנע פון איינ־צעלנע, פּעקעלעך פון פּעקעלעך, פּעקלעך פון פּעקלעך א. ז. וו.

פּונקט אזוי זיינען מיר זיך נוהג ביים צונויפלעגען די אויבען־נעבראכטע באנאנטע צאָהלען: מיר לעגען צונויף סעקונדען מיט סעקונדען, מינוטען מיט מינוטען א. ז. וו. פאר דיעזען צוועק שטע־לען מיר זיי איינע אונטער דער אנדערער אזוי, דאָס סעקונדען זאָ־לען שטעהן אונטער סעקונדען, מינוטען אונטער מינוטען א. ז. וו., עס הייסט, דאָס מאָסען פון איין נעננער זאָלען שטעהן אין איין קאָלום.

אזוי ווי אין אידיש לייענט מען פון רעכטס צו לינקס, האָט מען אייגענטליך געדארפט אויסשטעלען די צאָהלען, וואס מיר דאר־פען דאָ צונויפשטעלען, ווי פאָלגט:

10 מינוט 48 סעקונדען
45 מינוט 23 סעקונדען +
13 מינוט 50 סעקונדען.

אבער דאן וואָלט אויסגעקומען אַנצופאנגען דעם חיבור פון לינקס, ניט ווי אין חיבור פון געוועהנליכע (ניט־באנאנטע) צאָה־לען.

שטעלען מיר שוין בעסער אוים די באנאנטע צוזאמענשטע־לערם אויפ׳ן שטייגער פון די אומות העולם, עס הייסט די מאָסען פון קלענערע נעננערס צו רעכטס, די מאָסען פון גרעסערע נעננערס צו לינקס, ווי פאָלגט:

48 סעק. 10 מינ.
23 סעק. 45 מינ. +
54 סעק. 13 מינ.

---

5 סעק. 70 מינ. 1 שט.

מיר פאנגען אָן פון סעקונדען: 48, מיט 23, מיט 54 איז 125. פארוואנדלען מיר די 125 סעקונדען אין א צונויפגעשטעל־

טע (פון מינוטען און סעקונדען), האָבען מיר 5 סעק. 2 מינוטען. די 5 סעקונדען שטעלען מיר אין דער סומע, און די 2 מינוטען פאַרצייכענען מיר.

יעצט לעגען מיר צונויף די מינוטען: 10, מיט 45, מיט 13 איז 68 מינוט, און צוזאַמען מיט די 2 מינוטען, וואס מיר האָבען פאַרצייכענט, איז 70 מינוטען. די 70 מינוטען פאַרוואַנדלען מיר אין א צונויפגעשטעלטע (פון מינוטען און שטונדען), האָבען מיר: 10 מינוטען 1 שטונדע. שטעלען מיר (אין סומע) 10 מינוט אין קאָלום פון מינוטען, און צו לינקס, אין קאָלום פון שטונדע, שטעלען מיר 1 שטונדע. די סומע איז:

5 סעק. 10 מינוט 1 שטונדע.

אויף אן עהנליכען אופן האָבען מיר:

6 דראַמס 4 אונצען 1 פונט
3 דראַמס 6 אונצען 2 פונט +
4 דראַמס 6 אונצען

---

5 דראַמס 4 אונצען 4 פונט.

61-טער כלל:

אום צו מאַכען א חיבור פון באַנאַנטע צאָהלען, שטעלען מיר די צוזאַמענשטעלער איינע אונטער'ן אַנדערן אַזוי, דאָס מאָסען פון איין נעננער זאָלען שטעהן אין איין קאָלום. מיר פאַנגען אָן דעם חיבור פון רעכטס, פון קלענסטען נעננער. מיר לעגען צונויף די מאָסען פון קלענסטען נעננער, און די סומע פאַרוואַנדלען מיר אין מאָסען פון נעקסטען העכערען נעננער. די, וואָס מען קען ניט פאַרוואַנדלען, שטעלען מיר אין סומע, און די מאָסען פון העכערען נעננער לעגען מיר צו צום קאָלום פון די מאָסען פון זעלבען העכערען נעננער. די נייע סומע פאַרוואַנדלען מיר אין מאָסען פון נאָך א העכערען נעננער, א. ז. וו.

איבונגען.

מאַכט די פאָלגענדע חיבורים:

191) 1 בייל 3 באַנדלעך 1 ריעם 6 קווירס 5 בויגען; 3 ביילס 4 באַנד. 1 ר. 7 קוו. 6 בויג.; 2 ביילס 2 באַנד. 9 קוו.; 3 באַנד. 14 בויג.

192) 4 בושעל 2 פעק 5 קוואָרט 1 פיינט; 3 בוש. 1 פעק 3 קוו.; 1 בוש. 3 פעק 4 קוו.; 5 בוש. 7 קוו. 1 פיינט; 3 פעק 2 קוו. 1 פיינט.

193) 3 מייל 2 פארלאנגס 15 ראדס 4 יארדס 1 פוס 5 אינטשעס;

2 מייל 7 פאר. 17 ר. 3 יאר. 2 פ. 8 אינטש.; 4 פאר. 10 ר. 3 יאר. 2 פ. 6 אינטש.; 1 מייל 9 ר. 1 יאר. 2 פ. 7 אינטש.; 4 מייל 1 פאר. 1 פוס 5 אינטש.

194) 100 אקער 3 רודס 10 סקוועך ראדס 8 סקוועך יארדס 4 סקוועך פוס 50 סקוועך אינטשעס; 200 אקער 1 רוד 15 סק. ר. 2 סק. יאר. 6 סק. פ. 46 סק. אינטש.; 2 רודס 15 סק. ר. 4 סק. יאר. 3 סק. פ. 65 סק. אינטש.; 50 אקער 5 סק. יאר. 2 סק. פ. 74 סק. אינטש.

195) 2 קוב. יארד 14 קוב. פוס 180 קוב. אינטשעס; 5 קוב. יארדס 15 קוב. פוס 200 קוב. אינטשעס; 9 קוב. פוס 500 קוב. אינטשעס; 11 קוב. יארד 1000 קוב. אינטשעס.

196) מיר האבען דריי ווינקלען, פון וועלכער איינער איז $12° 35' 40''$, דער צווייטער $64° 50' 30''$, דער דריטער $12° 33' 50''$. מיר האבען זיי צוגעשטעלט איינער צום אנדערען אזוי, אז זיי זיינען יעצט איין ווינקעל. ווי גרויס איז דער ווינקעל?

חיסור.

פון 5 טעג 7 שטונדען 38 מינוט 20 סעקונדען ווילען מיר ארונטערנעהמען 2 טעג 4 שטונדען 15 מינוט 12 סעקונדען.

פונקט ווי אין ביישפיעל מיט די שוועבעלעך נעהמען מיר ארונטער איינצעלנע פון איינצעלנע, פעקעלעך פון פעקעלעך, פעקלעך פון פעקלעך א. ז. וו., אזוי נעהמען מיר אין פאל פון באנאנטע צאהלען ארונטער סעקונדען פון סעקונדען, מינוטען פון מינוטען א. ז. וו.

דעריבער שטעלען מיר דעם פארקלענערער אונטער דער גערקלענערטער אזוי, דאס מאסען פון איין נעננער זאלען שטעהן אין איין קאלום.

דעם חשבון שרייבען מיר ווי פאלגט:

12 סעק. 15 מינ. 4 שטונד. 2 טעג —
20 סעק. 38 מינ. 7 שטונד. 5 טעג

8 סעק. 23 מינ. 3 שטונד. 3 טעג.

אויף אן עהנליכען אופן זיינען מיר זיך נוהג אויך אין פאלגענדען ביישפיעל:

10 קווייר 1 ריעם 4 באנדלעך
17 בויגען 15 קווייר 1 ריעם 2 באנדלעך —

מיר דארפען ארונטערנעהמען בויגענס פון בויגענס, קווייערס

פון קוויירס א. ז. וו. אבער, ווי איהר זעהט, זיינען אין דער גע־קלענערטער קיין בויגענס גאָר ניטאָ, און מיר האָבען ניט, פון וואס ארונטערצונעהמען די 17. „אנטלייהען" מיר אין דער געקלענער־טער איין קוויר, וועלכער איז 24 בויגען; און פון די 24 נעהמען מיר ארונטער די 17, און עס בלייבט 7 בויגען.

אין דער געקלענערטער האָבען מיר שוין ניט 10 קוויר, נאָר 9, ווייל איין קוויר האָבען מיר פריהער „אנטליהען". פון 9 קוויר קען מען 15 קוויר ניט אַרונטערנעהמען; „אנטלייהען" מיר 1 ריעם, וועלכער איז 20 קוויירס. האָבען מיר שוין 20 קוויירס מיט 9 קוויירס, עס הייסט 29 קוויירס, פון וועלכע מיר נעהמען ארונ־טער די 15, קוויר, און עס בלייבט 14 קוויר.

קיין ריעמס האָבען מיר שוין אין דער געקלענערטער ניט, ווייל דעם 1 ריעם, וואס מיר האָבען פריהער געהאט, האָבען מיר שוין „אנטליהען". „אנטלייהען" מיר יעצט 1 באַנדעל, וועל־כער איז 2 ריעמס, און פון די 2 ריעמס נעהמען מיר ארונטער 1 ריעם, בלייבט 1 ריעם.

אין דער געקלענערטער האָבען מיר שוין ניט 4, נאָר 3 באַנד־לעך. פון 3 נעהמען מיר ארונטער 2 באַנדלעך, בלייבט 1 באַנדעל. דער דיפערענץ וועט זיין 1 באַנדעל 1 ריעם 14 קוויר און 7 בויגען.

62-טער כלל:

אום אַרונטערצונעמען אַ באַנאַנטע צאָהל פון אַ באנאנטער, שטעלען מיר דעם פאַרקלענערער אונטער דער געקלענערטער אַזוי, דאָס מאָסען פון איין נעננער זאָלען שטעהן אין איין קאָלום. מיר פאַנגען אַן דעם חיסור פון רעכטס, פון די מאָסען פון קלענסטען נעננער, און געהען איבער צו די מאָסען פון גרעסערע נעננערס.

איבונגען.

מאַכט די פאָלגענדע חיסורים.

197) פון 4 פונט 5 אונצען 6 דראמס 2 סקרופלס 15 גרעין נעהמט ארונטער 2 פונט 7 אונצען 3 דראמס 1 סקרופל 18 גרעין.

198) פון 2 גאלאן נעהמט ארונטער 3 קווארט 1 פיינט 3 דזשילס.

199) פון 16 יארד 2 פוס נעהמט אַרונטער 11 יארד 2 פוס 9 איני־טשעס.

200) פון ווינקעל ″20 ′15 °108 נעהמט ארונטער דעם ווינקעל ″50 ′30 °54.

יעצט, אז מיר ווייסען שוין, ווי צו מאכען חיבור און חיסור מיט באנאנטע צאהלען, קענען מיר שוין ערקלעהרען ווי צו מאכען צייט־חשבונות.

צייט־חשבונות.

די צייט רעכענט זיך פון געבורט פון יעזוס קריסטוס.

מיר זאגען, צ. ב. ש., דאס האט פאסירט אין 1199. הייסט דאס, אז די פאסירונג האט שטאטגעפונען אין 1199־טען יאהר פון יעזוס קריסטוס'עס געבורט. מיט אנדערע ווערטער: פון יעזוס קריסטוס'עס געבורט ביז דער פאסירונג זיינען פארלאפען 1918 גאנצע יאהר און נאך עפעס.

ווען מיר זאגען, אז אימיצער איז געשטארבען דעם 21־טען מאי, 1918, 6 אוהר ביי טאג, הייסט עס, אז פון יעזוס'עס געבורט ביז'ן טוידט פון דעם באטרעפענדען מענשען זיינען פארלאפען 1917 גאנצע יאהר און נאך עפעס צייט, ווייניגער פון א יאהר (ווארים אויב מעהר פון א יאהר, וואלטען דאך פארלאפען גאנצע 1918, און דער טוידט פון דער פערזאן וואלט דאך אויסגעקומען אין 1919). ווי פיעל באטרעפט דאס „ווייניגער פון א יאהר"? לאמיר זעהן. די פערזאן איז געשטארבען אין מאי. מאנאט מאי, אלזא, איז נאך ניט געווען פארלאפען. הייסט עס, אז עס זיינען פארלאפען נאר יאנואר, פעברואר, מערץ און אפריל — 4 חדשים. פאסירט האט דער טוידט דעם 21טען. דער טאג פון 21טען איז נאך ניט פארגאנגען. הייסט עס, אז עס זיינען פארלאפען נאר גאנצע 20 טעג. דאס איז געווען 6 אוהר אין דער פריה. ווען עס וואלט געשטאנען, אז די פערזאן איז געשטארבען אין די 6־טע שטונדע אין דער פריה, וואלט עס געהייסען, אז גאנצע שטונדען זיינען פארלאפען ניט 6, נאר בלויז 5. אבער אזוי ווי מיר זאגען, דאס די פערזאן איז געשטארבען 6 אוהר אין דער פריה, הייסט עס, אז גאנצע שטונדען (פון 21־טען) זיינען פארלאפען 6 גאנצע.

ווען אונזער ביישפיעל וואלט געלויטעט, אז די פערזאן איז געשטארבען 6 אוהר ביי טאג, וואלט עס געהייסען, אז פון 21־טען זיינען פארלאפען ניט 6 שטונדען, נאר 18 שטונדען: פון האלבע

נאכט (ווען דער 21־טער האָט זיך אָנגעפאַנגען) ביז האַלבען טאָג (12 א זייגער) איז 12 שטונדען, און פון 12 א זייגער ביז 6 ביי טאָג איז נאָך 6 שטונדען, — צוזאַמען 18 שטונדען.

איבונגען.

201) וויפיעל צייט איז פארלאָפען (פון געבורט פון יעזוס קריס־טוס) ביז'ן 1־טען נאָוועמבער, 1916, האַלב נאָך 2 ביי טאָג?

202) וויפיעל צייט איז פארלאָפען ביז'ן 17־טען אויגוסט, 1910, האַלב נאָך 2 פאר טאָג?

ווי צו געפינען די ערשטע פאַסירונג.

אין חשבונות פון צייט קומט אויס צו באַשטימען, ענטוועדער ווען א געוויסע ערשיינונג האָט פאַסירט, אדער ווי פיעל צייט עס איז פארלאָפען פון אָנפאַנג ביז'ן סוף פון דער ערשיינונג, עס הייסט, ווי פיעל צייט זי האָט געדויערט. דעם אָנפאַנג פון אן ער־שיינונג רופען מיר די ערשטע פאַסירונג; דעם סוף — רופען מיר די צווייטע פאַסירונג.

אַלזאָ אין צייט־חשבונות זוכט מען ענטוועדער:

1) די ערשטע פאַסירונג, אדער

2) די צווייטע פאַסירונג, אדער

3) ווי פיעל צייט עס האָט געדויערט.

לאָמיר דאָס ערקלעהרען דורך ביישפּיעלע.

ווען מיר ווילען אויסגעפינען, ווען א מענש איז געבאָרען גע־וואָרען, הייסט עס, אז מיר זוכען די ערשטע פאַסירונג (דעם אָנפאַנג פון לעבען); ווען מיר ווילען באַשטימען, ווען ער איז געשטאָר־בען, זוכען מיר די צווייטע פאַסירונג (דעם סוף פון לעבען); ווען מיר ווילען באַשטימען, ווי פיעל ער האָט געלעבט, זוכען מיר די צייט „ווי פיעל עס האָט געדויערט" (פון געבורט ביז טוידט).

לאָמיר ווייזען, ווי מען רעכענט אויס די ערשטע פאַסירונג.

א רייזענדער האָט געמאַכט א רייזע ארום דעם ערד־קוגעל אין 2 יאָהר 3 חדשים 16 טעג 8 שטונדען 40 מינוט, און האָט זיך צוריקגעקעהרט דעם 5טען סעפּטעמבער 1913, האַלב נאָך 5 ביי טאָג. פרעגט זיך: ווען איז ער ארויסגעפאָהרען אויף זיין רייזע?

מיר האָבען דאָ די צווייטע פאַסירונג (דעם סוף פון דער רייזע); אויך ווייסען מיר „ווי פיעל עס האָט געדויערט". מיר

ווילען אויסגעפינען די ערשטע פאסירונג (דעם אנפאנג פון דער רייזע).

לאמיר פריהער באשטימען גענוי, ווי פיעל צייט עס איז פאר־לאפען פון יעזוס קריסטוס'עס געבורט ביז דער צווייטער פאסי־רונג. דער רייזענדער האט זיך צוריקגעקעהרט דעם 5־טען סעפ־טעמבער 1913, האלב נאך 5 ביי טאג. הייסט עס, עס זיינען פאר־לאפען גאנצע 1912 יאהר, גאנצע 8 חדשים פון 1913־טען יאהר (ביז סעפטעמבער), גאנצע 4 טעג (דער 5־טער סעפטעמבער האט זיך נאך ניט געהאט געענדיגט), גאנצע 17 שטונדען (פון 12 ביי נאכט ביז 12 ביי טאג איז 12 שטונדען, און נאך 5 שטונדען) און 30 מינוט.

דער אנפאנג פון דער רייזע האט שטאטגעפונען מיט 2 יאהר 3 חדשים 16 טעג 8 שטונדען 40 מינוט פריהער.

לאמיר מאכען א חיסור אויף צו באשטימען, ווי פיעל צייט עס איז פארלאפען פון יעזוס קריסטוס'עס געבורט ביז'ן אנפאנג פון דער רייזע:

30 מינ.	17 שטונ.	4 טעג	8 חדשים	1912 יאהר
40 מינ.	8 שטונ.	16 טעג	3 חדשים	2 יאהר —
50	8	19	4	1910

40 מינוט פון 30 קען מען ניט ארונטערנעהמען; „אנטלייהען" מיר אין דער געקלענערטער 1 שטונדע און פארוואנדלען איהר אין מינוטען; האבען מיר (אין דער געקלענערטער) 90 מינוט. 40 פון 90 איז 50 (מינוט).

8 שטונדען פון 16 (די 17־טע האבען מיר דאך „אנטליהען") איז 8 (שטונדען).

16 טעג פון 4 טעג קען מען ניט ארונטערנעהמען. דארף מען אין די געקלענערטער „אנטלייהען" א חדש און פארוואנדלען אין טעג. ניט אלע חדשים האבען די זעלבע צאהל טעג. טא לאמיר פריהער אויסגעפינען, וואס פאר א חדש מיר „אנטלייהען". מיר „אנטלייהען" דעם 8טען חדש פון 1913, דאס הייסט אוגוסט, וועל־כער האט 31 טעג. 31טעג מיט 4 טעג איז 35 טעג. 16 פון 35 איז 19 טעג.

3 חדשים פון 7 (דעם 8טען האבען מיר דאך „אנטליהען") איז 4 (חדשים).

2 יאָהר פון 1912 איז 1910 (יאהר).

אלזא, פון יעזוס קריסטוס'עס געבורט ביז דער ערשטער פאַסירונג איז אוועק 1910 גאַנצע יאָהר, 4 גאַנצע חדשים,' 19 גאַנצע טעג, 8 שטונדען און 50 מינוטען. יעצט קענען מיר שוין זאָגען, ווען די ערשטע פאַסירונג (דער ארויספאָהר אויף די רייזע) האָט שטאַטגעפונען.

עס זיינען ביז איהר פאַרלאָפען גאַנצע 19 טעג, הייסט עס, אז זי האָט פאַסירט דעם 20טען; עס זיינען פאַרלאָפען 4 גאַנצע חדשים, הייסט עס, אז זי האָט פאַסירט אין 5טען חדש (מאי); עס זיינען פאַרלאָפען 1910 גאַנצע יאָהר, הייסט עס, אז זי האָט פאַסירט אין 1911. אלזאָ, דער רייזענדער איז ארויסגעפאָהרען אויף זיין רייזע דעם 20טען מאי, 1911, 8 שטונדען און 50 מינוטען אין דער פריה (ווען דאָס וואָלט געווען 8 שט. 50 מינ. אין אבענד, וואָלטען נעדארפט פארלויפען גאנצע 20 שטונדען 50 מינוט, ניט בלויז 8 שט. 50 מינ.).

וויי צו געפינען די צווייטע פאַסירונג.

יעצט לאָמיר ווייזען, ווי מען רעכענט אוים די צווייטע פאַסירונג.

אימיצער איז געבאָרען געוואָרען דעם 18טען יוני, 1842, 5 אוהר אין דער פריה. ער האָט געלעבט 73 יאהר 8 חדשים 16 טעג 11 שטונדען 45 מינוט. ווען איז ער געשטארבען?

לאָמיר פריהער באשטימען גענוי, ווי פיעל צייט עס איז פאַרלאָפען פון יעזוס קריסטוס'עס געבורט ביז דער ערשטער פאַסירונג, עס הייסט ביז'ן געבורט פון דעם מענשען. עס זיינען פארלאפען גאנצע 1841 יאהר, גאנצע 5 חדשים, גאנצע 17 טעג און 5 שטונדען. דער טוידט האָט פאַסירט מיט 73 יאהר 8 חדשים 16 טעג 11 שטונדען 45 מינוט שפעטער.

לאָמיר מאכען א חיבור אויף צו באַשטימען, ווי פיעל צייט עס איז פאַרלאָפען פון יעזוס קריסטוס'עס געבורט ביז'ן טוידט פון דעם מענשען.

1841 יאהר	5 חדשים	17 טעג	5 שטונדען		
73 יאהר +	8 חדשים	16 טעג	11 שטונדען	45 מינוט	
1914 יאָהר	13 חדשים	33 טעג	16 שטונדען	45 מינוט	

עס זיינען פאַרלאָפען 1914 יאָהר מיט 13 חדשים, הייסט עס

1915 יאָהר מיט'ן חדש יאנואר פון 1916. עס זיינען פּארלאָפען, א חוץ דעם, 33 טעג, עס הייסט א חדש, אויך פון 1916. וואס פאר א חדש איז דאָס געווען? יאנואר איז שוין אוועק, הייסט עס, אז אין די 33 טעג ענטהאלט זיך פעברואר פון 1916. דער יאָהר 1916 איז געווען אן עיבור יאהר, און פעברואר האָט ענטהאלטען 29 טעג. הייסט עס, אלזאָ, אז עס זיינען פארלאָפען 1915 יאהר, אויך יאַנואר און פעברואר און 4 טעג פון מערץ 1916.

אלזאָ פון יעזוס קריסטוס'עס געבורט ביז'ן טוידט פון דעם מענשען זיינען פארלאָפען:

1915 גאנצע יאָהר, 2 גאנצע חדשים, 4 גאנצע טעג, 16 שטונדען 45 מינוט.

דער מענש, אלזאָ, איז געשטארבען דעם 5טען (דער 4טער איז דאָך שוין פאריבער) מערץ (יאנואר און פעברואר זיינען דאָך שוין פאָריבער) 1916 (1915 איז דאָך שוין פאריבער) 4 שטונדען 45 מינוט ביי טאג (פון די 16 שטונדען רעכענען מיר ארונטער די 12 שטונדען פון האלבע נאכט ביז האלבען טאָג).

צולעצט וועלען מיר ווייזען, ווי מען רעכענט אויך „וויפיעל עס געדויערט."

ווי צו געפינען „וויפיעל עס געדויערט."

אימיצער איז ארויסגעפאָהרען קיין אייראפּא, צו באזוכען זיין געבורטסלאנד, דעם 27טען יולי, 1909, האלב נאָך 3 ביי טאָג; ער האָט זיך צוריקגעקעהרט פון דער רייזע דעם 3טען מערץ, 1910, 8 אוהר אין דער פריה. וויפיעל צייט איז ער געווען אבוועזענד?

לאָמיר אויסגעפינען, וויפיעל צייט עס איז פארלאָפען פון יעזוס קריסטוס'עס געבורט ביז דער צווייטער פּאסירונג (די צוריקקעהרונג פון דער רייזע); אויך ווי פיעל צייט עס איז פארלאָפען פון יעזוס קריסטוס'עס געבורט ביז דער ערשטער פאסירונג (די ארויספאָהרונג אויף דער רייזע). און דער אונטערשיעד אין דער צייט, וואס עס איז פארלאָפען פון יעזוס קריסטוס'עס געבורט ביז דער צווייטער און דער ערשטער פאסירונג, ווייזט די צייט, וואס ער איז געווען אבוועזענד.

ביז דער צוריקקעהרונג זיינען פארלאָפען: 1909 יאהר, 2 חדשים (יאנואר און פעברואר פון 1910), 2 טעג, 8 שטונדען. ביז דער ארויספאָהרונג זיינען פארלאפען: 1908 יאהר, 6 חדשים (ביז יולי פון 1909), 26 טעג, 15 שטונדען, 30 מינוט.

לאָמיר ארונטערנעהמען איין צאָהל פון דער צווייטער אויף צו באשטימען ווי פיעל צייט עס איז פארלאָפען פון דער ארויס־פאָהרונג ביז דער צוריקקעהרונג:

8 שטונדען 2 טעג 2 חדשים 1909 יאָהר
— 30 מינוט 15 שטונדען 26 טעג 6 חדשים 1908 יאָהר

30 מינוט 16 שטונדען 3 טעג 7 חדשים.

אויף ארונטערצונעהמען מינוטען „אנטלייהען" מיר אין דער געקלענערטער א שטונדע; ביים ארונטערנעהמען די שטונדען „אנטלייהען" מיר (אין דער געקלענערטער) א טאָג; אין ארונ־טערנעהמען די טעג „אנטלייהען" מיר (אין דער געקלענערטער) א חדש — דעם 2טען חדש, עס הייסט פעברואר פון 1910, וואס ענט־האלט 28 טעג.

די רייזע, אלזא, האָט געדויערט:

7 חדשים, 3 טעג, 16 און א האלב שטונדען.

אלזא, ביים מאכען צייט־חשבונות דארף מען האָבען אין זי־נען פאלגענדעס:

63־טער כלל:

א) אויב מיר ווילען וויסען „וויפיעל צייט", רעכענען מיר ניט דעם דיוט, דעם מאָנאַט און דעם יאָהר פון דער פּאַסירונג, נאָר די צאָהל גאַנצע טעג, חדשים און יאָהרען, וואָס זיינען פּאַרלאָפען ביז דער פּאַסירונג.

ב) אויב מיר ווילען וויסען „ווען", רעכענען מיר יע דעם דיוט, חדש און יאָהר פון דער פּאַסירונג.

ג) אויף צו געפינען די צייט פון דער ערשטער פּאַסירונג, באַ־שטימען מיר, ווי פיעל צייט עס איז פאַרלאָפען (פון יעזוס קריסטוס'עס געבורט) ביז דער צווייטער פּאַסירונג, נעהמען אַרונטער די צייט, וואָס די ערשיינונג האָט געדויערט; דאָס ווייזט אונז „ווי פיעל צייט" עס איז פאַרלאָפען ביז דער ערשטער פּאַסירונג; און דאָן זיינען מיר זיך שוין משער „ווען" זי (די ערשטע פּאַסירונג) האָט שטאַטגעפונען.

ד) אויף צו געפינען די צייט פון דער צווייטער פּאַסירונג באַ־שטימען מיר ווי פיעל צייט עס איז פאַרלאָפען ביז דער ערשטער; לעגען צו די צייט, וואָס די ערשיינונג האָט געדויערט; דאָס ווייזט אונז „ווי פיעל צייט" עס איז פאַרלאָזען ביז דער צווייטער פּאַסירונג; און דאָן זיינען מיר זיך משער „ווען" זי (די צווייטע פּאַסירונג) האָט שטאַטגעפונען;

ה) אויף צו געפינען, ווי פיעל צייט אַן ערשיינונג האָט גע־דויערט, באַשטימען מיר פריהער, ווי פיעל צייט עס איז פאַרלאָפען

ביז דער צווייטער פאסירונג; נאכהער — ווי פיעל צייט עס איז פאר־לאפען ביז דער ערשטער פאסירונג; און מיר מאכען א חיסור.

איבונגען.

203) די וועלט־מלחמה האט אויסגעבראכען דעם 1טען אוגוסט, 1914, און דער וואפען־שטילשטאנד איז געמאכט געווארען דעם 11טען נאוועמבער, 1918. וויפיעל צייט איז פארלאפען פון אויסברוך פון דער מלחמה ביז דער שליסונג פון וואפען־שטילשטאנד?

204) א געוויסע פערזאן איז געשטארבען דעם 12טען אפריל, 1883, זייענדיג אלט 65 יאהר 8 חדשים 23 טעג. ווען איז ער געבארען געווארען?

205) קארל מארקס איז געבארען געווארען דעם 5טען מאי, 1818, און האט געלעבט 64 יאהר 10 חדשים און 9 טעג. ווען איז ער גע־שטארבען?

כפל.

מיר ווילען כפל'ען 1 גאלאן 3 קווארט 1 פיינט 2 דזשילס אויף 5.

עס פארשטעהט זיך, אז עס איז אלץ איינס, צי מיר וועלען די צאהל (1 גאל. 3 קוו. 1 פיינט 2 דזש.) כפל'ען אויף א מאל אויף 5 אדער מיר וועלען כפל'ען די דזשילס באזונדער, די פיינטס באזונדער, די קווארטס באזונדער א. ז. וו.

פונקט ווי אין פאל פון חיבור און חיסור, שטעלען מיר די באנאנטע אויך אין כפל, ווי די אומות העולם טוען עס: דאס הייסט, מיר שטעלען די גע'כפל'טע אזוי, דאס די קליינע נעננערס זאלען זיין צו רעכטס, די גרעסערע צו לינקס, ווי פאלגט:

2 דזש. 1 פיינט 3 קוו. 1 גאל.
× 5

2 דזש. 1 פיינט 2 קוו. 9 גאל.

2 דזשילס גע'כפל'ט אויף 5, איז 10 דזשילס. פארוואנדלען מיר אין א צונויפגעשטעלטע, האבען מיר 2 דזש. 2 פיינטס. די 2 דזש. שטעלען מיר אין פראדוקט, און די 2 פיינטס פארציי־כענען מיר.

1 פיינט גע'כפל'ט אויף 5, איז 5 פיינט; א חוץ דעם, האבען מיר פון די דזשילס 2 פיינט, — צוזאמען 7 פיינט.

7 פיינט איז 1 פיינט 3 קווארט. דעם 1 פיינט שטעלען מיר אין פראדוקט און די 3 קווארט פארצייכענען מיר.

3 קווארט גע'כפל'ט אויף 5, איז 15 קווארט. א חוץ דעם, האָבען מיר 3 קווארט פון פריהער, — צוזאמען האָבען מיר 18 קווארט. פארוואנדלען מיר אין א צונויפגעשטעלטע, האָבען מיר 2 קוו. 4 גאל. די 2 קווארט שטעלען מיר אין פראדוקט, און די 4 גאלאן פארצייכענען מיר.

1 גאלאן גע'כפל'ט אויף 5 איז 5 גאלאן. א חוץ דעם, האָבען מיר פון פריהער 4 גאלאן, — צוזאמען האָבען מיר 9 גאלאן, וועלכע מיר שטעלען אין פראדוקט.

אויף אן עהנליכען אופן כפל'ען מיר:

20 סעק.	4 מינוט	4 שטונדען
× 12		
—	52 מינוט —	2 טעג

64-טער כלל:

אום צו כפל'ען א באַנאַנטע, שרייבען מיר די גע'כפל'טע אזוי, דאָס די קלענערע נעננערס זאָלען זיין פון רעכטס, די גרעסערע פון לינקס; מיר כפל'ען פריהער די מאָס פון קלענסטען נעננער, נאַכהער פון נעקסטען העכערען א. ז. וו.

איבונגען.

כפל'ט:

(206) 2 בושעל, 3 פעק, 5 קוואָרט, 1 פיינט אויף 24;
(207) 25 יאַרד, 2 פוס, 11 אינטשעס אויף 52;
(208) 18 סקווער יאַרד, 5 סקווער פוס, 50 סק. אינטשעס אויף 135;
(209) 52 קוב. יאַרד, 18 קוב. פוס, 400 קוב. אינטעס אויף 240.
(210) אין יאַנואַר איז פאַרברויכט געוואָרען 2900 קוב. פוס גאַז; אין פעברואַר 3200; אין מערץ 3700; אין אַפריל 2900; אין מאַי 2700; אין יוני 1200. ווי פיעל האָט איהר באַצאָהלט פאר די גאַז, אויב 100 פוס קאָסט 8 סענט?

חילוק.

א לאקאמאטיוו, איז אין 5 מינוט אפגעגאנגען 4 מייל 892 יארד 2 פוס 4 אינטשעס. ווי פיעל איז ער אפגעגאנגען אין 1 מינוט?

עס פארשטעהט זיך, אז אין 1 מינוט איז ער אפּגעגאנגען 5 מאָל וועניגער, ווי אין 5 מינוט, עס הייסט 5 מאָל וועניגער, ווי 4 מייל 892 יארד 2 פוס 4 אינטשעס. און אום אויסצוגעפינען, ווי פיעל איז דער לאָקאָמאָטיוו איינגעגאנגען אין 1 מינוט, דארף מען דיעזע צאָהל צוטיילען אויף 5.

פונקט ווי ביים צוטיילען א געוועהנליכע צאָהל, צוטיילען מיר פריהער דעם טיילער פון דער צאָהל, וואָס באדייטעט העכערע גרו־פּען (טויזענדע, צ. ב. ש.), נאָכהער צוטיילען מיר הונדערטע, א. ז. וו., אזוי קענען מיר אויך אין דיעזען פאַל צוטיילען פריהער די העכערע מאָסען, נאָכהער די קלענערע, נאָך דעם די נאָך קלענערע א. ז. וו.

8 אינ. 1 פוס 1586 יארד) 4 אינ. 2 פ. 892 יארד 4 מייל (5

4 מייל צוטיילען אויף 5 קען מען ניט. דאָס הייסט, אז אין חלק וועלען ניט זיין קיין גאנצע מיילען. פארוואנדלען מיר די מיילען אין יארד, האָבען מיר 7040 יארד; און צוזאמען מיט די 892 פון אונזער צאָהל, האָבען מיר 7932, וועלכע מיר צוטיי־לען אויף 5. באקומען מיר אין חלק 1586, און עס בלייבט נאָך א דיפערענץ פון 2. 1586 יארד שרייבען מיר אין חלק, און די 2 יארד פארוואנדלען מיר אין פוס. האָבען מיר 6 פוס, און צו־זאמען מיט די 2 פוס פון אונזער צאָהל, — 8 פוס, וועלכע מיר צו־טיילען אויף 5. אין חלק שרייבען מיר 1 פוס. און דעם דיפע־רענץ 3 פוס פארוואנדלען מיר אין אינטשעס. האָבען מיר 36 אינ־טשעס, און צוזאמען מיט די 4 אינטשעס פון אונזער צאָהל, — 40 אינטשעס, וועלכע מיר צוטיילען אויף 5. באקומען מיר פונקט 8, און מיר שטעלען אין חלק 8 אינטשעס

אויף אן עהנליכען אופן האָבען מיר:

9 סעק 28 מינ. 4 טעג) 42 סעק. 26 מינ. 8 שטונד. 3 טעג (18

אין די ביידע ביישפּיעלע איז די געטיילטע א באנאנטע צאָהל, און דער טיילער א געוועהנליכע צאָהל. און דער כלל אין דיעזען פאל איז, ווי פאָלגט:

65־טער כלל:

מיר פאַנגען אָן דעם חילוק פון די העכערע מאָסען, נאָכהער טוילען מיר די קלענערע, די נאָך קלענערע, א. ז. וו. און דער חלק, וואָס מיר באַקומען, איז אַ באַנאָנטע צאָהל, פונקט ווי די געטוילטע.

עס איז אָבער דאָ נאָך א פאַל: ווען די געטיילטע און דער טיילער זיינען ביידע באנאַנטע צאָהלען.

לאָמיר נעהמען א ביישפּיעל:

א לאָמאָקאָטיוו געהט אין א מינוט אפּ 1586 יארד 1 פוס 8 אינטשעס. אין וויפיעל מינוט וועט ער אפּגעהן א שטרעקע פון 4 מייל 892 יארד 2 פוס 4 אינטשעס?

עס פארשטעהט זיך, אז די שטרעקע פון 4 מייל 892 יארד 2 פוס 4 אינטשעס וועט דער לאָקאָמאָטיוו אפּגעהן אין אזוי פיעל מינוט, ווי פיעל מאָל עס ענטהאַלט זיך אין דיזער צאָהל 1586 יארד 1 פוס 8 אינטשעס. מען דאַרף, אלזאָ, צוטיילען 4 מייל 892 יארד 2 פוס 4 אינטשעס אויף 1586 יארד 1 פוס 8 אינטשעס.

) 4 אינ. 2 פ. 892 יארד 4 מייל (8 אינ. 1 פ. 1586 יארד

אום צו וויסען, ווי פיעל מאָל איין באנאַנטע ענטהאַלט זיך אין א צווייטער, דאַרף מען זיי ביידען אויסדריקען אין מאָסען פון איין נעננער. אין דיזען פאַל וועט אויסקומען צו פאַרוואַנדלען זיי אין אינטשעס. די געטיילטע וועט זיין 285,580 אינטשעס, און דער טיילער — 57,116 אינטשעס. צוטיילענדיג איינע אויף די אנדערע, באקומען מיר 5.

אלזאָ:

5) 4 אינ. 2 פוס 892 יארד 4 מייל (8 אינ. 1 פוס 1586 יארד

דאָס הייסט, דער לאָקאָמאָטיוו וועט מאַכען די שטרעקע אין 5 מינוט.

אויף אן עהנליכען אופן האָבען מיר:

10) 52 סק.אינ. 6 סק. פוס 4 סק. יארד (34 סק. אינ. 4 סק. פוס

66-טער כלל:

אויף צו צוטיילען אַ באַנאַנטע צאָהל אויף אַ באַנאַנטע פאַרוואַנדלען מיר די געטיילטע און דעם טיילער אין צאָהלען פון מאָסען פון איין נעננער און צוטיילען איינע אויף די אַנדערע, ווי געוועהנליכע צאָהלען; דער חלק וועט זיין אַ געוועהנליכע צאָהל.

איבונגען.

(211 ״25, ׳37, °46 צוטיילען אויף 5.

(212 אַ גלייכזייטיגער גלייכווינקעלדיגער, וואָס איין זייט איז ביי איהם 8 פוס 3 אינטשעס און די אַנדערע 2 פוס 4 אינטשעס, איז צוטיילט אין 6 גלייכע חלקים. וואָס איז דער שטח פון איין חלק?

213) 7 קוב. יארד, 19 קוב. פוס, 325 קוב. אינטשעס צוטיילען אויף 16 קוב. פוס, 25 קוב. אינטשעס.

214) 25 גאללאן 3 קווארט 1 פיינט 3 דזשילס צוטיילען אויף 8 גאל. 2 קוו. 1 פ. 1 דזש.

215) 73 דאל. 80 ס. צוטיילען אויף 8 דאל. 20 סענט.

216) וויפיעל קארדס איז דא אין 32 פוס געהילץ, וואס די ברייט איז 8 פוס און די הויך 4 פוס?

217) דער דונער און דער בליץ קומען פאר אין זעלבען אויגענ־בליק. ליכטיגקייט פארשפרייט זיך אונגעהייער שנעל (186000 מייל אין 1 סעקונדע), דערזעהען מיר דעם בליץ אויגענבליקליך. אבער א קלאנג פארשפרייט זיך בלויז מיט א שנעלקייט פון 1120 פוס אין 1 סעקונדע; דערהערען מיר דעם דונער עטאווס שפעטער. א דונער האט געטראפען אויף א דארף, וואס איז 5 מייל 160 יארד פון אייך. אין וויפיעל סע־קונדען נאכ'ן בליץ וועט איהר דערהערען דעם דונער?

ז. טיילערס (אָדער כפל'ערס)

פּראָסטע און צוזאמענגעשטעלטע צאָהלען.

יעדע צאָהל טיילט זיך אויף א 1. אָט, צ. ב. ש.:

$$5 : 1 = 5; \quad 13 : 1 = 13; \quad 35 : 1 = 35; \quad 237 : 1 = 237$$

אויך טיילט זיך יעדע צאָהל אויף זיך אליין:

$$6 : 6 = 1; 23 : 23 = 1; 164 : 164 = 1; 2450 : 4250 = 1$$

עס זיינען דאָ צאָהלען, וואָס טיילען זיך בלויז אויף א 1 און אויף זיך אליין. אָט, צ. ב. ש., 7 קען מען טיילען בלויז אויף א 1 און אויף 7, — און מעהר ניט. עס זיינען אָבער דאָ צאָהלען, וואָס אויסער 1 און זיך זעלבסט, טיילען זיי זיך אויך אויף אַן אנדער צאָהל. אָט, צ. ב. ש., די צאָהל 4. זי טיילט זיך אויף 1:

$$4 : 1 = 4$$

זי טיילט זיך אויף זיך זעלבסט:

$$4 : 4 = 1$$

און זי טיילט זיך אויך אויף 2:

$$4 : 2 = 2$$

די צאָהל 6, ווידער, טיילט זיך, א חוץ 1 און זיך זעלבסט, אויף מעהר ווי איין צאָהל: זי טיילט זיך אויף 2 און אויף 3.

די צאָהל 12 טיילט זיך, א חוץ 1 און זיך זעלבסט, אויך אויף 2, 3, 4 און 6.

א צאָהל, וואָס טיילט זיך בלויז אויף א 1 און אויף זיך זעלבסט, רופט זיך פּראָסטע צאָהל; א צאָהל, וואָס טיילט זיך, א חוץ 1 און זיך זעלבסט, אויף נאָך עפּעס א צאָהל אדער צאָה־לען, רופט זיך צונויפגעשטעלטע. די צאָהל 6, צ. ב. ש., איז א צונויפגעשטעלטע: זי איז צונויפגעשטעלט פון די גע'כפל'טע 2 און 3.

די צאָהלען 1, 2, 3, 5, 7, 11 א. ז. װ., זײנען פּראָסטע צאָה־לען   די צאָהלען 4, 6, 14 א. ז. װ., זײנען צונױפגעשטעלטע.

איבונגען.

218) שרײבט אױס די ערשטע 11 פּראָסטע צאָהלען.
219) שרײבט אױס די ערשטע 18 צונױפגעשטעלטע צאָהלען.
220) שרײבט אױס די פּראָסטע צאָהלען צװישען 30 און 40; צװישען 50 און 80.
221) שרײבט אױס די צונױפגעשטעלטע צװישען 41 און 50, צװישען 81 און 100.

טײלערס פון א צאָהל.

די צאָהלען, פון װעלכע א צאָהל איז צונױפגעשטעלט, רו־פען זיך איהרע טײלערס אדער כפל׳ערס. די טײלערס פון 6, צ. ב. ש., זײנען 2 און 3; פון 9 — 3 און 3; פון 21 — 3 און 7, א. ז. װ.

די טײלערס פון א צאָהל קענען זײן פּראָסטע צאָהלען אדער צונױפגעשטעלטע. אָט, צ. ב. ש., די צאָהל 12 טײלט זיך אויף 2, 3, 4 און 6. פון דיעזע טײלערס זײנען 2 און 3 פּראָסטע; 4 אבער און 6 זײנען צונױפגעשטעלטע, װאָרים זײ טײלען זיך דאָך אויך אויף אנדערע צאָהלען: 4 טײלט זיך אויף 2, און 6 טײלט זיך אויף 2 און 3.

אָפט איז װיכטיג אױסצוגעפינען אלע פּראָסטע טײלערס פון א צאָהל. אין אזא פאַל זאָגען מיר, אז מיר לעגען די צאָהל פּאַר־נאַנדער אויף די פּראָסטע טײלערס (אדער כפל׳ערס), פון װעלכע זי איז צונױפגעשטעלט.

די צאָהל 12, צ. ב. ש., באַקומען מיר פון כפל׳ען 4 אויף 3; אבער 4 באַקומען מיר דאָך אויך פון אנדערע צאָהלען — פון 2 גע׳כפל׳ט אויף 2. און דעריבער זאָגען מיר, אז די פּראָסטע כפל־ערס פון 12 זײנען 2, 2 און 3. אדער:

$$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$$

די צאָהל 16 באַקומען מיר פון 8 גע׳כפל׳ט אויף 2; 8 באַ־קומען מיר פון 4 גע׳כפל׳ט אויף 2; 4 באַקומען מיר פון 2 גע׳־כפל׳ט אויף 2, און דעריבער זאָגען מיר, אז די פּראָסטע כפל׳ערס פון 16 זײנען 2, 2, 2, 2, אדער:

$$16 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$$

אויף אן עהנליכען אופן געפינען מיר, אז

$$18 = 2 \cdot 3 \cdot 3; \quad 20 = 2 \cdot 2 \cdot 5; \quad 30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$$

פאנאנדערלעגונג פון א צאָהל אויף איהרע טיילערס

ווען די צאָהל איז ניט גרויס, קען מען „אין קאָפּ" אויסגעפינען איהרע פּראסטע כפל'ערס. ווען די צאָהל איז אבער א גרעסערע, געפינען מיר דאָס אויס מיט דער הילף פון א טינט און פעדער. לאָמיר זאגען, מיר ווילען אויסגעפינען די פּראסטע כפל'ערס פון דער צאָהל 48.

שרייבען מיר די צאָהל 48 און צו רעכטס א שטעהענדען פּאַסיק, ווי פאָלגט: | 48.

מיר זעהען גלייך, אז 48 טיילט זיך אויף 2. טיילען מיר אויף 2, און דעם חלק (24) שרייבען מיר אונטער דער צאָהל (48), ווי פאָלגט:

48	2
24	

24 טיילען מיר אויך אויף 2, און דעם חלק (12) שטעלען מיר אונטער דעם פריהערדיגען חלק (24), ווי פאָלגט:

48	2
24	2
12	

12 טיילען מיר אויך אויף 2, דעם חלק (6) שטעלען מיר אונטער|ן פריהערדיגען חלק (12).

דעם נייעם חלק (6) טיילען מיר אויך אויף 2, און דעם חלק (3) שטעלען מיר אונטערן פריהערדיגען (6).

מעהר קענען מיר שוין אויף 2 ניט טיילען. אבער דער לעצטער חלק טיילט זיך אויף 3. טיילען מיר איהם אויף 3, און דעם נייעם חלק (1) שטעלען מיר אונטערן פריהערדיגען.

דער סאַמע לעצטער חלק (1) טיילט זיך בלויז אויף 1. מיר האָבן, אַלזאָ:

48	2
24	2
12	2
6	2
3	3
1	1

אַלזאָ, די פּראָסטע כפּל'ערס פון 48 זיינען:

1, 3, 2, 2, 2, 2

אָדער מיר שרייבן זיי אין אָרדנונג:

1, 2, 2, 2, 2, 3

אָדער מיר שרייבן:

$$48 = 1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$$

אויף אַן ענליכען אופן לעגען מיר פאַנאַנדער די צאָהל 180 אויף איהרע כפּל'ערס:

180	2
90	2
45	3
15	3
5	5
1	1

די פּראָסטע כפּל'ערס (אָדער טיילערס) פון 180 זיינען:

1, 2, 2, 3, 3, 5

אָדער:

$$180 = 1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$$

לאָמיר פאַרנאַנדערלעגען 385 אויף פּראָסטע טיילערס. אויף 2 טיילט זיך די צאָהל ניט; אויך טיילט זי זיך ניט אויף 3. דער קלענסטער פּראָסטער טיילער, אויף וועלכען זי טיילט זיך איז 5. טיילען מיר אויף 5, דער חלק איז 77. די צאָהל 77 טיילט זיך אויף 7, דער חלק איז 11. די צאָהל 11 טיילט זיך אויף 11.

מיר טיילען אלזא ווי פאלגט:

385	5
77	7
11	11
1	1

די פראסטע טיילערס, אלזא, פון 385 זיינען:

1, 5, 7, 11

67-טער כלל:

אום פאנאנדערצולעגען א צאהל אויף איהרע פראסטע כפל'ערס צו־טיילען מיר איהר אויפ'ן קלענסטען פראסטען טיילער, וואס איז נאר מעגליך; דעם חלק טיילען מיר ווידער אויפ'ן מעגליכען קלענסטען טיילער; דאס זעלבע טוען מיר מיט די ווייטערע חלקים.

ווי צו געפינען אלע כפל'ערס פון א צאהל.

לאמיר יעצט ווייזען, ווי צו געפינען אלע כפל'ערס פון א צאהל — פראסטע אזוי גוט ווי צונויפגעשטעלטע.

אויבען האבען מיר אויסגעפונען די פראסטע טיילערס פון 180. ווי באלד 180 טיילט זיך אויף 2 און נאך אמאל 2, טיילט זי זיך דאך אויף 2 × 2, עס הייסט אויף 4; ווי באלד זי טיילט זיך אויף 2 און אויף 3, מוז זי זיך דאך טיילען אויך אויף 2 × 3, עס הייסט אויף 6; אויך מוז זי זיך טיילען אויף 2 × 5, אויף 3 × 5, אויף 2 × 2 × 3, אויף 2 × 3 × 3, אויף 2 × 2 × 3 × 3, אויף 2 × 2 × 5, אויף 3 × 3 × 5, א. ז. וו.

68-טער כלל:

מיט איין ווארט, אום אויסצוגעפינען די צונויפגעשטעלטע כפל'ערס פון א צאהל, כפל'ען מיר איינעם פון די פראסטע כפל'ערס אויף יעדען איינעם, נאכהער אויף יעדע צוויי, יעדע דריי א. ז. וו., פון די איבעריגע.

איבונגען.

לעגט פאַרנאַנדער די פאָלגענדע צאָהלען אויף פּראָסטע טײ־לערס:

222) 210; 223) 343; 224) 360; 225) 480; 226) 490; 227) 560; 228) 738; 229) 1000; 230) 1111; 231) 1728; 232) 3773; 233) 4096; 234) 4320; 235) 8820.

236) געפינט אויס אַלע פּראָסטע און צוזאַמענגעשטעלטע טײלערס פון דער צאָהל 9702.

געמײנשאַפטליכע טײלערס פון עטליכע צאָהלען.

פאַרגלײכט די צאָהל 18 מיט 35. בײדע זײנען זײ צונויפ־געשטעלטע. אָבער זײ האָבען ניט קײנע געמײנשאַפטליכע טײ־לערס, (אויב מיר זאָלען ניט רעכענען די צאָהל 1):

$$18 = 1 \times 2 \times 3 \times 3$$
$$35 = 1 \times 5 \times 7$$

פאַרגלײכט אָבער די צאָהל 18 מיט 30, און מיר געפינען בײ זײ געמײנשאַפטליכע טײלערס, װי עס איז לײכט צו זעהן:

$$18 = 1 \times 2 \times 3 \times 3$$
$$30 = 1 \times 2 \times 3 \times 5$$

בײדע צאָהלען, אַלזאָ, האָבען אַלס שותפות'ע טײלערס (א חוץ 1) 2 און 3.

די צאָהלען 48, 60 און 72 האָבען אַלס געמײנשאַפטליכע פּראָסטע טײלערס (א חוץ 1) 2, 2 און 3.

צװײ אָדער מעהר צאָהלען, װאָס האָבען געמײנשאַפטליכע טײלערס, רופען זיך געגענזײטיג־צונויפגעשטעלטע.

מיר װילען, צ. ב. ש., אויסגעפינען די שותפות'ע טײלערס פון די צאָהלען 360 און 480. װען מיר לעגען זײ פאַנאַנדער אויף זײערע פּראָסטע טײלערס:

360	2	480	2
180	8	240	2
90	2	120	2
45	3	60	2
15	3	30	2
5	5	15	3
1	1	5	5
		1	1

באקומען מיר טאבעלען:

$$480 = 1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$$
$$360 = 1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$$

פארגלייכענדיג די טאַבעלען געפינען מיר, אז זיי האָבען בשותפות די טיילערס: 5, 3, 2, 2, 2, 1.

די געמיינשאפטליכע טיילערס קען מען אויסגעפינען עטוואס איינפאכער. מיר שטעלען די צאָהלען איינע לעבען דער אנדערער און טיילען אויף געמיינשאפטליכע טיילערס, ווי פאָלגט:

360	480	2
180	240	2
90	120	2
45	60	3
15	20	5
3	4	1
3	4	

מיר האָבען צוטיילטביידע צאָהלען אויף די געמיינשאפטליכע טיילער 2, 2, 2, 3 און 5, ביז מיר האָבען באקומען צאָהלען 3 און 4, וואס האָבען שוין נים קיין געמיינשאפטליכע טיילערס (א חוץ אן 1, נאטירליך), און די געמיינשאפטליכע טיילערס, אלזאָ, זיינען:

1, 2, 2, 2, 3, 5

69-טער כלל:

אַלזאָ, אום אויסצוגעפינען די געמיינשאַפטליכע פראָסטע טיילערס פון צוויי אָדער מעהר צאָהלען, לעגען מיר פריהער יעדע פון די צאָהלען פאַנאַנדער אויף איהרע פראָסטע טיילערס און שטעלען די טיילערס פון יעדער צאָהל אוים אין אַ באַזונדער טאַבעלע; פון די באַקומענע טאַבעלען קלייבען מיר שוין אוים די געמיינשאַפטליכע טיילערס.

אָדער מיר שטעלען די צאָהלען אין איין שורה און צוטיילען זיי אויף אַ געמיינשאַפטליכען טיילער; די חלקים, וואָס מיר באַקומען, צו־טיילען מיר ווידער אויף אַ געמיינשאַפטליכען טיילער; דאָס זעלבע טוען מיר מיט די נײַ־באַקומענע חלקים, ביז מיר באַקומען חלקים, וואָס האָבען שוין נים קיין שותפות'ען טיילער. דער קאָלום טיילערס צורעכטס פון די צאָהלען וועט ענטהאַלטען די געמיינשאַפטליכע פראָסטע טיילערס פון די געגעבענע צאָהלען.

איבונגען

געפינט אויס די געמיינשאפטליכע פּראסטע טײלערס פון די צאָהלען:

237) 210; 360; 480.
238) 343; 490; 560.
239) 4320; 8820; 7020; 9000.

דער גרעסטער געמיינשאפטליכער טײלער פון עטליכע צאָהלען:

לאָמיר זיך צוריקקעהרען צו די געגענזייטיגע צונויפגעשטעלטע צאָהלען 360 און 480. זייערע שותפות׳ע פּראָסטע טײלערס זיינען:

2, 2, 2, 3, 5

פון די פּראסטע געמיינשאפטליכע טײלערס קענען מיר שוין אויסרעכענען אויך די צונויפגעשטעלטע געמיינשאפטליכע טײ־לערס. די צונויפגעשטעלטע טײלערס װעלען זיין:

$2 \times 2 = 4,\ 2 \times 3 = 6,\ 2 \times 5 = 10,\ 3 \times 5 = 15;$
$2 \times 2 \times 2 = 8,\ 2 \times 2 \times 3 = 12,\ 2 \times 2 \times 5 = 20,$
$2 \times 3 \times 5 = 30;$
$2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24,\ 2 \times 2 \times 2 \times 5 = 40,$
$2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60;$
$2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 120$

װי עס איז לייכט צו זעהן, איז דער טײלער 120 דער גרעס־טער פון די געמיינשאפטליכע טײלערס. גרעסער פון איהם איז ניטאָ, װייל מיר האָבען איהם צונויפגעשטעלט פון אַלע פּראסטע געמיינשאַפטליכע טײלערס, און אויף מעהר געמיינשאפטליכע טײ־לערס קענען מיר איהם שוין ניט כפל׳ען.

70־טער כלל:

אויף צו געפינען דעם גרעסטען געמיינשאַפטליכען טײלער פון צוויי אָדער מעהר געגענזייטיג־צונויפגעשטעלטע צאָהלען, געפינען מיר פריהער אויס זייערע געמיינשאַפטליכע פּראָסטע כפל׳ערס, און נאָכהער כפל׳ען מיר זיי אַלעמען איבער איינעם אויף די אַנדערע.

איבונגען.

געפינט דעם גרעסטען געמיינשאפטליכען טיילער פון די צאָה־לען:

240) 240; 300; 360.
241) 210; 360; 450; 480; 510.
242) 4320; 8820; 7020; 9000.

טיילבאַרע צאָהלען.

4 טיילט זיך אויף 2. זאָגט מען דארום, אז די צאָהל 4 איז טיילבאַר אויף 2. די צאָהלען 6, 20, 78 א. ז. וו., זיינען אויך טיילבאַר אויף 2. די צאָהלען 6, 9, 12 א. ז. וו., זיינען טיילבאר אויף 3; די צאָהלען 10, 15, 20 א. ז. וו., זיינען טיילבאר אויף 5.

אויב איין צאָהל טיילט זיך אויף א צווייטע, זאָגט מען, אז זי איז טיילבאַר אויף די דאָזיגע צווייטע.

אויב איין צאָהל טיילט זיך אויף צוויי אדער מעהר אנדערע צאָהלען, זאָגט מען, אז זי איז טיילבאר אויף די דאָזיגע צאָהלען. אָט, צ. ב. ש., 6 טיילט זיך אויף 2 און אויף 3, איז זי א טיילבארע אויף 2 און 3. אויך די צאָהלען 12, 18, 24 א. ז. וו., זיינען טייל־באַרע אויף 2 און 3.

די צאָהלען 10, 15, 20, 25, 30 א. ז. וו., זיינען טיילבארע אויף 2 און 5.

די צאָהלען 30, 60, 90, 120 א. ז. וו. זיינען טיילבאַר אויף 2, 3 און 5. עס איז דערביי לייכט צו זעהן, אז 30 איז די קלענסטע טיילבארע פון 2, 3, און 5. דאָס הייסט ווענינער פון 30 וועט איהר שוין ניט געפינען קיין איין צאָהל, וואס זאל זיך טיילען אויף יעדע פון דיעזע דריי צאָהלען.

די קלענסטע טיילבארע אויף עטליכע צאָהלען.

ווי מיר וועלען עס ווייטער זעהן, איז אָפט זעהר וויכטיג אויסצוגעפינען די קלענסטע טיילבארע אויף אייניגע צאָהלען, עס הייסט די קלענסטע פון אלע צאָהלען וואס זיינען טיילבאר אויף די געגעבענע געוויסע צאָהלען. ווען די געגעבענע צאָהלען זיינען קליין, איז ניט שווער אויסצורעכענען זייער קלענסטע טיילבא־רע. ווען עס האנדעלט זיך אָבער וועגען גרעסערע צאָהלען, מוזען מיר אָנקומען צו דער הילפע פון א טינט און פעדער.

לאָמיר דאָ ווייזען, ווי מען געפינט די קלענסטע טיילבארע

אויף צוויי אדער מעהר צאָהלען. מיר וועלען אָנפאנגען פון דעם פאַל, ווען איינע פון די געגעבענע צאָהלען טיילט זיך אויף די איבריגע צאָהלען.

א) עס פאָדערט זיך, צ. ב. ש., צו געפינען די קלענסטע טיילבארע אויף די צאָהלען 30, 15 און 10. פון דיעזע דריי צאָהלען איז 30 אזא צאָהל, וואס טיילט זיך אויף יעדע פון די איבריגע צאָהלען. און אויף זיך טיילט זיך דאָך יעדע צאָהל. קומט שוין ממילא אוים, אז 30 איז טיילבאר אויף אלע דריי צאָהלען. עס איז אָבער לייכט צו זעהן, אז זי איז די קלענסטע טיילבארע. וואָרים פּרובירט איהר נאָר פארקלענערען כאָטש אויף אן 1, וועט זי שוין זיין קלענער פון 30 און וועט זיך שוין אויף איינע פון די געגעבענע צאָהלען (אויף 30) מעהר ניט טיילען.

אלזאָ, 30 איז די קלענסטע טיילבארע אויף די צאָהלען 30, 15 און 10.

ב) עס פאָדערט זיך, צ. ב. ש., צו געפינען די קלענסטע טייל־בארע אויף די צאָהלען : 18, 30 און 42. צווישען דיעזע צאָהלען איז שוין ניטאָ קיינע, וואס זאָל זיך טיילען אויף יעדע פון די איבריגע. אָבער, ווי עס איז צו זעהן, זיינען זיי געגענזייטיג־צור־נויפגעשטעלט.

עס פארשטעהט זיך, אז אום די געזוכטע צאָהל זאָל זיך טיילען אויף 18, אויף 30 און אויף 42, מוז זי ענטהאלטען די כפל׳ערס פון יעדער פון דיעזע דריי צאָהלען.

לאָמיר זשע פריהער אויסגעפינען די כפל׳ערס פון די דריי צאָהלען :

$$18 = 2 \times 3 \times 3$$
$$30 = 2 \times 3 \times 5$$
$$42 = 2 \times 3 \times 7$$

אום די געזוכטע צאָהל זאָל זיך טיילען אויף 18, מוז זי ענט־האלטען די פאָלגענדע כפל׳ערס : 3, 3, 2. זי מעג ענטהאלטען אויך פיעלע אנדערע כפל׳ערס, אָבער די אָקערשט דערמאָנטע מוז זי ענטהאלטען.

אום די געזוכטע קלענסטע טיילבארע זאָל זיך טיילען אויך אויף 30, מוז זי ענטהאלטען די כפל׳ערס 5, 3, 2. די כפל׳ערס 2 און 3 זיינען שוין דאָ אין 18. און אום די געזוכטע צאָהל זאָל

זיך, א חוץ 18, טיילען אויך אויף 30, דארף מען נאָר צו די כפל׳ערם 3, 3, 2 צוגעבען דעם כפל׳ער 5. האָבען מיר שוין די כפל׳ערם 5, 3, 3, 2.

אום די געזוכטע צאָהל זאָל זיך טיילען אויך אויף 42, מוז זי ענטהאַלטען די כפל׳ערם 7, 3, 2.

אָבער די כפל׳ערם 2 און 3 האָבען מיר שוין פון פריהער. אום די געזוכטע צאָהל זאָל זיך טיילען אויך אויף 42, דארף מען נאָר צו די כפל׳ערם 5, 3, 3, 2 צולעגען דעם כפל׳ער 7.

די געזוכטע צאָהל, אלזאָ, מוז ענטהאַלטען די כפל׳ערם: 7, 5, 3, 3, 2, און די קלענסטע טיילבארע אויף 18, 30 און 42 וועט זיין:

$$2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7 = 630$$

איהר מעגט צו לעגען נאָך אירגענד וועלכען כפל׳ער, נאָך א 2, צ. ב. ש. די כפל׳ערם וועלען שוין זיין: 7, 5, 3, 3, 2, 2, און די צאָהל וועט זיין:

$$2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7 = 1260$$

אָבער עס איז לייכט צו זעהן, אז 1260 איז ניט די קלענסטע — וואָרים 630, וועלכע איז קלענער פון 1260, טיילט זיך דאָך אויך אויף די צאָהלען 18, 30 און 42.

פון דער אנדער זייט איז זיך לייכט צו איבערצייגען, אז 630, וואס ענטהאַלט די כפל׳ערם 7, 5, 3, 3, 2 איז די קלענסטע פון אַלע צאָהלען, וואס טיילען זיך אויף 18, 30 און 42. וואָרים פּרובירט נאָר ארונטערוואַרפען איין כפל׳ער, וועט איהר שוין באַקומען א צאָהל, וואס וועט זיך אויף וועלכע עס איז פון די געגעבענע צאָהלען ניט טיילען. וואַרפט, צ. ב. ש., ארונטער דעם 2, וועט זיך די צאָהל, וואס מיר וועלען באַקומען (315) ניט טיילען ניט אויף 18, ניט אויף 30 און ניט אויף 42. וואָרים יעדע פון דיעזע צאָהלען ענטהאַלטען א כפל׳ער 2. וואַרפט ארונטער איין 3, וועט זיך די צאָהל, וואס מיר וועלען באַקומען (210) ניט טיילען אויף 18, וועלכע ענטהאַלט דעם כפל׳ער 3 צוויי מאָל. וואַרפט ארונטער דעם 5, וועט זיך די צאָהל, וואס מיר וועלען באַקומען (216), ניט טיילען אויף 30. וואַרפט ארונטער דעם 7, וועט זיך די צאָהל, וואס מיר וועלען באַקומען (90), ניט טיילען אויף 42. אַלזאָ די צאָהל 630, וואס ענטהאַלט די כפל׳ערם 7, 5, 3, 3, 2

וועט זײן די קלענסטע טײלבאַרע אויף די צאָהלען 18, 30 און 42.
לאָמיר אויסגעפינען די קלענסטע טײלבאַרע פון 120, 180, 300, 420. צוערשט, וועלען מ ר זײ פאַרנאַנדערלעגען אויף זײערע פּראָסטע כּפל׳ערס.

2	420	2	300	2	180	2	120
2	210	2	150	2	90	2	60
3	105	3	75	3	45	2	30
5	35	5	25	3	15	3	15
7	7	5	5	5	5	5	5

נאָכהער וועלען מיר אויסשרייבען די כּפל׳ערס פון איין צאָהל, פון 120, צ. ב. ש. האָבען מיר א טאַבעלע פון כּפל׳ערס:

2, 2, 2, 3, 5

צו דיעזער טאַבעלע וועלען מיר צושרייבען די יעניגע כּפל׳ערס פון 180, וועלכע עס זײנען אין איהר (אין 120) ניטאָ. דאָס איז דער כּפל׳ער 3. מיר שרייבען, הייסט עס, צו נאָך אמאָל 3. וועט זײן:

2, 2, 2, 3, 5, 3

פון די כּפל׳ערס פון 300 וועלען מיר נעהמען נאָך א מאָל 5. וועט זײן:

2, 2, 2, 3, 5, 3, 5

פון די כּפל׳ערס פון 420 מוזען מיר נעהמען דעם כּפל׳ער 7. די רייהע כּפל׳ערס וועט זײן:

2, 2, 2, 3, 5, 3, 5, 7

לאָמיר די כּפל׳ערס אויסשטעלען אין אָרדנונג:

2, 2, 2, 3, 3, 5, 5, 7

צולעצט כּפל׳ען מיר זײ אלע איינע אויף די אַנדערע:

$$2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 = 12600$$

די צאָהל 12600 איז די קלענסטע טײלבאַרע פון 120, 180, 300 און 420.

די אויסרעכענונג קענען מיר מאַכען עטוואס קירצער. מיר שרייבען אויס די צאָהלען אין איין שורה ווי פאָלגט:

120 180 300 420

צו רעכטס פון דער לעצטער צאָהל שטעלען מיר דעם פּאַסיק | , אַט ווי פאלגט :

2	420	300	180	120
2	210	150	90	60
2	105	75	45	30
3	105	75	45	15
3	35	25	15	5
5	35	25	5	5
5	7	5	1	1
7	7	1	1	1
	1	1	1	1

ווי באלד מיר זעהען, אז כאָטש איינע פון די צאָהלען טיילט זיך אויף 2, טיילען מיר זיי אלע אויף 2. נאָכהער טיילען מיר אויף 2 די ערשטע רייהע חלקים :

120 150 90 60

און מיר באקומען א צווייטע רייהע חלקים :

105 75 45 30

די צווייטע רייהע חלקים טיילען מיר ווידער אויף 2,, אבוואהל אויף 2 טיילט זיך בלויז איין חלק, דער 30. די 30 טיילען מיר און די איבריגע חלקים טראָגען מיר ארונטער ווי זיי זיינען. און די דריטע רייהע חלקים איז :

105 75 45 15

צווישען זיי איז שוין ניטאָ קיינער, וואס זאָל ענטהאלטען א כפל'ער 2. טיילען מיר די דריטע רייהע חלקים אויף 3 (אויב אפילו נאָר איינער פון זיי טיילט זיך אויף 3). די פערטע רייהע וועט זיין :

35 25 15 5

אין דיעזע רייהע איז דאָ איין חלק (15), וואס טיילט זיך נאָך אמאָל אויף 3. די 15 טיילען מיר, און די איבריגע טראגען מיר ארונטער אין די פינפטע רייהע :

35 25 5 5

און װידער אויף 5, באַקומען מיר א זעקסטע:

7 5 1 1

די זעקסטע רייהע טײלען מיר אויף 5, באַקומען מיר א זיבעטע:

7 1 1 1

און ענדליך טײלען מיר אויף 7, און מיר באַקומען אן 8טע:

1 1 1 1

יעצט כפל׳ען מיר די רייהע טײלערס פון דעם קאָלום:

2
2
2
3
3
5
5
7

און דער פּראָדוקט פון דיזע טײלערס װעט זיין 12,600.

אונטערשיעד צװישען גרעסטען געמײנשאַפטליכען טײלער און דער קלענסטער טײלבאַרער אויף עטליכע צאָהלען.

אום דער לעזער זאָל ניט מאַכען קײן טעות צװישען גרעסטען געמײנשאַפטליכען טײלער און קלענסטער טײלבאַרער, מאַכען מיר איהם נאָך אמאָל אויפמערקזאם: װען מיר זוכען דעם גרעסטען געמײנשאַפטליכען טײלער פון עטליכע צאָהלען נעהמען מיר בלויז די שותפות׳ע טײלערס, װאס באַלאַנגען צו אַלע צאָהלען; װען מיר זוכען אָבער די קלענסטע טײלבאַרע אויף עטליכע צאָהלען, נעהמען מיר אויך די ניט־שותפות׳ע טײלערס, — מיר נעהמען יעדען טײלער, װאס אירגענד װעלכע פון די געגעבענע צאָהלען האָט נאָר.

אָט, צ. ב. ש., לאָמיר אויסגעפינען דעם גרעסטען געמײנ־

שאפטליכען טיילער און די קלענסטע טיילבארע אויף די צאָהלען 180, 300 און 420.

קלענסטע טיילבארע				גרעסטער געמיינשאפטליכער
2	420	300	180	2
2	210	150	90	2
3	105	75	45	3
3	35	25	15	
5	35	25	5	5
5	7	1	1	
7	7	1	1	
	1	1	1	

דער גרעסטער געמיינשאפטליכער טיילער ($60 = 5 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2$) ענטהאלט נאָר די טיילערס, וואס יעדע פון די דריי צאָהלען ענטהאלטען; ווערענד די קלענסטע טיילבארע ($6300 = 7 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2$) ענטהאלט יעדען טיילער, וואס אירגענד וועלכע פון די געגעבענע צאָהלען ענטהאלט נאָר.

ג) יעצט לאָמיר נעהמען א פאַל, ווען עס פאדערט זיך צו געפינען די קלענסטע טיילבארע אויף צאָהלען, וואס זיינען ניט געגענזייטיג צונויפגעשטעלט. מיר זוכען, צ. ב. ש., די קלענסטע טיילבארע אויף 14 און 15.

$$14 = 2 \cdot 7$$
$$15 = 3 \cdot 5$$

די געזוכטע קלענסטע טיילבארע מוז ענטהאלטען די כפל'ערס פון 14 (2 און 7) און פון 15 (3 און 5). צווישען די כפל'ערס פון די צאָהלען זיינען ניטאָ קיין געמיינשאפטליכע. הייסט עס, אז מיר מוזען זיי אלע אויסשרייבען און איבער'כפל'ען זיי. מיט אנדערע ווערטער, מען דארף איינפאך כפל'ען 15 אויף 14.

17־טער כלל:

אלזא, ווען מיר דארפען אויסגעפינען די קלענסטע טיילבארע אויף געגעבענע צאָהלען, זוכען מיר פריהער, צי צווישען די געגעבענע צאָהלען איז ניטאָ אזא, וועלכע זאל זיך טיילען אויף יעדע פון די איבריגע צאָהלען. אויב אזא צאָהל איז דאָ, איז זי די קלענסטע טיילבארע. אויב אזא צאָהל איז ניטאָ, קוקען מיר זיך צו, צו די צאָהלען זיינען געגענ־

זייטיג־צונויפגעשטעלט. אויב יע, לעגען מיר זיי פארנאַנדער אויף זייערע פּראָסטע כפל'ערס, שרייבען אויס די כפל'ערס פון איין צאָהל און שרייבען צו דיעניגע כפל'ערס פון די איבריגע צאָהלען, וועלכע פעהלען אין דער צאָהל, וואס מיר האָבען אויסגעשריבען איהרע כפל'ערס. און דער פּראָדוקט פון אלע אויסגעשריבענע און צוגעשריבענע כפל'ערס, וועט זיין די קלייִנסטע טיילבאַרע. אויב זשע די צאָהלען זיינען ניט געגענזייטיג־צונויפגעשטעלט, כפל'ען מיר זיי איינע אויף די אַנדערע, און דער פּראָדוקט וועט זיין די קלענסטע טיילבאַרע.

איבונגען.

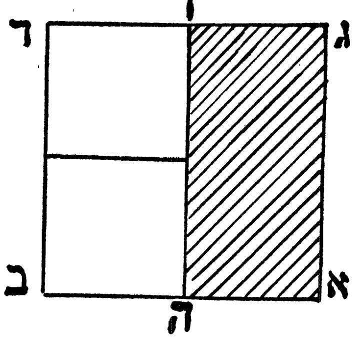
נעפינט די קלענסטע טיילבארע אויף:

243) 625, 125
244) 700, 350, 100
245) 800, 400, 32, 160
246) 4096, 2048, 512, 1024
247) 150, 65, 200
248) 360, 480, 630, 720, 960
249) 1200, 3000, 2310, 4200
250) 20, 21, 23
251) 19, 30, 49
252) 60, 67, 77

ח. ברוך־צאָהלען (תשבורת).

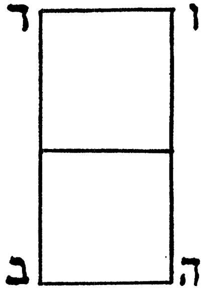
ביז אהער האָבען מיר געהאט צו טאָן מיט גאנצע צאָהלען. יעצט לאָמיר באהאנדלען צאָהלען, וואס באשטעהען פון טיילען פון גאנצע.

אויף וויפיעל גלייכע טיילען איז דער סקווער אבגד (אין צייכנונג 19) צוטיילט? ווי רופט זיך יעדער טייל?



צייכנונג 19

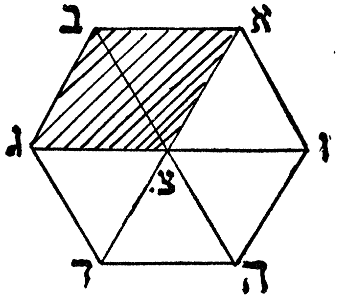
אין וויפיעל טיילען איז די ניט־באשאָטענטע העלפט והבד (צייכנונג 20) צוטיילט? ווי רופט זיך יעדער טייל?



צייכנונג 20

ווי פיעל פערטעל איז אין א גאנצען? ווי פיעל פערטעל איז אין א העלפט פון א גאנצען?

אין ווי פיעל גלייכע טיילען איז דער זעקס־ווינקעלדיגער אבגדהו (צייכנונג 21) איינגעטיילט? ווי רופט זיך יעדער טייל?

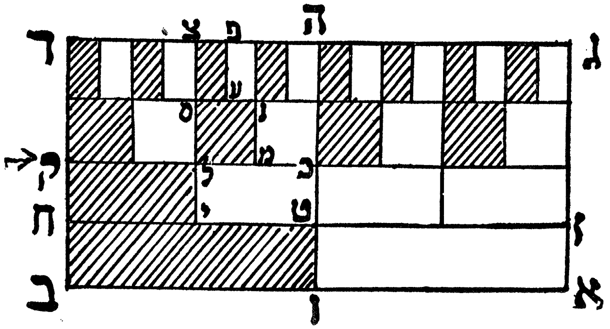


צייכנונג 21

וואָס פאַר א טייל פון גאַנצען איז דער באַשטאַטענטער טייל אבגצ? ווי גרויס איז דער ניט־באַשטאַטענטער טייל? ווי פיעל זעקסטעלעך איז דאָ אין א דריטעל? ווי פיעל זעקסטעלעך איז דאָ אין א העלפט? ווי פיעל זעקסטעלעך איז דאָ אין צוויי דריטעל?

צוטיילט איין זעקסטעל פון דער פיגור (איין דריי־ווינקעל) אויף צוויי גלייכע טיילען. וואָס פאַר א חלק פון דער גאַנצער פיגור וועט זיין איין טייל? ווי פיעל צוועלפטעלעך איז דאָ אין איין זעקסטעל? ווי פיעל צוועלפטעלעך אין איין דריטעל? אין איין פערטעל? אין איין העלפט? ווי פיעל צוועלפטעלעך איז דאָ אין דער גאַנצער פיגור אבגדהו?

ווייזט אין דער פיגור אבגד (צייכנונג 22) א העלפט אין דער לענג און א העלפט אין דער ברייט.



צייכנונג 22

וואס פאר א חלק איז דער פאס אבזח? וואס פאר א חלק איז כקהד? וויפיעל פערטעל איז דא אין גאנצען? וואס איז גרעסער: צוויי פערטעל אדער א העלפט?

ווייזט אן אכטעל. וואס פאר א חלק איז טחכק? ווי פיעל אכטלעך איז אין א פערטעל? ווי פיעל אין א העלפט? ווי פיעל אין דריי פערטעל? ווי פיעל אין גאנצען? וואס איז גרעסער: פיער אכטלעך אדער צוויי פערטעל?

ווייזט א זעכצעהנטעל. ווי פיעל זעכצעהנטלעך איז אין איין אכטעל? אין איין פערטעל? אין דריי אכטלעך? אין א העלפט? וואס איז מעהר: אכט זעכצעהנטלעך אדער א העלפט?

וואס פאר א חלק איז מלנם? ווי פיעל אזעלכע זיינען דא אין א גאנצען? ווי פיעל אין א העלפט? אין א פערטעל? אין אן אכטעל? אין א זעכצעהנטעל?

אין וויפיעל מאל איז מלנם גרעסער ווי עספצ? וואס פאר א חלק איז עספצ? ווי פיעל אזעלכע זיינען דא אין גאנצען? ווי פיעל אין א צוויי־און־דרייסיגטעל? ווי פיעל אין צוויי צוויי־און־דרייסיגטלעך? וואס איז מעהר: פיער פיער־און־זעכציגטלעך אדער צוויי צוויי־און־דרייסיגטלעך? וואס איז מעהר, צוויי צוויי־און־דרייסיגטלעך אדער איין זעכצעהנטעל? ווי פיעל פיער־און־זעכציגטלעך אין פינף צוויי־און־דרייסיגטלעך? אין א זעכצעהנטעל? אין אן אכטעל? אין א פערטעל? אין א העלפט?

אז איהר וועט צוטיילען אן עפעל אין 5 גלייכע חלקים, ווי וועט זיך רופען יעדער חלק? אז איהר וועט איינעם פון די חלקים צוטיילען אויף צוויי גלייכע טיילען, ווי וועט זיך רופען יעדער טייל? ווי פיעל אזעלכע טיילען וועלען זיין אין גאנצען?

פארוואנדעלט א העלפט אין פערטלעך; אין זעקסטלעך; אין אכטלעך; אין צעהנטלעך

פארוואנדעלט א דריטעל אין זעכסטלעך; אין נײנטלעך; אין צוועלפטלעך

פארוואנדעלט אין צוועלפטלעך: א העלפט, א דריטעל, א פערטעל און א זעקסטעל.

וויפיעל צוואנציגטלעך איז אין א גאנצען? וויפיעל דרייסיגטלעך? וויפיעל אכט־און־פערציגטלעך? ווי פיעל צוויי־און־נײנציגטלעך? ווי פיעל הונדערטלעך? ווי פיעל 600־לעך? ווי פיעל 1000־לעך?

א העלפט, א דריטעל, א פערטעל, א פינפטעל, אן אכטעל, א זעכצעהנטעל, א הונדערטעל, א. ז. וו., א. ז. וו., — דאָס זיינען אלץ צאָהלען, וואָס יעדע איז וועניגער פון א גאנצען. אויף צו באקומען א העלפט, מוזען מיר דעם גאנצען צוברעכען, צוטיילען אין צווייען; אויף צו באקומען א פערטעל, מוזען מיר דעם גאנ־צען צוברעכען אין פיער טיילען; אויף צו באקומען אן אכטעל, דארף מען דעם גאנצען צוברעכען אין 8 חלקים, א. ז. וו. און א העלפט, א דריטעל, א פערטעל א. ז. וו. רופען זיך דעריבער ברוך־צאָהלען (אויף העברעאיש תשבורת, — פון ווארט שבר, וואס באדייטעט צוברעכען; אויף רוסיש דראָב, — פון ווארט דראָביט, וואָס באדייטעט צוברעכען, צוברעקלען; אויף ענגליש, פראקציאן — פון א לאטייניש׳ען ווארט, וואס באדייטעט צוברעכען).

ווי צו שרייבען ברוך־צאָהלען.

אין א פריהערדיגען קאפיטעל האָבען מיר באמערקט, אז ווען מיר דארפען צוטיילען איין צאָהל אויף א צווייטע, און זי טיילט זיך ניט, דייטען מיר נאָר אָן, אז מען דארף מאכען א חילוק. אָט, צ. ב. ש., ווען איהר ווילט צוטיילען 1 אדער 2 אויף 3. ניט 1 און ניט 2 טיילט זיך אויף 3. דייטעט איהר נאָר אָן, אז מען דארף מאכען א חילוק, און איהר שרייבט: $\frac{1}{3}$ און $\frac{2}{3}$. דער פאסיקעל אונטער׳ן 1 און אונטער׳ן 2 באדייטעט צוטיילען. דאָס איז דאס זעלבע, ווי זאיהר וואלט געשריבען: 3 : 1 און 3 : 2, אדער: 1 (3 און 2 (3.

ווי לייענט זיך די צאָהל $\frac{1}{3}$ אדער $\frac{2}{3}$?

לאָמיר דאָס קלאָהר מאכען דורך א ביישפיעל.

3 אינגלעך האָבען צוטיילט צווישען זיך 2 גלייכע עפעל. ווי פיעל עפעל האָט יעדער פון זיי געקראָגען אויף זיין חלק? עס פאר־שטעהט זיך, אז וויבאלד עס איז געווען וועניגער עפעל ווי אינגלעך, האָט יעדער אינגעל געקראָגען וועניגער פון א גאנצען עפעל: יעדער האָט געקראָגען בלויז א געוויסען טייל פון אן עפעל. אום צו צוטיילען די 2 עפעל דארפען זיי פריהער צוטיילען 1 עפעל אויף 3 גלייכע חלקים און געבען יעדען 1 חלק: יעדער וועט אויף אזא אופן קריגען $\frac{1}{3}$ עפעל, א דריטעל עפעל, עס הייסט א דריט־חלק פון 1 עפעל. און נאָכהער דארפען זיי דאָס זעלבע טאָן מיט׳ן צווייטען עפעל.

פון ערשטען עפּעל וועט יעדער קריגען $\frac{1}{3}$ (א דריטעל), פון צווייטען עפּעל אויך א $\frac{1}{3}$. אזוי ווי דאָס זיינען געווען גלייכע עפּעל, ביידע פון דער זעלבער גרויס, איז דער דריטעל פון איין עפּעל פּונקט אזוי גרויס, ווי דער דריטעל פון צווייטען עפּעל. און אנשטאדט צו נעהמען א דריטעל פון ערשטען און א דריטעל פון צווייטען קען איין אינגעל נעהמען $\frac{2}{3}$ (צוויי דריטעל) פון איין עפּעל.

די $\frac{2}{3}$, אלזאָ, קען מען, ערשטענס, באטראַכטען אלס דעם רעזולטאַט פון צוטיילען 2 אויף 3; צווייטענס, קען מען איהר באטראַכטען אלס דעם רעזולטאַט פון צוטיילען 1 אויף 3 טיילען און נאָכהער נעהמען 2 טיילען.

געוועהנליך אבער ווערט א צאָהל, ווי $\frac{2}{3}$ באטראַכט אלס א חלק פון צוטיילען 2 אויף 3; עס הייסט:

$$2 : 3 = \frac{2}{3}$$

אויף אן עהנליכען אופן האָבען מיר:

$$1 : 4 = \frac{1}{4} \quad 2 : 5 = \frac{2}{5} \quad 4 : 9 = \frac{4}{9} \quad 15 : 104 = \frac{15}{104}$$

די צאָהלען $\frac{1}{4}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{4}{9}$ $\frac{15}{104}$ א. ד. גל., זיינען ברוך־צאָהלען. זיי זיינען רעזולטאַטען פון חילוק אין אזעלכע פעלע, וואו די געטיילטע (1, 2, 4, 15) איז קלענער פון טיילער (4, 5, 9, 104).

איבונגען.

253) לייענט די ברוך־צאָהלען:

$\frac{1}{6}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{1}{3}$

254) לייענט אויפ'ן קול: פון די קאטאן וואס איז אין 1914 פּראָדוצירט געוואָרען אין די פּאראייניגטע שטאַאטען, איז אין נאָרטה קאַראליינא פּראדוצירט געווארען $\frac{1}{25}$, אין סאוטה קאראָליינא $\frac{1}{12}$, אין דזשאָרדזשיא $\frac{1}{6}$, אין פלאָרידא $\frac{1}{100}$, אין אלאבאמא $\frac{1}{10}$, אין מיסיססיפּפּי $\frac{1}{7}$, אין לואיזיאנא $\frac{1}{14}$, אין טעקסאס $\frac{1}{4}$, אין ארקאנזא $\frac{1}{11}$, אין טעננעסי $\frac{1}{50}$.

לאָמיר באטראַכטען א ברוך־צאָהל, — $\frac{4}{9}$, צ, ב. ש. די צאָהל איז אייגענטליך 4. דער 4 ווייזט, ווי פיעל חלקים פון א גאנצע מיר האָבען. מיר קענען האָבען 1 חלק, 2 חלקים, 3, 4, 5, א. ז. וו. דער 4 ווייזט, אז מיר האָבען 4 חלקים פון א גאַנצע.

דער ציפער 9 אָבער, וואָס שטעהט אונטער'ן פּאַסיק, ווייזט נאָר, ווי עס רופט זיך יעדער חלק, עס הייסט וואָס פאַר חלקים מיר נעהמען — צי דריטלעך, אדער פערטלעך, אדער זיבעטלעך, א. ז. וו.

פונקט ווי אין א באנאנטער צאָהל, ווי אָין דער צאָהל „4 פונט", צ. ב. ש., איז די צאָהל — 4, און דאָס ווארט „פונט" איז נאָר דער נעננער, דער ווייזער, וואס פאר איינצעלנע מיר נעה־מען; אזוי איז אין דער ברוךצאָהל $\frac{4}{9}$ די צאָהל — 4, און $\frac{4}{9}$ איז נאָר דער ווייזער, וואָס פאר חלקים מיר נעהמען

די אויבערשטע צאָהל פון ברוך־צאָהל רופט זיך צאָהל־ווייזער; די אונטערשטע צאָהל — דער טייל־ווייזער. אין $\frac{4}{9}$ איז 4 דער צאָהל־ווייזער, און 9 — דער טיילווייזער.

א ברוך־צאָהל קען מען באטראכטען אלס א באנאנטע צאָהל, וואס איהר נעננער איז דער טיילווייזער.

רעגולע און ניט־רעגולע ברוך־צאָהלען.

יעדע פון די אויבען־געבראכטע ברוך־צאָהלען איז קלענער פון איין גאנצען, פון אן 1, הייסט עס. $\frac{4}{9}$ צ. ב. ש., איז קלענער פון א גאנצען (1), ווארים אין אן 1 זיינען דא $\frac{9}{9}$ (9 ניינטלעך, ניט 4); $\frac{2}{3}$ איז קלענער פון 1, ווארים אן 1 באשטעהט פון $\frac{3}{3}$; $\frac{15}{104}$ איז קלענער פון א גאנצען, וועלכער באשטעהט פון $\frac{104}{104}$ (104, הונדערט־און־פערטלעך).

דאָס הייסט אָבער ניט, אז א ברוך־צאָהל מוז זיין קלענער פון א גאנצע. ניין, א ברוך־צאָהל קען זיין גלייך צו א גאנצע. אָט, צ. ב. ש., 3 צוטיילען אויף 3, איז 1, עס הייסט א גאנצע. אָבער 3 צוטיילען אויף 3, קענט איהר שרייבען $\frac{3}{3}$, עס הייסט אין דער פאָרמע פון א ברוך־צאָהל. די ברוך־צאָהל $\frac{3}{3}$, אלזא, איז גלייך צו א גאנצען, צו און 1. 5 צוטיילען אויף 5 קענט איהר שרייבען $\frac{5}{5}$, אָדער 1; 16 צוטיילען אויף 16 — ^{16}, אדער 1; 50 אויף 50 — $\frac{50}{50}$, אדער 1, א. ז. וו.

עס הייסט א ברוך־צאָהל, וואו דער צאָהל־ווייזער איז גלייך צום טייל־ווייזער, איז 1. און פארקעהרט, א 1 קען מען שריי־בען ווי א ברוך־צאָהל, וואו דער צאָהל־ווייזער איז גלייך צום טייל־ווייזער:

$$1 - \frac{2}{2} - \frac{3}{3} = \frac{10}{10} = \frac{25}{25}$$

אז 1, אלזא, קען מען פארשטעלען אין דער פארמע פון 2 העלפטען, 3 דריטלעך, א. ז. וו.

א ברוך־צאהל קען זיין אויך גרעסער פון א גאנצען. דאס איז אין פאל, ווען דער צאהל־ווייזער איז גרעסער פון טייל־ווייזער. אט, צ. ב. ש., די ברוך־צאהל $\frac{4}{3}$ איז גרעסער פון א. גאנ־צען, ווארים אין א גאנצען איז דא בלויז 3 דריטלעך $\frac{3}{3}$

איבונגען.

פון די פאלגענדע ברוך־צאהלען :

$\frac{4}{7}$ $\frac{9}{9}$ $\frac{11}{12}$ $\frac{19}{14}$ $\frac{25}{39}$ $\frac{61}{26}$ $\frac{89}{89}$ $\frac{100}{101}$

255) קלייבט אויס די, וואס זיינען קלענער פון א גאנצען ;
256) קלייבט אויס די, וואס זיינען גלייך צו א גאנצען ;
257) קלייבט אויס די, וואס זיינען גרעסער פון א גאנצען.

א ברוך־צאהל וואס איז קלענער פון א גאנצען איז א **רעגולע ברוך־צאהל**, ווייל אנדערש קען מען איהר ניט שרייבען.

א ברוך־צאהל אבער, וואס איז גלייך אדער גרעסער פון א גאנצען, רופט זיך ניט־רעגולע ברוך־צאהל, ווייל מען קען איהר שרייבען אויך אנדערש. אט, צ. ב. ש., אנשטאדט $\frac{8}{8}$ קען מען שרייבען 1 ; אנשטאדט $\frac{4}{8}$ קען מען שרייבען 1 ($\frac{8}{8}$) און $\frac{1}{8}$ עס הייסט $1\frac{1}{8}$.

געמישטע צאהלען.

לאמיר נעהמען די ניט־רעגולע ברוך־צאהל $\frac{61}{26}$, צ. ב. ש., אין א גאנצען זיינען דא $\frac{26}{26}$, עס הייסט 26 זעקס־און־צוואנציג־טלעך ; אין 2 גאנצע — 52 זעקס־און־צוואנציגטלעך. און דא האבען מיר 61 זעקס־און־צוואנציגטלעך, עס הייסט מיט 9 מעהר ווי צוויי גאנצע. די ברוך־צאהל, אלזא ענטהאלט 2 גאנצע און 9 זעקס־און־צוואנציגטלעך, אדער $2\frac{9}{26}$.

די צאהל $2\frac{9}{26}$ (אדער די אויבען־געבראכטע $1\frac{1}{3}$), וועלכע באשטעהט פון גאנצע און א ברוך־צאהל, רופט זיך **געמישטע**.

פארוואנדלען ניט־רעגולע ברוך־צאהלען אין געמישטע אדער גאנצע צאהלען, און פארקעהרט.

די גאנצע (2) פון דער געמישטער צאהל $2\frac{9}{26}$ האבען מיר געקרא־

גען פון $\frac{61}{26}$ דורך דעם, וואס מיר האָבען געפונען וויפיעל מאָל 26 זעקס־און־צוואנציגטלעך עס ענטהאלט זיך אין 61 זעקס־און־צוואנציגטלעך, עס הייסט דורך צוטיילען דעם צאָהל־ווייזער 61 אויפ'ן טייל־ווייזער 26. די 2 זיינען דאָס דער חלק פון דעם חילוק.

אויף אן עהנליכען אופן געפינען מיר, אז $\frac{88}{8}$ איז 1, אדער אז $\frac{97}{15}$ איז $6\frac{7}{15}$.

72־טער כלל:

אַ ניט־רעגולע ברוך־צאָהל קען מען פאַרוואַנדלען אין אַ גאַנצע אָדער אין אַ געמישטע צאָהל. אויף דעם דאַרף מען נאָר דעם צאָהל־ווייזער צוטיילען אויפ'ן טייל־ווייזער. דער חלק וועט זיין די צאָהל גאַנצע; און דער דיפערענץ, וואָס בלייבט, וועט זיין דער צאָהל־ווייזער פון אַ נייער ברוך־צאָהל, וואו דער טייל־ווייזער איז דער זעלבער, ווי אין דער ניט־רעגולער ברוך־צאָהל.

לאָמיר נעהמען די געמישטע $6\frac{7}{5}$. די 6 גאַנצע קען מען דאָך פאַרוואַנדלען צוריק אין פופצעהנטלעך: 1 גאַנצע איז 15 פופצעהנטליך, און 6 גאַנצען — 6 מאָל מעהר, עס הייסט 90 פופצעהנטלעך. צוזאמען מיט די 7 פופצעהנטלעך וועט זיין 97 פופצעהנטלעך, אדער $\frac{97}{15}$

אויף אן עהנליכען אופן געפינען מיר, אז $2\frac{3}{4}$ איז $\frac{11}{4}$, אז $6\frac{5}{8}$ איז $\frac{53}{8}$ א. ז. וו.

73טער כלל:

ווען מיר ווילען אַ געמישטע צאָהל פאַרוואַנדלען אין אַ ניט־רעגולע ברוך־צאָהל, טוען מיר פונקט פאַרקעהרט: מיר כפל'ען די גאַנצע אויפ'ן טייל־ווייזער, צום פראָדוקט לעגען מיר צו דעם צאָהל־ווייזער פון דער ניט־רעגולער ברוך־צאָהל.

איבונגען.

258) פארוואַנדעלט די פאָלגענדע גאַנצע און געמישטע צאָהלען אין ניט־רעגולע ברוך־צאָהלען:

$$3;\ 6\frac{1}{4};\ 8\frac{5}{9};\ 10;\ 14\frac{2}{7};\ 20\frac{5}{6};\ 30\frac{7}{40}$$

259) פארוואנדעלט די פאָלגענדע ניט־רעגולע ברוך־צאָהלען אין גאַנצע אָדער געמישטע צאָהלען:

$$\frac{19}{9};\ \frac{21}{21};\ \frac{48}{24};\ \frac{38}{5};\ \frac{49}{7};\ \frac{60}{31};\ \frac{75}{25};\ \frac{110}{15};\ \frac{150}{28}$$

ענדערען די פאָרמע פון א ברוך־צאָהל.

איהר האָט געקויפט א האלב פונט טאבאק און איהם צוטיילט אין צוויי גלייכע חלקים. מיט דעם, וואס איהר האָט דעם האלב פונט טאבאק איינגעטיילט אין צוויי גלייכע קופקעלעך טאבאק, האָט איהר ניט פארגרעסערט זיין גאנצע וואָג: ביידע קופקעלעך וועגען יעצט אויך ניט מעהר און ניט ווייניגער ווי א האלב פונט. דער אונטערשיעד איז נאָר אין דער פאָרמע: פריהער האָט איהר געהאט איין קופקע טאבאק, וואס האָט געוועגען א האלב פונט; און יעצט האָט איהר צוויי קופקעלעך, אבער יעדע וועגט שוין א העלפט פון דער איין קופקע, יעדע וועגט שוין א העלפט פון א האלב פונט, עס הייסט א פערטעל פונט.

צוויי פערטעל, אלזאָ, איז דאָס זעלבע, וואָס א האלבע:

$$\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$$

שטעלט זיך פאָר, אז איהר וועט יעדען פערטעל צוטיילען אויף צוויי גלייכע קופקעלעך. איהר וועט שוין דאן האָבען צוויי מאָל אזוי פיעל קופקעלעך, אבער יעדע פון זיי וועט שוין וועגען צוויי מאָל ווייניגער; יעדע וועט שוין וועגען א העלפט פון א פערטעל, עס הייסט אן אכטעל פונט.

$$\frac{1}{2}=\frac{2}{4}=\frac{4}{8}=\frac{8}{16}$$

א העלפט קענט איהר פאָרשטעלען אין דער פאָרמע פון צוויי פערטלעך, אדער פיער אכטלעך, אדער אכט זעכצעהנטלעך א. ז. וו.

איהר האָט געגעבען אייער אינגעל צוויי דריטעל פון אן עפעל, און ער האָט יעדען דריטעל צוטיילט אויף 5 גלייכע שטיקלעך. זיין חלק עפעל איז פון דעם ניט גרעסער און ניט קלענער געווארען. בלויז די פאָרמע האָט זיך געענדערט. פריהער האָט דער חלק עפעל געהאט די פאָרמע פון צוויי שטיקלעך, יעצט — די פאָרמע פון 10 שטיקלעך. די צאָהל שטיקלעך איז פארגרעסערט געווארען אין 5 מאָל. אָבער דערפאר איז שוין יעדע שטיקעל קלענער גע־ווארען אין 5 מאָל: פריהער איז יעדע שטיקעל געווען א דריטעל, יעצט איז שוין יעדע שטיקעל א פונפצעהנטעל. פריהער האָט דער אינגעל געהאט $\frac{2}{3}$, יעצט האָט ער $\frac{10}{15}$. און דער חלק איז דער זעלבער:

$$\frac{2}{3}=\frac{10}{15}$$

אדער פארקעהרט:

$$\frac{10}{15} = \frac{2}{3}$$

אויף אן עהנליכען אופן וועלען מיר אויסגעפינען, אז

$$\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = \frac{9}{15} = \frac{12}{20} = \frac{15}{25} = \frac{21}{35}$$

$\frac{6}{10}$ באקומען מיר פון $\frac{3}{5}$ דורך כפל'ען דעם צאָהל־ווייזער און דעם טייל־ווייזער אויף 2; $\frac{9}{15}$ באקומען מיר פון $\frac{3}{5}$ דורך כפל'ען דעם צאָהל־ווייזער און דעם טייל־ווייזער אויף 3; $\frac{15}{25}$ באקומען מיר פון $\frac{2}{3}$ דורך כפל'ען דעם צאָהל־ווייזער און דעם טייל־ווייזער אויף 5, א. ז. וו.

און פארקעהרט:

$\frac{3}{5}$ באקומען מיר פון $\frac{21}{35}$ דורך טיילען דעם צאָהל־ווייזער און דעם טייל־ווייזער אויף 7; $\frac{2}{3}$ באקומען מיר פון $\frac{9}{15}$ דורך טיילען דעם צאָהל־ווייזער און דעם טייל־ווייזער אויף 3; $\frac{3}{5}$ באקומען מיר פון $\frac{6}{10}$ דורך צוטיילען דעם צאָהל־ווייזער און דעם טייל־ווייזער אויף 2.

74־טער כלל:

ווען מיר כפל'ען אדער צוטיילען דעם צאָהל־ווייזער און דעם טייל־ווייזער פון אַ ברוך־צאָהל אויף איין און דיזעלבע צאָהל, ענדערט זיך נאָר די ר̣רמע אָבער ניט די גרויס פון דער ברוך־צאָהל.

פארקירצונג פון ברוך־צאָהלען.

מיט דיעזען כלל באנוצט מען זיך אָפט, ווען מען וויל פארקירצען ברוך־צאָהלען. פארקירצען א ברוך־צאָהל הייסט מאכען אזוי, דאָס דער צאָהל־ווייזער און דער טייל־ווייזער זאָלען זיין וואס קלענערע צאָהלען. לאָמיר דאָס ערקלערען.

ווען איהר האָט אַ ברוך־צאָהל, וואו דער צאָהל־ווייזער און דער טייל־ווייזער זיינען קליינע צאָהלען, קענט איהר פון ערשטען בליק אויף איהר באקומען א באגריף וועגען איהר גרויס. אָט, צ. ב. ש., $\frac{3}{7}$. ווי איהר גיט נאָר אַ קוק אויף איהר, קענט איהר גלייך זאָגען, אַז דאָס איז א ברוך־צאָהל וועניגער ווי אַ העלפט. שטעלט זיך אבער פאר, אז איהר האָט אַ ברוך־צאָהל $\frac{279}{537}$. אין דיעזען פאַל פאדערט זיך שוין א נאָכדענקונג צו באקומען א באגריף, צי די ברוך־צאָהל איז אונגעפעהר א העלפט אדער א דריטעל. ווען

דער צאָהל־ווייזער און דער טייל־ווייזער זיינען נאָך גרעסערע צאָהלען, איז, נאַטירליך, נאָך שווערער צו באַשטימען אונגעפעהר די גרויס פון דער ברוך־צאָהל.

אין אזעלכע פעלע פאראייגפאכען מיר די ברוך־צאָהל, מיר פארקירצען איהר, עס הייסט מיר צוטיילען דעם צאָהל־ווייזער און דעם טייל־ווייזער אויף א וועלכע עס איז צאָהל, וויסענדיג אז פון דעם ענדערט זיך ניט די גרויס פון דער ברוך־צאָהל.

לאָמיר פארקירצען די ברוך־צאָהל $\frac{36}{120}$. מיר זעהען, אז דער צאָהל־ווייזער און דער טייל־ווייזער טיילען זיך אויף 2; פאר־קירצען מיר אויף 2, עס הייסט מיר צוטיילען דעם צאָהל־ווייזער און דעם טיילווייזער אויף 2:

$$\frac{36 : 2}{120 : 2} = \frac{18}{60}$$

די נייע ברוך־צאָהל קענען מיר ווידער פארקירצען אויף 2:

$$\frac{18 : 2}{60 : 2} = \frac{9}{30}$$

די ברוך־צאָהל $\frac{9}{30}$ קען מען שוין אויף 2 מעהר ניט פארקיר־צען, ווייל דער צאָהל־ווייזער 9 טיילט זיך ניט אויף 2; אבער עס איז לייכט צו זעהן, אז מען קען די ברוך־צאָהל פארקירצען אויף 3:

$$\frac{9 : 3}{30 : 3} = \frac{3}{10}$$

$\frac{3}{10}$ קען מען שוין מעהר נ׳ פארקירצען; ווייל דער צאָהל־ווייזער און דער טייל־ווייזער האָבען ניט קיין געמיינשאַפטליכע כפל'ערס, עס הייסט, זיי זיינען ניט קיין געגענזייטיג צונויפגע־שטעלטע. אלזאָ, די ברוך־צאָהל $\frac{36}{120}$ האָבען מיר פארוואנדעלט אין $\frac{3}{10}$, וועלכע האָט די זעלבע גרויס, וואס $\frac{36}{120}$, נאָר איז פארגע־שטעלט אין אן איינפאכערער און א קירצערער פארמע

די . קירצונג מאכט מען געוועהנליך איינפאכער, ווי מיר האָבען געוויזען: אנשטאדט צו שרייבען $\frac{36 : 2}{120 : 2}$ שרייבט מען $\frac{36}{120}$ און די פארקירצונג קומט פאָר, ווי פאלגט:

$$\frac{36}{120}^{(2} = \frac{18}{60}^{(2} = \frac{9}{30}^{(3} = \frac{3}{10}$$

אויף אן עהנליכען אופן פארקירצען מיר $\frac{336}{420}$:

$$\frac{336}{420}^{(2} = \frac{168}{210}^{(2} = \frac{84}{105}^{(3} = \frac{28}{35}^{(7} = \frac{4}{5}$$

די ברוך־צאָהל $\frac{36}{120}$ האָבען מיר פארקירצט אויף 2, און אויף 2, און אויף 3. דאָס הייסט מיר האָבען פארקירצט אויף

$$2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$$

נאָר 12 איז דאָך, ווי עס איז לייכט זיך צו איבערצייגען, ניט מעהר און ניט וועניגער, ווי דער גרעסטער געמיינשאפטליכער טיילער פון די צאָהלען 36 און 120, עס הייסט פון צאָהל־ווייזער און טייל־ווייזער.

דאָס זעלבע איז אין צווייטען ביישפיעל. $\frac{336}{420}$ האָבען מיר פארקירצט אויף 84 $(7 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2)$, וועלכע איז דער גרעסטער גע־מיינשאפטליכער טיילער פון 336 און 420.

75־טער כלל:

פון דעב איז געדרונגען: אום צו פארקירצען א ברוך־צאָהל דארף מען דעם צאָהל־ווייזער און דעם טייל־ווייזער צוטיילען אויף זייער גרייסטען געמיינשאפטליכען טיילער.

איבונגען.

פארקירצט די פאָלגענדע ברוך־צאָהלען:

260) $\frac{120}{180}$; 261) $\frac{111}{185}$; 262) $\frac{105}{420}$; 263) $\frac{231}{583}$; 264) $\frac{231}{490}$; 265) $\frac{480}{720}$; 266) $\frac{999}{1110}$; 267) $\frac{1080}{1728}$; 268) $\frac{3072}{4096}$

פאַרגלייכונג פון ברוך־צאָהלען, וואָס האָבען דעמזעלבען טיילווייזער, אדער דעמזעלבען צאָהל־ווייזער.

פארגלייכט די ברוך־צאָהלען:

$$\frac{6}{7} \quad \frac{2}{7} \quad \frac{4}{7} \quad \frac{5}{7} \quad \frac{3}{7}$$

אַלע האָבען זיי איין און דעם זעלבען טייל־ווייזער. זיי אונ־טערשיידען זיך בלויז אין די צאָהל־ווייזערס. איהר האָט דאָ פונקט אזא פאַל, ווי, צ. ב. ש., אין די באַנאַנטע צאָהלען: 3 פונט, 5 פונט, 2 פונט, 6 פונט. אַלע דיעזע צאָהלען האָבען איין און דעמזעלבען נעננער (פונטען), אבער זיי אונטערשיידען זיך אין דער צאָהל פונטען. אזוי אונטערשיידען זיך אונזערע ברוך־צאָה־לען בלויז אין דער צאָהל זיבעטלעך. און פונקט ווי עס איז קלאָר,

אז 5 פונט איז מעהר ווי 2 פונט, אזוי איז קלאָהר, אז **איז** מעהר ווי $\frac{2}{7}$. אויך איז קלאָהר, אז $\frac{6}{7}$, צ. ב. ש., איז די גרעס־טע, און $\frac{2}{7}$ — די קלענסטע פון די געגעבענע ברוך־צאָהלען.

76־טער כלל:

פון ברוך־צאָהלען, וואָס האָבען דעמזעלבען צאָהל־ווייזער, איז גרע־סער די יעניגע, וועלכע האָט אַ גרעסערען צאָהל־ווייזער. און פון דעם, וויעדער, איז געדרונגען, אַז ווען איהר פאַרגרעסערט דעם צאָהל־ווייזער ווערט די ברוך־צאָהל גרעסער; ווען איהר פאַרקלענערט דעם צאָהל־ווייזער, ווערט די ברוך־צאָהל קלענער.

פארגלייכט די ברוך־צאָהלען:

$\frac{2}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{2}{4}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{2}{6}$

אלע האָבען זיי איין און דעם זעלבען צאָהל־ווייזער. זיי אונ־טערשיעדען זיך בלויז אין די טייל־ווייזערס. אויך אין דיעזען פאל איז ניט שווער צו באַשטימען, וועלכע ברוך־צאָהל איז גרע־סער אדער קלענער. יעדער פארשטעהט, אז א העלפט איז מעהר ווי א דריטעל, אז א דריטעל איז מעהר ווי א פערטעל אדער א פינפטעל א. ז. וו. און דארום איז $\frac{2}{2}$ גרעסער ווי $\frac{2}{3}$ אדער $\frac{2}{4}$ א. ז. וו.

77־טער כלל:

פון ברוך־צאָהלען, וואָס האָבען דעמזעלבען צאָהל־ווייזער, איז גרע־סער דיעניגע, וועלכע האָט אַ קלענערען טייל־ווייזער; קלענער איז דיעניגע, וועלכע האָט אַ גרעסערען טייל־ווייזער. און פון דעם, ווידער, איז געדרונגען, אַז ווען איהר פאַרגרעסערט דעם טייל־ווייזער, ווערט די ברוך־צאָהל קלענער; ווען איהר פאַרקלענערט דעם טייל־ווייזער, ווערט די ברוך־צאָהל גרעסער.

ברענגען ברוך־צאָהלען צו איין טיילווייזער.

פארגלייכט די ברוך־צאָהלען:

$\frac{120}{178}$ $\frac{165}{246}$ $\frac{70}{105}$

די ברוך־צאָהלען האָבען פארשיעדענע צאָהל־ווייזערס און פאר־שיעדענע טייל־ווייזערס. און עס פאָדערט זיך שוין א נאָכדענקונג צו באַשטימען, וועלכע פון זיי איז גרעסער אדער קלענער. איהר

האָט דאָ פּונקט אזא פאַל, ווי, צ. ב. ש., אין די באַנאַנטע צאָהלען: 7 יארד, 23 פוס, 265 אינטשעס.

און פּונקט ווי איהר מוזט פריהער פאַרוואַנדלען דיעזע צאָהלען אין צאָהלען, וואס דריקען אויס מאָסען פון איין נענגער (יאַרדס, אדער פוס, אדער אינטשעס) אום צו קענען זיי פאַרגלייכען, אזוי מוזט איהר אויך די ברוך־צאָהלען פאַרוואַנדלען אין ברוך־צאָהלען מיט איין טייל־ווייזער (העלפטע, אדער דריטלעך, אדער פערטלעך א. ז. וו.), אום צו באשטימען, וועלכע פון זיי איז גרעסער אדער קלענער.

פאַרוואַנדלען ברוך־צאָהלען פון פאַרשיעדענע טייל־ווייזערס אין ברוך־צאָהלען פון איין טייל־ווייזער, הייסט, אויף דער שפראך פון אריפמעטיק, „ברענגען די ברוך־צאָהלען צו איין טייל־ווייזער".

לאָמיר ווייזען, ווי מען „ברענגט ברוך־צאָהלען צו איין טייל־ווייזער."

איהר האָט, צ. ב. ש., די ברוך־צאָהלען:

$\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{2}{4}$ $\frac{4}{6}$ $\frac{7}{12}$

און איהר ווילט זיי ברענגען צו איין טייל־ווייזער. דאָס הייסט, איהר ווילט ענדערען (ניט זייער גרויס, נאָר) זייער פאָרמע אזוי, דאָס אַלע זאָלען זיי אויסדריקען ענטוועדער העלפטע, אדער דריטלעך, אדער פערטלעך, אדער אירגענד וועלכע אנדערע טיילען פון א גאַנצע.

ווען איהר קוקט זיך אויפמערקזאמער צו צו די געגעבענע ברוך־צאָהלען, באמערקט איהר, אז די חלקים פון א גאַנצע, וואס אַלע דריקען אויס, קען מען צוברעקלען און פאַרוואַנדלען אין צוועלפטלעך. אָט, צ. ב. ש., א העלפט ($\frac{1}{2}$) קען מען צוברעקלען אין זעקס גלייכע חלקים, פון וועלכע יעדער וועט זיין א צוועלפטער חלק פון א גאַנצע. וואָרים א גאַנצע האָט 12 צוועלפטלעך, און א העלפט האָט 6 צוועלפטלעך.

אויף אן עהנליכען אופן קען מען אויך צוויי־דריטעל צוברעקלען אין צוועפטלעך: א גאַנצע האָט 12 צוועלפטלעך, א דריטעל — 4 צוועלפטלעך, און צוויי־דריטעל ($\frac{2}{3}$) — 8 צוועלפטלעך.

א פערטעל קען מען צוברעקלען אין דריי צוועלפטלעך. און $\frac{2}{4}$ וועלען זיין 6 צוועלפטלעך.

א זעקסטעל קען מען צוברעקלען אין 2 צוועלפטלעך, און $\frac{4}{6}$ וועלען זיין 8 צוועלפטלעך.

אונזערע ברוך־צאָהלען, אלזא, וועלען שוין זיין:

$\frac{7}{12}$ $\frac{8}{12}$ $\frac{6}{12}$ $\frac{8}{12}$ $\frac{6}{12}$

וואס האָבען מיר דאָ געטאָן? ערשטענס, האָבען מיר אלע טייל־וויזערס פארביטען אויף איין טייל־וויזער וואס איז טייל־באר אויף יעדען פון זיי. ווארים די צאָהל 12 טיילט זיך אויף יעדען פון די געגעבענע טייל־וויזערס (12, 6, 4, 3, 2).

צווייטענס, האָבען מיר געענדערט דעם צאָהל־וויזער פון יעדער ברוך־צאָהל. מיר האָבען איהם געענדערט אזוי, דאָס די גרויס פון דער ברוך־צאָהל זאָל זיך ניט ענדערען דורך דעם, וואס מיר האָבען אנשטאדט דעם פריהערדיגען טייל־וויזער אוועקגעשטעלט דעם טייל־וויזער 12. אָט, צ. ב. ש., די ערשטע ברוך־צאָהל איז $\frac{1}{2}$. ווען איהר שטעלט אין טייל־וויזער 12 אָנשטאָט 2 פארקלענערט איהר די ברוך־צאָהל אין 6 מאָל; און אום די גרויס פון דער ברוך־צאָהל זאָל בלייבען דיזעלבע, מוזט איהר פארגרעסערען דעם צאָהל־וויזער (1) אין 6 מאָל; און די ערשטע ברוך־צאָהל איז דארום $\frac{6}{12}$. דאָס זעלבע איז מיט דער צווייטער ברוך־צאָהל: איהר האָט דעם טייל־וויזער (3) פארגרעסערט אין 4 מאָל; מוזט איהר אויך דעם צאָהל־וויזער פארגרעסערען אין 4 מאָל, און די ברוך־צאָהל וועט זיין $\frac{8}{12}$. דאָס זעלבע איז מיט יעדער פון די איבריגע ברוך־צאָהלען.

נאָך א ביישפיעל:

איהר ווילט ברענגען צו איין טייל־וויזער די ברוך־צאָהלען:

$\frac{5}{9}$ $\frac{4}{6}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{2}$

ווי אין פריהערדיגען פאַל זוכען מיר אויף א צאָהל, וואס איז טיילבאר אויף יעדען פון די טייל־וויזערס, און מיר מאכען איהר פאר'ן געמיינשאפטליכען טייל־וויזער. אזעלכע טיילבארע זיינען דאָ זעהר פיעל: 18, 36, 54, 72, 90 א. ז. וו., א. ז. וו. מיר קלייבען אויס די באקוועמערע, די קלענערע, — די קלענסטע טייל־בארע. און דאָס איז 18. אלזא 18 שטעלען מיר אלס טייל־וויזער אין יעדער פון די געגעבענע ברוך־צאָהלען.

דעם טייל־וויזער פון דער ערשטער ברוך־צאָהל ($\frac{1}{2}$) פארגרעסערען מיר דורך דעם אין 9 מאָל (ווארים $18 : 2 = 9$); כּפל'ען מיר דעם צאָהל־וויזער (1) אויף 9.

18 צוטיילט אויף 3 איז 6. דאָס הייסט דעם טייל־וויזער

(3) פון דער צווייטער ברוך־צאָהל פארגרעסערען מיר אין 6 מאָל; מוזען מיר אויך דעם צאָהל־ווייזער (2) פארגרעסערען אין 6 מאָל. 18 צוטיילט אויף 6 איז 3. דאָס הייסט דעם טייל־ווייזער (6) פון דער דריטער ברוך־צאָהל האָבען מיר פאַרגרעסערט אין 3 מאָל, מוזען מיר אויך דעם צאָהל־ווייזער פארגרעסערען אין 3 מאָל. אויף אן עהנליכען אופן ענ־ערען מיר דעם צאָהל־ווייזער פון יעדער פון די איבריגע ברוך־צאָהלען און אנשטאדט

$\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{4}{6}$ $\frac{5}{9}$

האָבען מיר:

$\frac{9}{18}$ $\frac{12}{18}$ $\frac{12}{18}$ $\frac{10}{18}$

78־טער כלל:

אַלזאָ, אום צו „ברענגען ברוך־צאָהלען צו איין טייל־ווייזער", געפינען מיר פריהער אוים די קלענסטע טיילבאַרע אויף אַלע טייל־ווייזערס; דיעזע קלענסטע טיילבאַרע מאַכען מיר פאַר'ן געמיינשאפטליכען טייל־ווייזער; דעם געמיינשאַפטליכען טייל־ווייזער טיילען מיר אויפ'ן טייל־ווייזער פון יעדער ברוך־צאָהל, און דעם צאָהל־ווייזער פון דער ברוך־צאָהל כפל'ען מיר אויפ'ן חלק, וואס מיר באַקומען.

איבונגען.

וועלכע פון די פאָלגענדע ברוך־צאָהלען

$\frac{91}{425}$ $\frac{226}{425}$ $\frac{416}{425}$

269) איז די גרעסטע? 270) איז די קלענסטע?

וועלכע פון די פאָלגענדע ברוך־צאָהלען

$\frac{65}{117}$ $\frac{65}{211}$ $\frac{65}{96}$ $\frac{65}{101}$

271) איז די גרעסטע? 272) וועלכע איז די קלענסטע?

ברענגט צו איין טייל־ווייזער די פאָלגענדע ברוך־צאָהלען:

273) $\frac{3}{5}$; $\frac{6}{11}$;

274) $\frac{7}{8}$; $\frac{4}{5}$; $\frac{3}{4}$;

275) $\frac{3}{14}$; $\frac{5}{9}$; $\frac{5}{16}$;

276) $\frac{11}{25}$; $\frac{13}{36}$; $\frac{17}{35}$;

277) $\frac{23}{42}$; $\frac{27}{56}$; $\frac{19}{35}$;

278) $\frac{31}{96}$; $\frac{29}{48}$; $\frac{7}{12}$; $\frac{13}{24}$

279) $\frac{30}{64}$; $\frac{49}{80}$; $\frac{65}{96}$

חיבור.

יעצט, ווען מיר ווייסען שוין, ווי צו ברענגען ברוך־צאָהלען צו איין טייל־ווייזער און ווי צו פאַרקירצען זיי, וועט אונז שוין זיין ניט שווער צו מאַכען חיבור, חיסור, כפל און חילוק פון ברוך־צאָהלען.

א) מיר דאַרפען צוזאמענלעגען, צ. ב. ש., די ברוך־צאָהלען:

$$\frac{8}{15} \quad \frac{7}{15} \quad \frac{11}{15} \quad \frac{1}{15}$$

אלע האָבען זיי א געמיינשאפטליכען טייל־ווייזער. פונקט ווי אין פאל, ווען מיר דארפען צוזאמענלעגען די באנאנטע צאָהלען — 1 פונט, 11 פונט און 8 פונט — לעגען מיר פריהער צו־נויף די צאָהלען (1, 11 און 8) און שרייבען נאָכהער דעם געמיינ־שאפטליכען נעננער „פונט"; אזוי טוען מיר אין חיבור פון אונ־זערע ברוך־צאָהלען. מיר לעגען צונויף די צאָהל־ווייזערס און שרייבען אונטער זייער געמיינשאפטליכען טייל־ווייזער און מיר האָבען:

$$\frac{8}{15} + \frac{7}{15} + \frac{11}{15} + \frac{1}{15} = \frac{8 + 7 + 11 + 1}{15} = \frac{27}{15}$$

די ברוך־צאָהל $\frac{27}{15}$ קענען מיר פאַרקירצען אויף 3. האָבען מיר:

$$\frac{27}{15}^{(3} = \frac{9}{5} = 1\frac{4}{5}$$

ב) מיר ווילען צוזאמענלעגען די ברוך־צאָהלען:

$$\frac{5}{8} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{1}{2}$$

דיעזע ברוך־צאָהלען האָבען שוין פארשיעדענע טייל־ווייזערס. און אום צו צוזאמענלעגען זיי ברענגען מיר זיי פריהער צו איין טייל־ווייזער. האָבען מיר:

$$\frac{5}{8} + \frac{3}{4} + \frac{1}{2} = \frac{5}{8} + \frac{6}{8} + \frac{4}{8} = \frac{5 + 6 + 4}{8} = \frac{15}{8} = 1\frac{7}{8}$$

אויף אן עהנליכען אופן האָבען מיר:

$$\frac{5}{24} + \frac{7}{12} + \frac{8}{15} + \frac{5}{8} + \frac{9}{20} = \frac{25 + 70 + 64 + 74 + 54}{120} =$$

$$\frac{288}{120}^{(24} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$$

79־טער כלל:

חיבור פון ברוך־צאָהלען מאַכט מען אַזוי: אויב זיי האָבען אַ געמיינשאַפטליכען טייל־ווייזער, לעגט מען צוזאַמען די צאָהל־ווייזערס, מען שרייבט אונטער דעם געמיינשאַפטליכען טייל־ווייזער און מען פאַר־קירצט (אויב מעגליך); אויב די ברוך־צאָהלען האָבען פאַרשיעדענע טייל־ווייזערס, ברענגט מען זיי פריהער צו איין טייל־ווייזער און נאַכהער איז מען זיך מיט זיי נוהג ווי אין פריהערדיגען פאַל.

איבונגען:

280) $\frac{4}{7}+\frac{1}{5}+\frac{3}{4}$;

281) $\frac{7}{8}+\frac{1}{2}+\frac{3}{4}$;

282) $\frac{7}{15}+\frac{13}{24}+\frac{7}{8}+\frac{11}{12}$;

283) $\frac{5}{14}+\frac{13}{42}+\frac{1}{6}+\frac{17}{21}+\frac{4}{7}$

חיסור.

א) מיר ווילען ארונטערנעהמען $\frac{4}{15}$ פון $\frac{7}{15}$.

פונקט ווי ביים אַרונטערנעהמען 4 פונט, צ. ב. ש., פון 7 פונט, נעהמען מיר אַרונטער איין צאָהל פון דער צווייטער (7—4) און שרייבען צו דעם געמיינשאַפטליכען נעננער (פונט), אַזוי טוען מיר אין דיעזען פאַל: מיר נעהמען אַרונטער איין צאָהל־ווייזער פון צווייטען און מיר שרייבען אונטער זייער געמיינשאַפטליכען טייל־ווייזער, און אויב מעגליך פאַרקירצען מיר די ברוך־צאָהל, וואס מיר באַקומען. אַלזאַ

$$\frac{7}{15}-\frac{4}{15}=\frac{7-4}{15}=\frac{3}{15}=\frac{1}{5}$$

ב) נעהמט אַרונטער $\frac{4}{15}$ פון $\frac{7}{20}$. אין דיעזען פאַל האָבען שוין די געקלענערטע ($\frac{7}{20}$) און דער פאַרקלענערער ($\frac{4}{15}$) פאַר־שיעדענע טייל־ווייזערס און מיר קענען שוין ניט אַזוי לייכט אַרונ־טערנעהמען איין ברוך־צאָהל פון דער צווייטער, ווי אין ערשטען פאַל.

ווען מיר דאַרפען מאַכען אַ חיסור פון באַנאַנטע צאָהלען פון פאַרשיעדענע נעננערס, דריקען מיר פריהער די געקלענערטע און דעם פאַרקלענערער אויס אין מאָסען פון איין נעננער, און נאָכהער ערשט מאַכען מיר דעם חיסור. אָט, צ. ב. ש., ווען מיר דאַרפען

אַרונטערנעהמען 84 אינטשעס פון 8 פוס, פאַרוואַנדלען מיר פריהער די 84 אינטשעס אין 7 פוס, וועלכע מיר נעהמען ארונטער פון 8 פוס.

אויך אַן עהנליכען אופן זיינען מיר זיך נוהג אין אונזער פאַל, וואו מיר דארפען מאכען חיסור פון די ברוך־צאָהלען $\frac{4}{15}$ און $\frac{7}{20}$: מיר ברענגען די ברוך־צאָהלען פריהער צו איין טייל־ווייזער. האָבען מיר:

$$\frac{21}{60} \quad \frac{61}{60}$$

יעצט נעהמען מיר ארונטער איין ברוך־צאָהל פון דער אַנדערער:

$$\frac{7}{20} - \frac{4}{15} = \frac{12}{60} - \frac{16}{60} = \frac{21-16}{60} = \frac{5}{60} = \frac{1}{12}$$

80־טער כלל:

ביי חיסור פון ברוך־צאָהלען זיינען מיר זיך נוהג פונקט ווי ביי חיבור: אויב די ברוך־צאָהלען האָבען אַ געמיינשאַפטליכען טייל־ווייזער, נעהמען מיר אַרונטער איין צאָהל־ווייזער פון צווייטען, שרייבען אונטער דעם געמיינשאַפטליכען טייל־ווייזער, און, ווען מעגליך, פאַרקירצען מיר; אויב זיי האָבען פארשיידענע טייל־ווייזערס, ברענגען מיר זיי פריהער צו אַ געמיינשאַפטליכען טייל־ווייזער, און מיר זיינען זיך דאַן נוהג, ווי אין פריהערדיגען פאַל.

לאָמיר אַרונטערנעהמען $1\frac{1}{3}$ פון $2\frac{3}{4}$.

מיר דארפען דאָ ארונטערנעהמען א געמישטע צאָהל פון א געמישטער צאָהל. ווען מיר דארפען ארונטערנעהמען, צ. ב. ש., 6 מינוט 30 סעקונדען, פון 19 מינוט 40 סעקונדען, נעהמען מיר פריהער ארונטער סעקונדען פון סעקונדען, און נאָכהער מינוטען פון מינוטען.

עהנליכעס טוען מיר אויך דאָ: מיר נעהמען ארונטער פריהער א ברוך־צאָהל פון א ברוך־צאָהל און נאָכהער גאנצע פון גאַנצע. $\frac{1}{3}$ פון $\frac{3}{4}$ וועט זיין $\frac{5}{12}$; 1 פון 2 וועט זיין 1. אלזא:

$$2\frac{3}{4} - 1\frac{2}{3} = 2\frac{9}{12} - 1\frac{4}{12} = 1\frac{5}{12}$$

לאָמיר ארונטערנעהמען $2\frac{5}{7}$ פון $3\frac{2}{3}$.

$$3\frac{2}{3} - 2\frac{5}{7} = 3\frac{14}{21} - 2\frac{15}{21}$$

$\frac{15}{21}$ קען מען אבער פון $\frac{14}{21}$ ניט ארונטערנעהמען. „אנט־לייהען" מיר (אין דער געקלענערטער $3\frac{14}{21}$) אן 1, וועלכען מיר פארוואנדלען אין איין־און־צוואנציגטלעך. מיר וועלען דאַן האָ־

בען ניט $3\frac{14}{21}$, נאָר $2\frac{21+41}{21}$, עם הייסט $2\frac{35}{21}$. יעצט קענען מיר שוין מאַכען דעם חיסור.

$$3\frac{2}{3} - 2\frac{5}{7} = 3\frac{14}{21} - 2\frac{15}{21} = 2\frac{35}{21} - 2\frac{15}{21} = \frac{20}{21}$$

דער ענטפער וועט זיין $\frac{20}{21}$. קיין גאַנצע וועט שוין ניט זיין. ווארים אי אין דער געקלענערטער, אי אין דעם פארקלענערער, איז די גאַנצע 2, און 2 פון 2 איז דאָך 0.

איבונגען.

מאכט די פאָלגענדע חיסורים:

284) $\frac{5}{7} - \frac{2}{3}$;

285) $\frac{7}{8} - \frac{17}{20}$;

286) $\frac{31}{36} - \frac{5}{12}$;

287) $6\frac{17}{25} - 2\frac{41}{50}$

288) $3 - 1\frac{7}{9}$;

289) $5\frac{3}{8} - 4\frac{7}{15}$;

290) $2\frac{2}{5} - 1\frac{3}{4}$

כ פ ל.

ביים כפל'ען ברוך־צאָהלען אונטערשיידען מיר דריי פעלע:

א) ווען עס קומט אויס א ברוך־צאָהל צו כפל'ען אויף א גאַנ־צע;

ב) ווען עס קומט אויס א גאַנצע צו כפל'ען אויף א ברוך־צאָהל;

ג) ווען עס קומט אויס א ברוך־צאָהל צו כפל'ען אויף א ברוך־צאָהל.

לאָמיר אָנפאַנגען פון ערשטען פאַל, וועלכער איז אויך דער לייכטסטער.

א. מיר ווילען כפל'ען $\frac{3}{10}$ אויף 2. כפל'ען אויף 2 הייסט פארגרעסערען אין צוויי מאָל. און אום צו פארגרעסערען א ברוך־צאָהל, דאַרף מען, ווי מיר ווייסען שוין פון א פריהערדיגען קאַפּיטעל, ענטוועדער פארגרעסערען דעם צאָהל־ווייזער, אדער פארקלענערען דעם טייל־ווייזער. אלזא אויף צו כפל'ען $\frac{3}{10}$ אויף 2 דאַרפען מיר ענטוועדער כפל'ען דעם צאָהל־ווייזער 3 אויף 2, אדער צוטיילען דעם טייל־ווייזער 10 אויף 2.

מיר האָבען אלזאָ צוויי מעטאָדען:

$$\frac{3}{10} \times 2 = \frac{3 \times 2}{10} \overset{(2}{=} \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

אָדער:

$$\frac{3}{10} \times 2 = \frac{3}{10:2} = \frac{3}{5}$$

וואָס פאר א מעטאָד איהר זאָלט ניט אָנווענדען, וועט דער ענטפער אלץ זיין $\frac{3}{5}$.

אין דיזען ביישפיעל איז אונז געווען אלץ איינס, מיט וואָס פאר א מעטאָד זיך צו באנוצען.

לאָמיר אבער נעהמען אזא ביישפיעל: כפל'ען $\frac{4}{11}$ אויף 3. ווי מיר האָבען פריהער געזעהן, דארף מען ענטוועדער כפל'ען דעם צאָהל־ווייזער 4 אויף 3, אדער צוטיילען דעם טייל־ווייזער 11 אויף 3. אבער 11 איז א צאָהל, וואָס טיילט זיך ניט אויף 3. כפל'ען מיר בעסער דעם צאָהל־ווייזער אויף 3 און מיר האָבען:

$$\frac{4}{11} \times 3 = \frac{4 \times 3}{11} = \frac{12}{11} = 1\frac{1}{11}$$

ווי מיר זעהען, אלזאָ, קען מען זיך מיט'ן צווייטען מעטאָד ניט אימער באנוצען, איינפאך דערפאר, וואָס טיילען א צאָהל אויף א צאָהל איז ניט אלע מאָל מעגליך. דארום איז שוין אָנגענו־מען צו באנוצען זיך מיט'ן ערשטען מעטאָד. און דאָס הייסט:

18־טער כלל:

אויף צו כפל'ען א ברוך־צאָהל אויף א גאַנצע, כפל'ען מיר דעם צאָהל־ווייזער אויף'ן כפל'ער, און נאכהער, אויב מעגליך, פאַרקירצען מיר.

דעם זעלבען כלל קען מען אויך אנדערש ערקלעהרען. מיר דארפען, צ. ב. ש., כפל'ען $\frac{3}{10}$ אויף 2. מיר ווייסען שוין פון פריהער, אז אין דער ברוך־צאָהל איז די צאָהל אייגענטליך דער צאָהל־ווייזער, אבער ניט דער טיילווייזער. דער טיילווייזער איז ניט מעהר ווי א צייכען, א שטייגער ווי דער ווארט „פונט" אין דער צאָהל 3 פונט. אויב, אלזא, די צאָהל איז 3, איז דאָך קלאָהר, אז אום צו כפל'ען $\frac{3}{10}$ אויף 2, דארף מען כפל'ען דעם 3 בלויז, ניט רעכענענדיג זיך מיט'ן טייל־ווייזער.

און דעריבער:

$$\frac{3}{10} \times 2 = \frac{3 \times 2}{10} \overset{(2}{=} \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

מיר האָבען דעם פּראָדוקט פאַרקירצט נאָך דעם, ווי מיר האָבען שוין גע'כפל'ט דעם 3 אויפ'ן 2 און באַקומען 6. עס איז אָבער לייכט צו זעהן, אז עס איז גאָר ניט נויטיג פריהער צו כפל'ען און נאָכהער צו פאַרקירצען. מיר קענען דאָך פאַרקירצען פריהער, בעפאָר דעם כפל'ען, און דורך דעם פאַרשפּאָרען מיר שוין צו כפל'ען. מיר האָבען:

$$\frac{3}{10} \times 2 = \frac{3 \times 2}{10}$$

פאַרקירצען מיר אויף 2, האָבען מיר:

$$\frac{3}{10} \times 2 = \frac{3 \times 2}{10}^{(2} = \frac{3}{5}$$

אויף אַן עהנליכען אופן:

$$\frac{5}{42} \times 7 = \frac{5 \times 7}{42} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{3}{4} \times 4 = \frac{3 \times 4}{4}^{(4} = 3$$

ב. יעצט לאָמיר נעהמען דעם פאַל, ווען מען דאַרף אַ גאַנצע כפל'ען אויף אַ ברוך־צאָהל.

$$6 \times \frac{2}{3}$$

מיר ווייסען שוין פון פריהער, אזביים כפל'ען אַ צאָהל אויף אַ צאָהל, מאַכט ניט אויס, וועלכע פון זיי מיר מאַכען פאַר די גע־כפל'טע און וועלכע פאַר'ן כפל'ער. אָט, צ. ב. ש., מיר דאַרפען כפל'ען די צאָהלען 5 און 8: צו מיר וועלען שרייבען 5×8 אָדער 8×5, וועט דער פּראָדוקט אַלץ זיין 40.

אויב אַזוי, קענען מיר דאָך אנשטאָדט $6 \times \frac{2}{3}$ שרייבען $\frac{2}{3} \times 6$. מיט אַנדערע ווערטער, אנשטאָדט צו כפלען די גאַנ־צע אויף די ברוך־צאָהל, כפל'ען מיר די ברוך־צאָהל אויף די גאַנ־צע. און ווי צו כפל'ען אַ ברוך־צאָהל אויף אַ גאַנצע ווייסען מיר דאָך: מען כפל'עט דעם צאָהל־ווייזער אויף די גאַנצע. אַלזאָ:

$$6 \times \frac{2}{3} = \frac{2}{3} \times 6 = \frac{2 \times 6}{3} = \frac{6 \times 2}{3} = \frac{12}{3}^{(4} = 4$$

מיר קענען עס באַקומען אויך אויף אַן אַנדער אופן. מיר דאַרפען כפל'ען 6 אויף $\frac{2}{3}$. אין כפל'ער $\frac{2}{3}$ איז דאָך די צאָהל דער צאָהל־ווייזער 2, און ניט דער טייל־ווייזער 3; און דעריבער כפל'ען מיר 6 אויף 2. האָבען מיר 2×6. אָבער מיט דעם, וואס מיר כפל'ען 6 אויף 2 גאַנצע האָבען מיר דעם כפל'ער אונז

דורך דעם אויך דעם פּראָדוקט פאַרגרעסערט אין 3 מאָל. דארפען מיר יעצט 2 × 6 פאַרקלענערען אין 3 מאָל. און דעריבער איז:

$$6 \times \frac{2}{3} = \frac{6 \times 2}{3}$$

82-טער כלל:

אויף צו כפל'ען אַ גאַנצע אויף אַ ברוך־צאָהל, כפל'ען מיר די גאַנצע אויפ'ן צאָהל־ווייזער, שרייבען אונטער דעם טייל־ווייזער און, אויב מעגליך, פאַרקירצען מיר.

לאָמיר ווידער נעהמען דעם זעלבען ביישפּיעל:

$$6 \times \frac{2}{3} = 4$$

מיר זיינען געוואָהנט, אז ביים כפל'ען זאלען מיר אימער קריעגען א גרעסערע צאָהל; מיר זיינען געוואָהנט, הייסט עס, אז דער פּראדוקט זאל זיין גרעסער, ווי אירגענד וועלכע פון די גע'כפל'טע צאָהלען. אין אקארשט געבראכטען פאל אבער זעהען מיר גאר, אז דער פּראדוקט (4) איז גאר קלענער פון איינער פון דע גע'כפל'טע צאָהלען (6).

פון דעם זעהען מיר, אז ווען א צאָהל ווערט גע'כפל'ט אויף א רעגולע ברוך־צאָהל, באקומט זיך א פּראָדוקט, וועלכער איז קלע־נער פון איהר, עס הייסט, וועלכער איז נאָר א טייל פון איהר. די־זען געדאנק קען מען אויסדריקען מיט אַנדערע ווערטער: צו כפל'ען א צאָהל אויף א ברוך־צאָהל, הייסט צו געפינען א טייל פון איהר.

6 צו כפל'ען אויף $\frac{2}{3}$ הייסט צו נעהמען 2 דריטעל פון 6. איין דריטעל פון 6 איז 2, און צוויי דריטעל — איז 4.

און אויב אַזוי, איז זעלבסטפאַרשטענדליך, וואס אויף צו כפל'ען א גאַנצע אויף אַ ברוך־צאָהל, דארף מען די גאַנצע כפל'ען אויפ'ן צאָהל־ווייזער און צוטיילען (ארונטערשטעלען) אויפ'ן טייל־ווייזער. מיר ווילען 20, צ. ב. ש. כפל'ען אויף $\frac{7}{10}$. ד. ה. מיר ווילען נעהמען $\frac{7}{10}$ פון 20. נעהמען מיר פריהער איין צעהנטעל, וועט דאָס זיין: $\frac{20}{10}$. יעצט דארפען מיר נעהמען 7 מאָל אזוי פיעל, וועט דאָס זיין $\frac{20}{10} \times 7$ דאָס הייסט:

$$\frac{20 \times 7}{10} = \overset{(20}{\frac{140}{10}} = 14$$

14, אלזא. איז $\frac{7}{10}$ פון 20.

ג. דער דריטער פאל איז, ווען מיר כפל'ען א ברוך־צאָהל אויף א ברוך־צאָהל, ווי צ. ב. ש.

$$\frac{3}{4} \times \frac{2}{5}$$

לאָמיר זיך אויף אן אויגענבליק פאָרשטעלען, אז דער כפל'ער איז ניט $\frac{2}{5}$, נאָר גאַנצע 2. אין אזא פאַל וואלטען מיר געהאט $\frac{3 \times 2}{4}$. עס איז אָבער לייכט צו זעהן, אז $\frac{3 \times 2}{4}$ איז פינף מאָל גרע־סער, ווי די געזוכטע צאָהל. וואָרים $\frac{3 \times 2}{4}$ האָבען מיר באקומען דורכ'ן כפל אויף גאַנצע 2, ווערענד מיר האָבען געדאַרפט כפל'ען אויף $\frac{2}{5}$, וועלכע איז פינף מאָל קלענער פון 2. אלזא, אום דער ענטפער זאָל זיין א ריכטיגער, דאַרף מען יעצט $\frac{3 \times 2}{4}$ פארקלענערען אין פינף מאָל. און פארקלענערען א ברוך־צאָהל אין 5 מאָל קען מען דורך כפל'ען איהר טייל־ווייזער אויף 5. און דער ריכטיגער ענטפער וועט זיין:

$$\frac{3}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{3 \times 2}{4 \times 5}$$

83־טער כלל:

אום צו כפל'ען אַ ברוך־צאָהל אויף אַ ברוך־צאָהל דאַרף מען כפל'ען דעם צאָהל־ווייזער אויפ'ן צאָהל־ווייזער און דעם טייל־ווייזער אויפ'ן טייל־ווייזער. און, אויב מעגליך, פאַרקירצען.

$$\frac{3}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{3 \times 2}{4 \times 5}$$

דעם זעלבען כלל קען מען ערקלעהרען אויך אויף אן אנדער אופן. מיר דארפען כפל'ען $\frac{3}{4}$ אויף $\frac{2}{5}$. כפל'ען אויף א ברוך־צאָהל, ווי מיר ווייסען שוין, איז דאָס זעלבע, וואס נעהמען א טייל פון דער גע'כפל'טער. כפל'ען אלזא אויף $\frac{2}{5}$ הייסט נעהמען $\frac{2}{5}$ פון $\frac{3}{4}$. נעהמען מיר פריהער 1 פינפטעל. אויף צו נעהמען א פינפט־חלק פון א צאָהל דאַרף מען איהר פארקלענערען אין 5 מאָל, און פארקלענערען קען מען דורך כפל'ען דעם טייל־ווייזער.

אלזא, $\frac{1}{5}$ פון $\frac{3}{4}$ איז $\frac{3}{4 \times 5}$

און $\frac{2}{5}$ פון $\frac{3}{4}$ איז $\frac{3 \times 2}{4 \times 5} = \frac{3}{2 \times 5} = \frac{3}{10}$

כפל פון מעהר ווי צוויי ברוך־צאָהלען.

לאָמיר נעהמען א ביישפיעל, וואו עס קומט אוים צו כפל'ען מעהר ווי צוויי ברוך־צאָהלען. פונקט ווי אין פאל, ווען מיר האָ־בען מעהרערע גאַנצע צו כפל'ען, כפל'ען מיר פריהער איין צאָהל אויף א צווייטע, דעם פראדוקט אויף א דריטע, א. ז. וו.; אזוי טוען מיר אין פאל, ווען די צאָהלען, וואס מיר כפל'ען, זיינען ברוך־צאָהלען. אָט, צ. ב. ש., ווען מיר דארפען כפל'ען די ברוך־צאָהלען $\frac{15}{28}$ $\frac{14}{39}$ $\frac{26}{45}$ $\frac{25}{32}$. כפל'ען מיר פריהער $\frac{25}{32}$, אויף $\frac{26}{45}$, האבען

מיר $\frac{25 \times 26}{32 \times 45}$. דעם פּראָדוקט כפל'ען מיר אויף $\frac{14}{39}$, האָבען מיר: $\frac{45 \times 26 \times 14}{32 \times 45 \times 39}$; דעם נייעם פּראָדוקט כפל'ען מיר אויף $\frac{15}{28}$ האָבען מיר: $\frac{42 \times 26 \times 14 \times 15}{32 \times 45 \times 39 \times 28}$.

84-טער כלל:

אַלזאָ, אין פאַל פון מעהר ווי צוויי ברוך־צאָהלען זיינען מיר זיך נוהג ווי אין פאַל פון צוויי ברוך־צאָהלען: מיר כפל'ען די צאָהל־ווייזערס איינעם אויפ'ן אַנדערען און די טייל־ווייזערס איינעם אויפ'ן אַנדערען.

צו כפל'ען אַלע צאָהל־ווייזערס, אזוי גוט ווי אַלע טייל־ווייזערס, איינעם אויף די אַנדערע $\frac{25 \times 26 \times 14 \times 15}{32 \times 45 \times 39 \times 28}$ וואָלט געווען צו־פּיעל אַרבייט. פאַרקירצען מיר פריהער. 25 (פון צאָהל־ווייזער) און 45 (פון טייל־ווייזער) פאַרקירצען מיר אויף 5, וועלען מיר אין צאָהל־ווייזער האָבען 5 און אין טייל ווייזער 9; 26 און 32 פאַר־קירצען מיר אויף 2, וועלען מיר אין צאָהל־ווייזער האָבען 13 און אין טייל־ווייזער 16; 13 און 39 פאַרקירצען מיר אויף 13, וועלען מיר אין צאָהל־ווייזער האָבען 1 און אין טייל־ווייזער 3; 15 און 3 פאַרקירצען מיר אויף 3, וועלען מיר אין צאָהל־ווייזער האָ־בען 5 און אין טייל־ווייזער 1; 14 און 28 פאַרקירצען מיר אויף 14, וועלען מיר אין צאָהל־ווייזער האָבען 1 און אין טייל־ווייזער 2. מיר וועלען אַלזאָ האָבען: $\frac{25}{288} = \frac{5 \times 5}{16 \times 9 \times 2}$

כפל פון געמישטע צאָהלען.

מיר דאַרפען כפל'ען $7\frac{1}{2}$ צ. ב. ש. אויף $5\frac{1}{3}$. די געמישטע $7\frac{1}{2}$ איז דאָך $\frac{15}{2}$, און די געמישטע $5\frac{1}{3}$ איז $\frac{16}{3}$. און דעריבער איז

$$7\tfrac{1}{2} \cdot 5\tfrac{1}{3} = \frac{15}{2} \cdot \frac{16}{3} = \frac{15}{2} \cdot \frac{16}{3} = 5 \cdot 8 = 40$$

85-טער כלל:

אויף צו כפל'ען אַ געמישטע צאָהל אויף אַ געמישטע פאַרוואַנדלען מיר זיי פריהער אין ניט־רעגולע ברוך־צאָהלען, נאָכהער כפל'ען מיר די צאָהל־ווייזערס באַזונדער און די טייל־ווייזערס באַזונדער און, אויב מעגליך, פאַרקירצען מיר.

איבונגען.

מאכט די כפל'ס:

291) $\frac{11}{20}\cdot 6$;

292) $21\cdot\frac{4}{7}$;

293) $42\cdot\frac{25}{27}$;

294) $\frac{27}{70}\cdot\frac{28}{39}$;

295) $2\frac{11}{20}\cdot 3\frac{7}{9}$;

296) $343\cdot\frac{40}{49}$;

297) $\frac{525}{720}\cdot 540$;

298) $\frac{180}{4096}\cdot\frac{512}{1728}\cdot\frac{864}{1090}\ \frac{218}{945}$

אויב די געמישטע צאָהלען, וואס מיר דארפען כפל'ען, זיינען ניט קיין גרויסע, קען מען זיך נוהג זיין אביסעל אַנדערש, ניט ווי דער אויבען־געבראכטער כלל לויטעט. לאָמיר נעהמען דעם ביי־שפּיעל: $8\frac{1}{2}\cdot 9\frac{1}{2}$. דער פּראדוקט דארף ענטהאלטען $9\frac{1}{2}$ גע־כפל'ט אויף 8 און $9\frac{1}{2}$ גע'כפל'ט אויף $\frac{1}{2}$; כפל'ען מיר „אין קאָפּ" 9 אויף 8 און $\frac{1}{2}$ אויף 8, וועט זיין 72 מיט 4, עס הייסט 76; נאָכהער כפל'ען מיר „אין קאָפּ" 9 אויף $\frac{1}{2}$ און $\frac{1}{2}$ אויף $\frac{1}{2}$ האָבען מיר $4\frac{1}{2}$ מיט $\frac{1}{4}$, עס הייסט $4\frac{3}{4}$. צוזאמען וועט זיין $80\frac{3}{4}$

איבונגען.

כפל'ט אין קאָפּ:

299) $8\frac{1}{2}\cdot 8\frac{1}{2}$;

300) $7\frac{1}{2}\cdot 6\frac{1}{2}$;

301) $7\frac{1}{2}\cdot 9\frac{1}{2}$;

302) אַן אַרבייטער האָט געקראָגען פאַר די וואָך אַרבייט 36 דאָל.; פון דיעזער סומע האָט ער געגעבען דעם לענדלאָרד אַלס רענט. ווי פיעל באַטרעפט די רענט?

(מען דארף נעהמען $\frac{7}{9}$ פון 36, עס הייסט כפל'ען 36 אויף $\frac{7}{9}$).

303) וויפיעל איז $\frac{4}{25}$ פון 875?

304) אַ פאַרמער האָט $2\frac{3}{7}$ אקער לאנד. $\frac{5}{9}$ פון זיין גאנצען לאנד האָט ער פאַרזעעט מיט פּאָטייטעס. ווי פיעל אַקער האָט ער פאַרזעעט מיט פּאָטייטאס?

305) געפינט $\frac{19}{37}$ פון 1110; $\frac{27}{50}$ פון $845\frac{5}{9}$.

חילוק.

ביים טיילען ברוך־צאָהלען אונטערשיידען מיר אויך דריי פעל־לע:

א) ווען מיר טיילען א ברוך־צאָהל אויף א גאנצע;
ב) ווען מיר טיילען א גאנצע אויף א ברוך־צאָהל;
ג) ווען מיר טיילען א ברוך־צאָהל אויף א ברוך־צאָהל.

לאָמיר אָנפאנגען פון ערשטען פאָל, וועלכער איז אויך דער לייכטסטער.

א. מיר ווילען צוטיילען $\frac{4}{5}$ אויף 2. צוטיילען א צאָהל אויף 2 איז דאָס זעלבע, וואס צו פארקלענערען איהר אין 2 מאָל. פאר־קלענערען א ברוך־צאָהל, ווי מיר ווייסען שוין פון פריהער, קען מען דורך צוויי אופנים: דורך פארקלענערען דעם צאָהל־ווייזער אדער דורך פארגרעסערען דעם טייל־ווייזער, און דעריבער צו צוטיילען $\frac{4}{5}$ אויף 2 דארף מען ענטוועדער דעם צאָהל־ווייזער 4 צוטיילען אויף 2, אדער דעם טייל־ווייזער 5 כפל'ען אויף 2.

מיר וועלען האָבען ענטוועדער:

$$\frac{4}{5} : 2 = \frac{4 : 2}{5} = \frac{2}{5}$$

אָדער:

$$\frac{4}{5} : 2 = \frac{4}{5 \times 2} = \frac{4}{10} \overset{(2}{=} \frac{2}{5}$$

צי אזוי, צי אזוי — דער רעזולטאט איז $\frac{2}{5}$.

אין דיזען ביישפיעל איז געווען אלץ איינס, מיט וועלכען מע־טאָד זיך צו באנוצען. לאָמיר אָבער נעהמען דעם פאלגענדען ביישפיעל:

$$\frac{5}{8} : 3$$

מיט'ן מעטאָד פון כפל'ען דעם טייל־ווייזער קענען מיר זיך באנוצען, און מיר וועלען האָבען:

$$\frac{5}{8} : 3 = \frac{5}{8 \times 3}$$

אָבער מיט'ן מעטאָד פון צוטיילען דעם צאָהל־ווייזער קענען מיר זיך ניט באנוצען, ווייל 5 טיילט זיך ניט אויף 3. מיר זעהען אלזאָ, אז מיט'ן מעטאָד פון צוטיילען דעם צאָהל־ווזער קען מען זיך ניט אלע מאָל באנוצען. באנוצען מיר זיך שוין בעסער מיט'ן צווייטען מעטאָד. עס הייסט:

86־טער כלל:

אום צו צוטיילען אַ ברוך־צאָהל אויף אַ גאַנצע, כפל'ען מיר דעם טייל־ווייזער אויפ'ן טיילער און, ווען מעגליך, פארקירצען מיר.

ב. לאָמיר נעהמען דעם פאל, ווען מען דארף א גאנצע צו־טיילען אויף א ברוך־צאָהל:

$$8 : \frac{3}{5}$$

מיר ווייסען שוין, אז אין א ברוך־צאָהל איז די צאָהל איי־גענטליך דער צאָהל־ווייזער און אין טיילער $\frac{3}{5}$ איז די צאָהל 3. טיילען מיר די געטיילטע 8 אויף 3, און מיר באקומען $\frac{8}{3}$. דאָס איז אבער ניט דער ריכטיגער ענטפער. ווארים דער טיילער איז ניט 3, נאָר $\frac{3}{5}$, עס הייסט דער ריכטיגער טיילער איז 5 מאָל קלענער. און אזוי ווי דער ריכטיגער טיילער איז 5 מאָל קלענער, איז דער ריכטיגער ענטפער 5 מאָל גרעסער (ווארים וואס קלע־נער עס איז דער טיילער, אויף וועלכע מיר טיילען א צאָהל, אלץ גרעסער איז דער רעזולטאַט).

אלזא $\frac{8}{3}$ איז ניט דער ריכטיגער ענטפער. דער ריכטיגער ענט־פער איז 5 מאָל אזוי גרויס, עס הייסט $5 \times \frac{8}{3}$ אדער $\frac{8 \times 5}{3}$

עס קומט אויף אזא אופן אויס, אז

$$8 : \frac{3}{5} = \frac{8 \times 5}{3}$$

87־טער כלל:

אויף צו צוטיילען א גאַנצע אויף א ברוך־צאָהל, טיילען מיר די גאנצע אויפ'ן צאָהל־ווייזער און כפל'ען אויפ'ן טייל־ווייזער.

מיר זיינען געוואָהנט, אַז ביים טיילען א צאָהל אויף אַ צוויי־טע זאלען מיר באקומען א קלענערע צאָהל. דער חלק, הייסט עס, איז געוועהנליך קלענער פון דער געטיילטער. אין אקארשט גע־בראכטען פאל אבער האָבען מיר:

$$8 : \frac{3}{5} = \frac{8 \times 5}{3} = \frac{40}{3} = 13\frac{1}{3}$$

עס הייסט דער חלק איז גרעסער פון דער געטיילטער. פון דעם זעהען מיר, אז ווען א צאָהל ווערט געטיילט אויף א רעגולע ברוך־צאָהל, איז דער חלק גרעסער פון דער געטיילטער. דיזען געדאנק קען מען אויסדריקען מיט אנדערע ווערטער: צו טיילען א צאָהל אויף א ברוך־צאָהל, הייסט צו געפינען א צאָהל, פון וועל־כער די געגעבענע איז נאָר א טייל.

8, צ. ב. ש., צוטיילען אויף $\frac{3}{5}$ הייסט צו געפינען אזא צאָהל, פון וועלכער 8 וועט זיין בלויז $\frac{3}{5}$. די דאזיגע צאָהל איז $13\frac{1}{3}$. 8 איז נאָר $\frac{3}{5}$ פון $13\frac{1}{3}$, ווי איהר קענט זיך לייכט איבערצייגען.

$\frac{1}{5}$ פון $13\frac{1}{3}$ איז $\frac{40}{3\times5}$

$\frac{3}{5}$ וועט זיין — $\frac{40\times3}{3\times5}$

נאָכ'ן פארקירצען וועלען מיר האָבען:

$$\frac{8\times1}{1\times1}=8$$

ג. דער דריטער פאַל איז, ווען מיר טיילען אַ ברוך־צאָהל אויף אַ ברוך־צאָהל, ווי צ. ב. ש.:

$$\frac{5}{9}:\frac{10}{27}$$

לאָמיר זיך אויף אן אויגענבליק פארשטעלען, אז דער טיילער איז ניט $\frac{10}{27}$, נאָר גאנצע 10. אין אזא פאַל וואלטען מיר געהאט $\frac{5}{9\times10}$. עס איז לייכט צו זעהן, אז $\frac{5}{9\times10}$ איז 27 מאָל קלענער ווי די געזוכטע צאָהל. ווארים $\frac{5}{9\times10}$ האָבען מיר באקומען דורכ'ן חילוק אויף גאנצע 10, וועהרענד אין דער אמת'ן דארפען מיר נאָר טיילען אויף א צאָהל ($\frac{10}{27}$), וועלכע איז 27 מאָל קלענער, ווי 10. (און וואס קלענער דער טיילער, אלץ גרעסער איז דאָך דער חלק). און אום דער ענטפער זאָל זיין א ריכטיגער, דארף מען $\frac{5}{9\times10}$ כפל'ען אויף 27. און דער ריכטיגער ענטפער וועט זיין:

$$\frac{5}{9}:\frac{10}{27}=\frac{5\times27}{9\times10}$$

88־טער כלל:

אַלזאָ, אום צו טיילען אַ ברוך־צאָהל אויף אַ ברוך־צאָהל כפל'ען מיר דעם טייל־ווייזער פון דער געטיילטער אויפ'ן צאָהל־ווייזער פון טיילער, און דעם צאָהל־ווייזער פון דער געטיילטער כפל'ען מיר אויפ'ן טייל־ווייזער פון טיילער.

אין אונזער פאַל קען מען דעם רעזולטאט פארקירצען אויף 5 און אויף 9. האָבען מיר:

$$\frac{5\times27}{9\times10}=\frac{1\times3}{1\times2}=\frac{3}{2}=1\frac{1}{2}$$

דעם זעלבען כלל קען מען ערקלעהרען אויך אויף אן אנדער אופן. מיר טיילען $\frac{5}{9}$ אויף $\frac{10}{27}$. טיילען אויף א ברוך־צאָהל, ווי מיר ווייסען שוין, הייסט צו געפינען א צאָהל, פון וועלכער די געטיילטע איז נאָר א טייל. טיילען, אלזא, אויף $\frac{10}{27}$ הייסט געפינען

א צאָהל, פון וועלכער $\frac{5}{9}$ איז בלויז א $\frac{1}{2}{}^{0}$ חלק. אויב $\frac{5}{9}$ איז 10 זיעבען־און־צוואַנציגטלעך פון דער גאַנצער צאָהל, לאָמיר פריהער געפינען איין 27־טעל פון דער געזוכטער, און נאָכהער וועלען מיר שוין געפינען 27 זיעבען־און־צוואַנציגטלעך.

אלזאָ, $\frac{10}{27}$ זיינען — $\frac{5}{9}$

$\frac{1}{27}$ וועט זיין — $\frac{5}{9 \times 10}$

און $\frac{27}{27}$ וועט זיין — $\frac{5 \times 27}{9 \times 10}$

אלזאָ, די געזוכטע צאָהל (דעם חלק) האָבען מיר געפונען דורך כפל'ען דעם טייל־ווייזער פון דער געטיילטער אויפ'ן צאָהל־ווייזער פון טיילער און דעם צאָהל־ווייזער פון דער געטיילטער אויפ'ן טייל־ווייזער פון טיילער.

חילוק פון געמישטע צאָהלען.

לאָמיר דאָ ווייזען, ווי מען טיילט געמישטע צאָהלען. צוטיילט $2\frac{3}{8}$ אויף 4. $2\frac{3}{8}$ איז דאָך דאָס זעלבע, וואָס $\frac{19}{8}$. און

$$2\frac{3}{8} : 4 = \frac{19}{8} : 4 = \frac{19}{8 \cdot 4} = \frac{19}{32}$$

לאָמיר צוטיילען 18 אויף $6\frac{3}{10}$. די צאָהל $6\frac{3}{10}$ איז דאָך דאָס זעלבע, וואָס $\frac{63}{10}$. און דעריבער איז

$$18 : 6\frac{3}{10} = 18 : \frac{63}{10} = \frac{18 \cdot 10}{63} = \frac{20}{7} = 2\frac{6}{7}$$

לאָמיר צוטיילען $5\frac{5}{8}$ אויף $2\frac{13}{16}$.

$5\frac{5}{8}$ איז דאָך דאָס זעלבע, וואָס $\frac{45}{8}$; $2\frac{13}{16}$ דאָס זעלבע וואָס $\frac{45}{16}$. און דעריבער איז

$$5\frac{5}{8} : 2\frac{13}{16} = \frac{45}{8} : \frac{45}{16} = \frac{45 \cdot 16}{8 \cdot 45} = 2$$

מען קען זיך נוהג זיין אויך אנדערש.

מיר האָבען, צ. ב. ש.:

$$2\frac{3}{8} : 4$$

אויב מיר זאָלען די געטיילטע און דעם טיילער כפל'ען אויף איין און דיזעלבע צאָהל, וועט זיך דאָך דער חלק ניט ענדערען. וואָרים אבוואהל פון דעם, וואס מיר וועלען די געטיילטע פאַר־גרעסערען אין עטליכע מאָל, וועט זיך דער חלק אויך פארגרעסערען אין אזוי פיעל מאָל, וועט דאָך אבער פון פארגרעסערען דעם טיי־לער אין די זעלבע צאָהל מאָל דער חלק ווערען אזוי פיעל מאָל קלענער.

אויב אזוי, טאָ לאָמיר די געטיילטע און דעם טיילער כפל'ען אויף 8: דער חלק וועט ווערען גרעסער אין 8 מאָל און קלענער אין 8 מאָל, און וועט דארום בלייבען ניט געענדערט. אלזא כפל'ען מיר די געטיילטע און דעם טיילער אויף 8, האָבען מיר:

$$2\frac{3}{8} : 4 = 19 : 32 = \frac{19}{32}$$

98-טער כלל:

אויף צו צוטיילען געמישטע צאָהלען, טוען מיר איינס פון די ביידע: ענטוועדער מיר פאַרוואַנדלען זיי פריהער אין ניט-רעגולע ברוך-צאָהלען; אָדער מיר כפל'ען זיי אויף אַזאַ צאָהל, דאָס די געטיילטע און דער טיילער זאָלען זיין גאַנצע צאָהלען.

איבונגען.

מאַכט די פאָלגענדע חילוקים:

306) $\frac{18}{77} : 9$;	309) $\frac{5}{36} : 2\frac{5}{18}$ ·
307) $32 : \frac{64}{125}$;	310) $6\frac{3}{8} : 17$ ·
308) $\frac{75}{76} : \frac{50}{209}$ ·	311) $2\frac{2}{49} : 7\frac{1}{7}$

(די שטרעקע צווישען דעם פונקט, וואס ווייזט די טעמפעראַטור פון פריהערענדע וואסער (אָדער צוגעהענדע שנעע און אייז), און דעם פונקט, וואָס ווייזט די טעמפעראַטור פון זידענדער וואָסער, איז אויפ'ן רעאָמיור טערמאָמעטער איינגעטיילט אין 80°, אויפ'ן צעלס. טערמאָ-מעטער — אין 100°, און אויפ'ן פארענהייט — אין 180°.)

312) וואס פאר א טייל פון 1°R איז 1°C?

313) וואס פאר א טייל פון 1°R איז 1°F?

314) וואָס פאַר אַ טייל פון 1°C איז 1°F?

315) ווי פיעל פארענהייט גראד איז אין 1°R? אין 1°C?

316) ווי פיעל צעלסי גראַד איז אין 1°R?

ביים איבערזעצען טעמפעראַטורען פון רעאמיור (אָדער צעל-סי) אויף פאַרענהייט גראד דארף מען האָבען אין זינען, אז דאָר-טען, וואו אויפ'ן רעאמיור (אדער צעלסי) שטעהט א 0, שטעהט אויפ'ן פארענהייט א 32.

לאָמיר דאָס ערקלעהרען דורך א ביישפיעל.

רעאמיור'ס ווייזט א טעמפעראטור פון 16°R. צ. ב. ש. וואס פאַר א טעמפעראטור וועט ווייזען פארענהייט'ס?

פריהער לאָמיר פארוואנדלען רעאמיור'ס גראד אין פארענהייט'ס. 1 רעאמיור גראד איז $\frac{9}{4}$ פארענהייט'ס גראד. און 16 רעאמיור'ס וועלען זיין $\frac{9 \cdot 16}{4} = 36$ פארענהייטס. דאָס הייסט, אז די קוועקזילבער וועט אויף פארענהייט'ס טערמאָמעטער שטעהן 36 גראד העכער פון פונקט פון פריהרענדער וואסער. און אזוי ווי אויף יענעם פונקט שטעהט אויפ'ן פארענהייט 32, וועט דער פארענהייט ווייזען א טעמפעראטור פון $32 + 36 = 68°F$.

עס פארשטעהט זיך, אז ווען איהר „איבערזעצט" פון פארענהייט'ס אויף רעאמיור'ס (אדער צעלסי'ס), טוט איהר פארקעהרט. פארענהייט'ס, צ. ב. ש., ווייזט $68°F$. וואס פאר א טעמפעראטור וועט ווייזען רעאמיור'ס? לאָמיר פריהער אויסגעפינען, אויף וויפיעל גראד איבער 32 שטעהט די קוועק זילבער אויף פארענהייט'ס: זי שטעהט, נאטירליך, אויף $68 - 32 = 36$ גראד איבער דעם פונקט, וואו אויפ'ן רעאמיור שטעהט 0. איין פארענהייט'ס גראד איז $\frac{4}{9}$ רעאמיור'ס, און 36 פארענהייט'ס איז $\frac{4 \cdot 36}{9} = 16°R$.

נאָך א ביישפיעל:

צעלסי'ס ווייזט א טעמפעראטור פון $-20°C$. וואס פאר א טעמפעראטור וועט ווייזען פארענהייט'ס? פריהער לאָמיר פארוואנדלען צעלסי'ס גראד אין פארענהייט'ס. 20 צעלסי'ס וועלען זיין $\frac{9 \cdot 20}{5} = 36$ פארענהייט'ס. דאָס הייסט, די קוועקזילבער וועט אויף פארענהייט'ס טערמאָמעטער שטעהן מיט 36 גראד נידריגער פון פונקט פון פריהרענדער וואסער. און אזוי ווי אויף יענעם פונקט שטעהט אויפ'ן פארענהייט 32, וועט דער פארענהייט ווייזען א טעמפעראטור וואס איז נאָך מיט 4 גראד נידריגער פון פארענהייט'ס 0. אלזא $-20°C$ איז דאָס זעלבע וואס $-4°F$.

איבונגען.

317) „איבערזעצט" $28°R$ אין צעלסי'ס; אין פארענהייטס.

318) „איבערזעצט" $-28°R$ אין צעלסי'ס; אין פארענהייט'ס.

319) „איבערזעצט" $30°C$ אין רעאמיור'ס; אין פארענהייט'ס.

320) „איבערזעצט" $77°F$ אין רעאמיור'ס; אין צעלסי'ס.

321) „איבערזעצט" $-13°F$ אין רעאמיור'ס; אין צעלסי'ס.

ט. דעצימאלע ברוך־צאהלען.

א ברוך־צאהל, וואס איהר טייל־ווייזער איז א צאהל, וועלכע באשטעהט פון אן 1 מיט נולען (10, אדער 100, אדער 1000 א. ז. וו.) רופט זיך דעצימאלע (פון לאטיינישען דעצעם — צעהן) אדער צעהנטעל ברוך־צאהלען. אזוי רופט זי זיך דערפאר, וואס זי באדייטעט צעהנטלעך אדער צעהנטלעך, גע׳כפל׳ט אויף צעהנטלעך.

אט, צ. ב. ש., די ברוך־צאהלען $\frac{1}{10}$, $\frac{4}{10}$, $\frac{7}{10}$ א. ד. גל., באדייטען צעהנטלעך; $\frac{15}{100}$ באדייטעט $\frac{15}{10}$ גע׳כפל׳ט אויף א $\frac{1}{10}$; $\frac{367}{1000}$ באדייטען $\frac{367}{10}$ גע׳כפל׳ט אויף א $\frac{1}{10}$ און נאך א מאל גע׳כפל׳ט אויף א $\frac{1}{10}$; א. ז. וו.

דעצימאלע ברוך־צאהלען האבען די אייגענשאפט, וואס מען קען זיי שרייבען אהן טייל־ווייזערס. ריכטיגער געזאגט: מען שרייבט נאר דעם צאהל־ווייזער, און אנשטאט א טייל־ווייזער געברויכט מען א געוויסען צייכען.

באטראכט די צאהל 1111 (טויזענד איין הונדערט עלף). דער לינקסטער 1 באדייטעט 1000; דער נעקסטער צו רעכטס — הונדערט, עס הייסט 10 מאל ווענינער; דער נעקסטער — צעהן, עס הייסט ווידער 10 מאל ווענינער; דער נעקסטער 1, עס הייסט ווידער 10 מאל ווענינער. וואס רעכטער די ציפער שטעהט, באדייטעט זי אלץ 10 מאל ווענינער, ווי די וואס שטעהט צו לינקס פון איהר.

לאמיר ווידער נעהמען די צאהל 1111 און מאכען ביי דער 1, וועלכע בעדייטעט איינצעלנע, א פינטעלע (.), וואס זאל זיין א צייכען, אז גאנצע איז שוין מעהר ניטא. און לאמיר פארטזעצען די איינסען צו רעכטס פון דעם צייכען, ווי פאלגט:

1000	100	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$	$\frac{1}{10000}$
1	1	1	1.	1	1	1	1

דער לינקער 1 באַדייטעט 1000; דער נעקסטער — 100; דער נעקסטער — 10; דער נעקסטער — 1; דער נעקסטער, עס הייסט דער ערשטער פאַר'ן צייכען (.), מוז באַדייטען 10 מאָל וועניגער פון 1 גאַנצע, עס הייסט א $\frac{1}{10}$; דער נעקסטער — 10 מאָל וועניגער פון א $\frac{1}{10}$, עס הייסט א $\frac{1}{100}$; דער נעקסטער — 10 מאָל וועניגער פון א $\frac{1}{100}$, עס הייסט א $\frac{1}{1000}$; דער נעקסטער — 10 מאָל וועניגער פון א $\frac{1}{1000}$, עס הייסט א $\frac{1}{10000}$, א. ז. וו.

אלזאָ וועהרענד צו לינקס פון די איינצעלנע געהען צעהנדליגע, הונדערטע, טויזענדע א. ז. וו., געהען צו רעכטס פון די איינצעלנע — צעהנטלעך, הונדערטלעך, טויזענדלעך, א. ז. וו., א. ז. וו. לאָמיר דאָס מאַכען קלעהרער דורך די פאָלגענדע טאַבעלע:

			טוילען פון אן איינצעלנע	גאַנצע צאָהלען
10 מאָל 600 איינצעלנע, אדער		6 טויזענד איינצעלנע — —		6000
טויזענד-	אדער אין צעהנטחלק פון זעקס.	6 הונדערט איינצעלנע — —		600
הונדערט		6 צעהנדליג איינצעלנע — —		60
צעהנדליג		6 איינאַפּכע איינצעלנע — —		6
פון אן איינצעלנע		6 10־לעך פון אן איינצעלנע —	6	0
איינ- 10־לעך		6 100־לעך פון אן איינצעלנע	06	0
צעלנעם 100־לעך		6 1000־לעך פון אן איינצעלנע	006	0

ווי איהר זעהט, באַשטעהען דאָ די אַלע צאָהלען פון די זעלבע ציפערען: פון א 6 מיט נולען. דער אונטערשיעד איז נאָר אין אָרט, וואו דער 6 שטעהט; עס הייסט, ווי ווייט ער שטעהט צו לינקס אדער צו רעכטס פון די איינצעלנע. ווען דער 6 שטעהט צו לינקס, האָבען מיר גאַנצע צאָהלען. ווען ער שטעהט צו רעכטס — האָבען מיר טיילען פון א גאַנצע, ברוך־צאָהלען. שטעהט דער 6 אויפ'ן פערטען פּלאַץ צו לינקס פון די איינצעלנע, באַדייטעט ער 6 טויזענד איינצעלנע, אדער 10 מאָל 600 איינצעלנע; רוקען מיר דעם 6 אריבער אויף איין פּלאַץ, צו רעכטס, און ער שטעהט אויפ'ן דריטען פּלאַץ, באַדייטעט ער שוין 10 מאָל וועניגער פון 6 טויזענד; עס הייסט, 6 הונדערט; רוקען מיר איהם אריבער אויף נאָך א פּלאַץ צו רעכטס, און ער שטעהט אויפ'ן צווייטען פּלאַץ, באַדייטעט ער שוין 10 מאָל נאָך וועניגער, עס הייסט 10 מאָל וועניגער פון 6 הונדערט (זעקס צעהנדליג); רוקען מיר דעם 6 אריבער אויף נאָך א פּלאַץ צו רעכטס, באַדייטעט ער שוין 10

מאָל נאָך וועניגער, עס הייסט 10 מאָל וועניגער פון זעקס צעהנד־טיג, — זעקס איינצעלנע. יעצט ווען מיר וועלען דעם 6 אריבער־טראגען אויף נאָך א פלאץ צו רעכטס, וועט ער שוין זיין צו רעכטס פון די איינצעלנע: ער וועט זיין אויפ׳ן צווייטען פלאץ, אבער ניט צו לינקס, נאָר צו רעכטס פון די איינצעלנע, און וועט שוין באדיי־טען 10 מאָל וועניגער פון 6 איינצעלנע; עס הייסט 6 צעהנטלעך; רוקען מיר דעם 6 אריבער אויף נאָך א פלאץ, וועט ער שוין זיין אויפ׳ן דריטען פלאץ צו רעכטס פון איינצעלנע און וועט באדייטען 10 מאָל וועניגער פון 6 צעהנטלעך, עס הייסט 6 הונדערטלעך; רו־קען מיר דעם 6 אריבער אויף נאָך א פלאץ צו רעכטס, וועט ער שוין זיין אויפ׳ן פערטען פלאץ און וועט שוין באדייטען 10 מאָל וועני־גער פון 6 הונדערטלעך, עס הייסט 6 טויזענדלעך, א. ז. וו.

90־טער כלל:

פון דעם אַלעם איז קלאָר, אַז ווען מיר האָבען אַ 1/10, עס הייסט 1 צעהנטעל פון אַ איינצעלנע, איז שוין ניט נויטיג צו שרייבען אי אַ צאָהל־וויזער, אי אַ טייל־וויזער: אַנשטאָט דעם שטעלען מיר נאָר אַ 1 אויפ׳ן צווייטען פלאַץ צו רעכטס פון איינצעלנע (די איינצעלנע זיינען אין ערשטען פלאַץ). דאָס הייסט, מיר שרייבען נאָר דעם צאָהל־וויזער 1; און אום צו ווייזען, אַז דאָס איז ניט אַ גאַנצע, שטעלען מיר צו לינקס אַ פינטעלע (.), און אויפ׳ן פלאַץ פון איינצעלנע שרייבען מיר אַ 0 (נול).

אלזאָ,

$$\frac{1}{10} = 0.1$$

שרייבען דעצימאל ברוך־צאָהלען.

אין רוסלאנד ברויכט מען אין אזא פאל אנשטאט א פינטעלע (.) דעם צייכען קאָמא (,), זאפיאטאיא. אויסער ד עם, שטעלט מען נאָך אויפ׳ן פלאץ פון די גאנצע א 0. א $\frac{1}{10}$ שרייבט מען דארטען דארום 0,1.

מיר וועלען געברויכען דעם אמעריקאנער צייכען (.). אָבער פאר׳ן אָנפאנגער וועט זיין פיעל באקוועמער, ווען אויפ׳ן פלאץ פון גאנצע (צו ווייזען, אז קיין גאנצע זיינען ניטאָ) וועלען מיר גע־ברויכען א 0. דער לעזער זאָל אבער וויסען, אז מען קען זיך בא־געהן אָהן דעם 0.

אלזא, א $\frac{1}{10}$ וועלען מיר באצייכענען, ווי פאלגט: 0.1.

(דעם פּינטעלע שטעלט מען אונטען, ניט אין מיטען. ווארים אין מיטען, ווי מיר ווייסען, באדייטעט דער פינטעלע (.) כּפל׳ען. אָט צ. ב. 0.1 איז $\frac{1}{10}$, אבער 0·1 באדייטעט א 0 גע׳כּפל׳ט אויף 1).

עס פאַרשטעהט זיך, אז $\frac{2}{10}$ וועלען באצייכענט ווערען 0.2; $\frac{5}{10}$ — 0.5; $\frac{9}{10}$ — 0.9, א. ז. וו.

אויף אַן עהנליכען אופן געפינען מיר, אז ווען מיר האָבען א $\frac{1}{100}$ איז ניט נויטיג צו שרייבען א צאָהל־ווייזער און א טייל־ווייזער. אשטאט דעם שרייבען מיר נאָר דעם צאָהלווייזער 1, און אויף צו ווייזען, אז דער 1 שטעהט אויפ׳ן צווייטען פּלאַץ נאָכ׳ן פּינטעלע (.), שטעלען מיר צווישען איהם און דעם פּינטעלע (.) א נול, וועלכער באדייטעט, אז קיין צעהנטעלעך זיינען ניטאָ. א 0 שטעלען מיר אויך צו לינקס פון פּינטעלע, אויפ׳ן פּלאַץ פון די גאַנצע. אלזא $\frac{1}{100}$ וועט זיין 0.01.

עס פאַרשטעהט זיך, אז

$$\frac{7}{100} = 0.07; \quad \frac{9}{100} = 0.09.$$

אויך פאַרשטעהט זיך, אז $\frac{15}{100}$ דאַרף מען שוין שרייבען 0.15, ווארים $\frac{15}{100}$ איז דאָך אייגענטליך $\frac{1}{10}$ ($\frac{10}{100}$) מיט $\frac{5}{100}$; שרייבען מיר אויפ׳ן פּלאַץ פון די צעהנטעלעך אַן 1, און אויפ׳ן פּלאַץ פון די הונדערטעלעך א 5.

$$\frac{15}{100} = 0.15; \quad \frac{64}{100} = 0.64.$$

לאָמיר אָנשרייבען אָהן א טייל־ווייזער די ברוך־צאָהל $\frac{875}{1000}$ ווי מיר ווייסען שוין פון פריהער, שרייבען מיר דעם צאָהל־ווייזער (375). אום דאָס זאָל באדייטען טויזענטלעך, דאַרף דער 5 שטעהן אויף דעם דריטען פּלאַץ נאָכ׳ן פּינטעלע. צעהלען מיר פון רעכטס אָפּ 3 ציפערען און שטעלען א פּינטעלע מיט א 0. האָבען מיר: 0.375.

לאָמיר אָנשרייבען אָהן א טייל־ווייזער די ברוך־צאָהל $\frac{98}{1000}$ מיר שרייבען אַן 98. אום דאָס זאָל באדייטען טויזענטלעך, מוז די 8 שטעהן אויפ׳ן דריטען פּלאַץ פון פּינטעלע. דאַרפען מיר אָפּ־צעהלען פון רעכטס 3 ציפערען. אבער דאָ האָבען מיר נאָר 2 ציפערען. שטעלען מיר צו א 0, און נאָכהער שטעלען מיר א פּינטעלע מיט א 0. האָבען מיר

$$\frac{98}{1000} = 0.098$$

מיר ווילען אָנשרייבען פיער טויזענד זיעבען הונדערט דריי און פופציג טויזענדטלעך. שרייבען מיר פריהער פון אלעם דעם צאָהל־ווייזער 4753. איצט צעהלען מיר אפּ פון רעכטס 3 ציפער און שטעלען א פּינטעלע. האָבען מיר

$$\frac{4753}{1000} = 4.753$$

91־טער כלל:

אויף צו שרייבען אָהן אַ טייל־ווייזער אַ ברוך־צאָהל, אין וועלכער דער טייל־ווייזער איז אַ 1 מיט נולען, שרייבען מיר דעם צאָהל־ווייזער, צעהלען פון רעכטס אפּ אַזוי פיעל ציפער, וויפיעל נולען עס איז דאָ אין טייל־ווייזער (אויב אין צאָהל־ווייזער איז ניטאָ אַזוי פיעל ציפערן, שטעלען מיר צו נולען), שטעלען א פינטעלע (.), און צו לינקס — אַ נול.

לייענען דעצימאַלע ברוך־צאָהלען.

לאָמיר דאָ ווייזען, ווי צו לייענען דעצימאלע ברוך־צאָהלען.

די ברוך־צאָהל 4.753, צ. ב. ש., קען מען לייענען, ערשטענס: „4 גאנצע, 7 צעהנטלעך, 5 הונדערטלעך, 3 טויזענטלעך"; צווייטענס: „7453 טויזענטלעך"; דריטענס, — און געוועהנליך: — „4 גאנצע, 753 טויזענטלעך."

92־טער כלל:

מען לייענט אלזא די גאנצע באזונדער, נאכהער לייענט מען איבער דעם גאַנצען צאָהל־ווייזער און אַלס טייל־ווייזער רופט מען אָן דעם טייל־ווייזער פון דער לעצטער ציפער פון רעכטס.

איבונגען.

לייענט די ברוך־צאָהלען:

322) 0.003; 323) 0.015; 324) 0.501; 325) 5.105; 326) 51.05; 327) 15.005; 328) 50.105; 329) 0.3689; 330) 36.089; 331) 300.6890.

שרייבט די פאלגענדע ברוך־צאָהלען אָהן טייל־ווייזערס:

332) $\frac{17}{100}$; $\frac{39}{100}$; $\frac{213}{1000}$; $\frac{75}{1000}$; $\frac{9}{1000}$; $\frac{2738}{1000}$; $\frac{5395}{10000}$; $\frac{6035}{100000}$.

333) מאכט, אז די צאָהל 8904 זאָל באדייטען צעהנטלעך; טויזענטלעך; הונדערט־טויזענדטלעך.

334) שרייבט אויף: צוויי און ניינציג טויזענד פינף און דרייסיג טויזענדלעך.

פאַרקירצען און ברייננגען דעצימאַלע צו איין טיילווייזער.

מיר האָבען א דעצימאַלע ברוך־צאָהל 0.3, און, ווי מיר ווייסען, לייענט זי זיך דריי צעהנטליך. לאָמיר צושרייבען צו רעכטס א 0, האָבען מיר 0.30.

וואס איז געוואָרען מיט דער ברוך־צאָהל? פריהער האָבען מיר געהאַט דריי צעהנטלעך, און יעצט האָבען מיר דרייסיג הונדערטלעך. איז דאָך אבער לייכט צו זעהן אז די גרויס פון דער ברוך־צאָהל האָט זיך ניט געענדערט. ווארים דריי צעהנטלעך זיינען דאָך דרייסיג טויזענדלעך.

דורך דעם, אלזא, וואס מיר האָבען צוגעשריבען א 0 צו דער דעצימאַלער, האָבען מיר די גרויס פון דער ברוך־צאָהל ניט געענדערט. מיר האָבען נאָר דעם צאָהל־ווייזער און דעם טייל־ווייזער פארגרעסערט אין 10 מאָל יעדען.

עס פארשטעהט זיך, אז די גרויס פון דער ברוך־צאָהל וואָלט זיך ניט געענדערט אויך אין פאַל, ווען מיר וואָלטען צוגעשריבען פון רעכטס ניט איין 0, נאָר צוויי אדער מעהר נולען. אלזא

$$0.3 = 0.30 = 0.300 = 0.3000 = 0.30000 = 0.300000.$$

לאָמיר אין דער דעצימאַלער 0.400 אפּמעקען איין 0 פון רעכטס, וועלען מיר האָבען 0.40. עס איז לייכט צו זעהן, אז די גרויס פון דער ברוך־צאָהל האָט זיך ניט געענדערט. ווארים 400 טויזענדלעך איז פּונקט דאָס זעלבע, וואס 40 הונדערטלעך. אויך וואָלט זיך ניט געענדערט די גרויס פון דער ברוך־צאָהל, ווען מיר וואָלטען אפּגעמעקט אויך דעם צווייטען 0. אלזא

$$0.40000 = 0.4000 = 0.400 = 0.40 = 0.4$$

93־טער כלל:

דורך דעם, וואָס מיר שרייבען (פון רעכטס) צו אָדער מיר מעקען אָפּ נולען, ענדערט זיך ניט די גרויס פון דער ברוך־צאָהל.

מיט דעם כלל, וואס מען קען צו דער ברוך־צאָהל צושרייבען נולען, באנוצען מיר זיך, ווען מיר ווילען ברייננגען דעצימאַלע ברוך־צאָהלען צו איין טייל־ווייזער. אָט, צ. ב. ש., מיר האָבען די ברוך־צאָהלען: 0.04 ;0.315 ;0.08 ;0.7. אין דער ערשטער איז דער

טייל־ווייזער 10; אין דער צווייטער — 100; אין דער דריטער 1000; אין דער פיערטער 100. שרייבען מיר צו דער ערשטער צו צוויי נולען, צו דער צווייטער איין 0, צו דער פערטער — איין נול. האָבען מיר די ברוך־צאָהלען:

0.700; 0.080; 0.315; 0.040.

אלע דיעזע ברוך־צאָהלען, אלזא, האָבען שוין איין און דעם זעלבען טייל־ווייזער.

מיט דעם כלל, וויעדער, וואס מען קען אפּמעקען (פון רעכטס) נולען, באנוצען מיר זיך אויף צו פארקירצען א ברוך־צאָהל.

אָט, צ. ב. ש., די ברוך־צאָהל 0.0500 לייענט זיך „פינף הונ־דערט צעהן־טויזענטלעך„. ווען מיר מעקען אפּ די צוויי נולען פון רעכטס, פארקירצען מיר איהר אויף 100, און די ברוך־צאָהל 0.05 לייענט זיך שוין פראסטער: „פינף הונדערטלעך."

איבונגען:

ברענגט צו איין טהייל־ווייזער די פאָלגענדע ברוך־צאָהלען:

335) 0.037; 2.91038; 8.7; 400.01; 35,3265.

פארקירצט די פאָלגענדע ברוך־צאָהלען:

336) 0.003000; 337) 0.3750000; 338) 1.0500;
339) 25.800000.

פארגרעסערען אדער פארקלענערען א דעצימאַלע אין 10, אדער 100, אדער 1000, א. ז. וו. מאָל.

אין דער ברוך־צאָהל 2.75 טראגט אריבער דעם פינטעלע אויף איין ציפער צו רעכטס. וואס וועט ווערען מיט דער ברוך־צאָהל?

אנשטאט 2.75 וועט איהר שוין דאן האָבען 27.5; די 2, וועלכע האָט פריהער באדייטעט 2 איינצעלנע, וועט באדייטען שוין 2 צעהנדליגע, עס הייסט, 10 מאָל אזוי פיעל; די 7, וועלכע האָט פריהער באדייטעט 7 צעהנטלעך, וועט שוין באדייטען 7 גאנצע, עס הייסט, 10 מאָל אזוי פיעל; די 5, וועלכע האָט באדייטעט 5 הונ־דערטלעך, וועט שוין באדייטען 5 צעהנטלעך, עס הייסט 10 מאָל אזוי פיעל. יעדע ציפער, אלזא, וועט שוין באדייטען יעצט 10 מאָל אזוי פיעל, ווי פריהער. די גאנצע ברוך־צאָהל הייסט עס וועט פארגרעסערט ווערען אין 10 מאָל.

עס איז לייכט צו זעהן, אז ווען איהר וואלט דעם פינטעלע אריבערגעטראגען אויף צוויי ציפערען צו רעכטס, וואלט די צאָהל פארגרעסערט געווארען אין 100 מאָל. ווארים מיר וואלטען שוין דאן געהאט ניט 2.75, נאָר 275, עס הייסט ניט 275 הונדערטלעך, נאָר 275 גאנצע, און א גאנצע איז דאָך 100 מאָל גרעסער פון א הונדערטעל.

יעצט לאָמיר טאָן די מעשה פארקעהרט: אין דער ברוך־צאָהל 2.75 לאָמיר אריבערטראגען דעם פינטעלע אויף איין ציפער צו לינקס. וועלען מיר האָבען 0.275.

די 2, וועלכע האָט פריהער באדייטעט איינצעלנע, באדייטעט שוין יעצט צעהנטלעך, עס הייסט 10 מאָל ווייניגער; די 7, וועלכע האָט באדייטעט צעהנטלעך, באדייטעט שוין יעצט הונדערטלעך, עס הייסט 10 מאָל ווייניגער; און די 5, וועלכע האָט באדייטעט הונדערטלעך, באדייטעט שוין טויזענדלעך, עס הייסט 10 מאָל ווייניגער. די גאנצע צאָהל, אלזא, איז געווארען 10 מאָל קלענער.

עס פארשטעהט זיך, אז ווען מיר וואלטען אריבערגעטראגען דעם פינטעלע צו לינקס אויף צוויי ציפער, וואלט די צאהל געווארען 100 מאָל קלענער; אויף דריי ציפער — 1000 מאָל קלענער, א. ז. וו.

94־טער כלל:

ווען מיר טראגען אריבער דעם פינטעלע צו רעכטס, ווערט די ברוך־צאָהל פארגרעסערט אין אַ צאָהל מאָל, וואָס באַשטעהט פון אַ 1 מיט אַזוי פיעל נולען, אויף וויפיעל ציפער מיר האָבען אריבערגעטראגען דעם פינטעלע.

איבונגען.

340) פארגרעסערט די ברוך־צאָהל 0.000375 אין 100 מאָל, 10,000 מאָל, 1,000,000 מאָל.

341) פארקלענערט די ברוך־צאָהל 87523.7908 אין 10 מאָל, 1,000 מאָל, 100,000 מאָל, 10,000,000 מאָל.

די פיער גרונד־חשבונות מיט דעצימאַלע ברוך־צאָהלען

אזוי ווי דעצימאַלע ברוך־צאָהלען שרייבען זיך, ווי גאנצע צאָהלען, איז מען זיך ביים חיבור פון דעצימאַלע צוזאמענשטעלער נוהג, ווי ביים חיבור פון גאַנצע.

חיבור פון דעצימאַלע ברוך־צאָהלען.

מיר ווילען צונויפלעגען:

0.2 3.15; 0.006; 4.01.

שטעלען מיר זיי אויס, ווי פאָלגט:

$$\begin{array}{r} 0.2 \\ 3.15 \\ +\ 0.006 \\ 0.01 \\ \hline 7.366 \end{array}$$

מיר פאנגען אָן פון רעכטס, לעגען צונויף פריהער די טויזענטלעך, נאָכהער די הונדערטלעך א. ז. וו. די סומע איז 7.366.

95־טער כלל:

אויף צו מאכען א חיבור פון דעצימאַלע ברוך־צאָהלען שטעלען מיר די צוזאמענשטעלער איינעם אונטער'ן אנדערען אזוי, דאָס די פינטעלעך זאָלען שטעהן אין איין קאלום, און דאָס מיינט, אז גאַנצע זאלען שטעהן אונטער גאַנצע, צעהנטלעך אונטער צעהנטלעך, הונדערטלעך אונטער הונדערטלעך א. ז. וו. נאָכהער מאכען מיר דעם חיבור, פונקט ווי די צוזאמענשטעלער וואלטען געווען גאַנצע צאָהלען. מיר גיבען נאר אכטונג, אז דער פינטעלע זאל שטעהן אויפ'ן ריכטיגען פלאץ.

אום אויסצומיידען א מעגליכען טעות ביים חיבור איז גלייכער צו מאכען, דאָס אלע צוזאמענשטעלער זאלען האָבען א גלייכע צאָהל דעצימאַלע ציפערען (ציפערען צו רעכטס פון פינטעלע). און אויסגלייכען די צאָהל דעצימאַלע קען מען דורך ברייננען זיי צו

איין טייל־ווייזער, עס הייסט דורך צושטעלען (פון רעכטס) נו־לען. און אונזער חיבור וועט זיין:

$$\begin{array}{r} 0.200 \\ 3.150 \\ +\ 0.006 \\ 4.010 \\ \hline 7.366 \end{array}$$

אויף אן עהנליכען אופן לעגען מיר צונויף די ברוך־צאַהלען

5.08; 13.6; 0.1438; 0.673; 1.2002; 9.003.

$$\begin{array}{r} 5.0800 \\ 13.6000 \\ +\ 0.1438 \\ 0.6730 \\ 1{,}2002 \\ 9.0030 \\ \hline 29.7000 \end{array}$$

איבונגען.

מאכט די פאלגענדע חיבורים:

342)	343)	344)
0.013	3.07312	1.34
2.706	2.45	5.0678
4.3	8.009	9.1
5.18	7.2	2.35
3.07	5.9346	4.0062
16.0014		0.006
		8.03
		17.1
		13.

חיסור פון דעצימאַלע ברוך־צאַהלען.

אזוי ווי דעצימאַלע ברוך־צאַהלען שרייבען זיך ווי גאנצע, איז מען זיך ביים חיסור פון דעצימאַלע נוהג, ווי ביים חיסור פון גאנ־צע.

לאָמיר, צ. ב. ש., ארונטערנעהמען 0.24 פון 0.368.

שטעלען מיר 0.24 אונטער 0.368 אזוי, דאָס איינצעלנע זאַלען שטעהן אונטער איינצעלנע, צעהנטלעך אונטער צעהנטלעך א. ז. וו.

$$\begin{array}{r} 0.368 \\ -\,0.24 \\ \hline 0.128 \end{array}$$

און מיר נעהמען ארונטער דעם פארקלענערער פון דער גע־קלענערטער. באקומען מיר אלס אונטערשיעד 0.128.

96־טער כלל:

אום ארונטערצונעהמען א דעצימאלע פון א דעצימאלע שטעלען מיר דעם פארקלענער'ער אונטער דער באַקלענערטער אַזוי, דאָס גאַנצע זאָלען שטעהן אונטער גאַנצע, צעהנטלעך אונטער צעהנטלעך, הונדערטלעך אונטער הונדערטלעך א. ז. וו. דאן נעהמען מיר ארונטער איין צאָהל פון אַ צווייטער און גיבען נאָר אכטונג, אז דער פינטעלע זאל שטעהן אויפ'ן ריכטיגען פלאַץ.

אום אויסצומיידען א מעגליכען טעות, גלייכען מיר פריהער די געקלענערטע און דעם פארקלענערער אוים מיט נולען. אונזער חיסור וועט זיין:

$$\begin{array}{r} 0.368 \\ -\,0.240 \\ \hline 0.128 \end{array}$$

אויף אן עהנליכען אופן נעהמען מיר ארונטער 0.013 פון 0.14607:

$$\begin{array}{r} 0.14607 \\ -\,0.01300 \\ \hline 0.13307 \end{array}$$

לאָמיר ארונטערנעהמען 0.367 פון 248.

$$\begin{array}{r} 2.480 \\ -\,0.367 \\ \hline 2.113 \end{array}$$

פון 0 קען מען 7 ניט ארונטערנעהמען. פונקט ווי אין אזא פאל פון חיסור פון גאנצע, „אנטלייהען" מיר אויך אין דיעזען פאל ביים 8 (פון דער געקלענערטער) אן 1, האָבען מיר 10; פון 10 נעהמען מיר ארונטער די 7, האָבען מיר 3. אנשטאט 8 האָבען מיר שוין (אין דער געקלענערטער) 7, פון וועלכע מיר נעהמען ארונטער 6, בלייבט 1. פון 4 נעהמען מיר ארונטער 3, איז 1. פון 2 נעהמען מיר ארונטער 0, איז 2. דער דיפערענץ איז 2.113.

אויף אן עהנליכען אופן האָבען מיר:

$$\begin{array}{r} 5.800 \\ -4.798 \\ \hline 1.002 \end{array}$$

איבונגען.

מאכט די פאלגענדע חיסורים:

345) 8. —3.62; 346) 32.03 —25.98; 347) 7.32596 —3.0432; 348) 12.5986 — 3.60079.

כפל פון דעצימאלע ברוך־צאָהלען.

אזוי ווי דעצימאלע שרייבען זיך, ווי גאנצע, איז מען זיך ביים כפל'ען דעצימאלע נוהג, ווי ביים כפל'ען גאנצע צאָהלען. דער אונטערשיעד איז נאָר, וואס נאָכ'ן כפל'ען שטעלען מיר אויף א באשטימטען פלאץ א פינטעלע (.).

1) לאָמיר כפל'ען די דעצימאלע 0.375 אויף 28 (א גאנצע).

כפל'ען מיר 375 אויף 28, האָבען מיר 10500.

דער פראדוקט 10500 איז אבער ניט דער ריכטיגער. וואָרים די גע'כפל'טע איז געווען ניט 375 גאנצע, נאָר 375 טויזענטעלער. 10500 איז אלזאָ מיט 1000 מאָל גרעסער ווי דער ריכטיגער פראדוקט. און אום צו געפינען דעם ריכטיגען, דארפען מיר 10500 פארקלענערען אין 1000 מאָל; און דאָס קענען מיר טאָן דורך אָפטיילען די ציפערען (פון רעכטס) אלס דעצימאלע, עס הייסט דורך אָפטיילען אין פראדוקט אזוי פיעל ציפערען, ווי פיעל

דעצימאלע ציפערען עס זיינען געווען אין דער גע׳כפל׳טער. דער ריכטיגער פּראדוקט וועט דארום זיין 10.500, (נאָך דער פארקירצונג — 105).

97-טער כלל:

אום צו כפל׳ען אַ דעצימאַלע אויף אַ גאַנצע, כפל׳ען מיר פּונקט ווי ביידע צאָהלען וואָלטען געווען גאַנצע. נאָכהער טיילען מיר פון רעכטס אָפּ אַזוי פיעל דעצימאַלע ציפערן, וויפיעל דעצימאַלע עס איז געווען אין דער גע׳כפל׳טער, און, אויב מעגליך, פארקירצען מיר.

לאָמיר כפל׳ען 3.75 אויף 100. מיר טוען, לויט דעם כלל: מיר כפל׳ען 375 אויף 100 און באקומען 37500; נאָכהער טיילען מיר פון רעכטס אָפּ צוויי ציפערען, באקומען מיר 375.00, וואס איז דאָס זעלבע ווי 375.

אלזאָ,

$$3.75 \times 100 = 375$$

אויף אן עהנליכען אופן וועלען מיר געפינען, אז

$$4.25 \times 10 = 42.5$$
$$2.148 \times 100 = 214.8$$
$$1.586 \times 1000 = 1586$$

אין אלע דיעזע ביישפּיעלע טראגען מיר אריבער דעם פּינטעלע צו רעכטס אויף אזוי פיעל ציפערען, ווי פיעל נולען עס איז דאָ אין כפל׳ער.

לאָמיר כפל׳ען 4.25 אויף 1000. מיר דארפען דעם פּינטעלע אריבערטראגען צו רעכטס אויף 3 ציפער. דאָ זיינען אבער פאַראַן בלויז צוויי ציפערען. שטעלען מיר אלס דריטע ציפער צו אַ 0. און דעריבער איז

$$2.25 \times 1000 = 2250.$$

אויף אן עהנליכען אופן האָבען מיר:

$$0.5 \times 1000 = 500; \quad 0.02 \times 100000 = 2000.$$

פון אלע דיעזע ביישפּיעלע איז צו זעהן, אז

98-טער כלל:

אום צו כפל׳ען אַ דעצימאַלע אויף אַ גאַנצע צאָהל, וואָס באַשטעהט פון אַ 1 מיט נולען, טראגען מיר דעם פּינטעלע אריבער צו רעכטס אויף אַזוי פיעל ציפערן, וויפיעל נולען עס איז דאָ אין כפל׳ער; אויב עס פעהלען אויס דעצימאַלע ציפערן, פילען מיר אויס מיט נולען.

לאָמיר כפל'ען 0.2 אויף 300. פונקט ווי אין כפל פון גאַנצע כפל'ען מיר די גע'כפל'טע אויף 3 און נאָכהער אויף 100, כפל'ען מיר אויף 3, איז 0.6. דיעזע צאָהל דאַרף מען כפל'ען אויף 100, עס הייסט אריבערטראַגען דעם פינטעלע אויף צוויי ציפערען. און אַזוי ווי האָ איז דאָ בלויז איין דעצימאַלע, שרייבען מיר צו אַ 0. האָבען מיר:

$$0.2 \times 300 = 60.$$

2) יעצט לאָמיר כפל'ען אַ גאַנצע אויף אַ דעצימאַלע:

$$426 \times 3.04$$

ווי מיר ווייסען, קען מען ענדערען דעם פּלאַץ פון די כפל'ער, און אנשטאַט צו כפל'ען 426 אויף 3.04 לאָמיר כפל'ען 3.04 אויף 426, עס הייסט אַ דעצימאַלע אויף אַ גאַנצע. מיר וועלען האָבען דאַן 1295.04. אַלזאָ,

$$426 \times 3.04 = 1295.04$$

99־טער כלל:

אום צו כפל'ען אַ גאַנצע אויף אַ דעצימאַלע כפל'ען מיר זיי פונקט ווי בײדע וואָלטען זיי געווען גאַנצע. נאָכהער טיילען מיר פון רעכטס אָפּ אַזוי פיעל דעצימאַלע ציפערן, וויפיעל דעצימאַלע עס איז געווען אין כפל'ער, און, אויב מעגליך, פאַרקירצען מיר.

לאָמיר כפל'ען 500 אויף 0.2. דאָס איז דאָס זעלבע, וואָס 500 × 0.2. אַלזאָ

$$500 \times 0.2 = 0.2 \times 500 = 100.0 = 100.$$

3) לאָמיר כפל'ען אַ דעצימאַלע אויף אַ דעצימאַלע:

$$0.24 \times 4.005$$

לאָמיר אויף אַ ווײלע פאַרגעסען, אַז דאָס זיינען דעצימאַלע. וועלען מיר פון כפל'ען באַקומען 96120. אבער אַזוי ווי די גע'כפל'טע איז אַ דעצימאַלע, מיט צוויי דעצימאַלע ציפערען, דאַרף מען לויט דעם 97־טען כלל אָפּטיילען אין פּראָדוקט (96120) צוויי ציפערען; און אַזוי ווי דער כפל'ער איז אַ דעצימאַלע מיט דריי ציפערען, דאַרף מען, אויסער דעם, לויט דעם 98־טען כלל, אָפּטיילען דריי ציפערען. מיר דאַרפען אַלזאָ אָפּטיילען פון רעכטס צוויי ציפערען און דריי ציפערען, צוזאַמען פינף ציפערען, עס

הייסט אזוי פיעל, ווי פיעל דעצימאַלע עס זיינען פאַראַן אין דער גע׳כפל׳טער און אין כפל׳ער. דער געזוכטער פּראָדוקט, אלזא, איז 0.96120 אָדער, נאָך דער פאַרקירצונג, 0.9612.

100-טער כלל:

אום צו כפל׳ען אַ דעצימאַלע אויף אַ דעצימאַלע, כפל׳ען מיר זיי, ווי גאַנצע צאָהלען; נאכהער טיילען מיר (פון רעכטס) אָפּ אזוי פיעל דעצימאַלע ציפערען, ווי פיעל דעצימאַלע ציפערען עס זיינען געווען אין דער גע׳כפל׳טער און אין כפל׳ער צוזאמען.

איבונגען:

כפל׳ט די פאָלגענדע דעצימאַלע ברוך-צאָהלען:

349) 37.895 × 42;	353) 12000 × 3.675;
350) 4072 × 3.005;	354) 1.2345 × 6.789;
351) 6.789 × 1000;	355) 0.5328 × 0.0005;
352) 7.306 × 800;	356) 100000 × 0.00001 ;

חילוק פון דעצימאַלע ברוך-צאָהלען.

דעצימאַלע ברוך-צאָהלען צוטיילען מיר פּונקט ווי גאַנצע צאָהלען. מיר גיבען נאָר אַכטונג, דאָס דער פּינטעלע זאָל שטעהן אויפ׳ן ריכטיגען פּלאַץ.

אין חילוק פון דעצימאַלע אונטערשיידען מיר צוויי פּעלע: ווען דער טיילער איז אַ גאַנצער; ווען דער טיילער איז אַ דעצימאַלע.

לאָמיר פריהער ווייזען, ווי מען מאכט חילוק אין ערשטען פּאַל. מיר ווילען, צ. ב. ש., צוטיילען 4.292 אויף 16. פּונקט ווי ביים חילוק פון גאַנצע פאַנגען מיר אָן פון לינקס, עס הייסט פון דער ציפער, וואס באַדייטעט די העכסטע גרופּע פון דער צאָהל (טויזענדע, צ. ב. ש.) און געהען איבער צו די קלענערע גרופּען (הונדערטע, צעהנדליגע און איינצעלנע); פּונקט ווי ביים טיילען פון אַ באַנאַנטע אויף אַ פּראָסטע פאַנגען מיר אָן פון די מאָסען פון העכסטען נעננער און געהען איבער צו די מאסען פון די קלענערע נעננערס; אזוי טוען מיר דאָ: מיר צוטיילען פריהער די גאַנצע, נאָכהער די צעהנטלעך, נאָכהער די הונדערטלעך א. ז. וו.

אלזאָ, לאָמיר צוטיילען 4.292 אויף 16.

4 קען מען אויף 16 ניט טיילען; שטעלען מיר אין חלק אַן 0 אויפ'ן פלאַץ פון גאנצע און נאָכהער א פינטעלע. די 4 גאַנצע זיינען דאָך 40 צעהנטלעך; צוזאמען מיט די 2 צעהנטלעך האָבען מיר דארום 42 צעהנטלעך, וועלכע מיר צוטיילען אויף 16. באקומען מיר אין חלק 2, און א דיפערענץ 10. די 2 (צעהנטלעך) שטעלען מיר אין חלק אויפ'ן פלאַץ פון די צעהנטלעך; און די 10 צעהנטלעך פון דיפערענץ פארוואנדלען מיר אין הודערטלעך, האָבען מיר 100 הונדערטלעך; צוזאמען מיט די הונדערטלעך (פון דער געטיילטער) האָבען מיר 103 הונדערטלעך, וועלכע מיר טיילען אויף 16. באקומען מיר 6. די 16 כפל'ען מיר אויף 6, באקומען מיר 96, וועלכע מיר נעהמען ארונטער פון 103. בלייבט 7, עס הייסט 7 הונדערטלעך. די 7 הונדערטלעך פארוואנדלען מיר אין טויזענטלעך, האָבען מיר 70 טויזענטלעך; און צוזאמען מיט די 2 טויזענטלעך (פון דער געטיילטער) האָבען מיר 72 טויזענטלעך, וועלכע מיר צוטיילען אויף 16. באקומען מיר אין. חלק 4 די 16 כפל'ען מיר אויף 4, באקומען מיר 64, וועלכע מיר נעהמען ארונטער פון די 72. בלייבט 8 (טויזענטלעך), וועלכע מיר פארוואנדלען אין צעהן־טויזענטלעך, באקומען מיר 80 צעהן־טויזענטלעך, וועלכע מיר טיילען אויף 16. מיר באקומען אין חלק 5. כפל'ען מיר 16 אויף 5, באקומען מיר 80, וועלכע מיר נעהמען ארונטער פון 80. בלייבט א 0 אין דיפערענץ.

אָט ווי מיר מאַכען דעם חשבון אויפ'ן פאַפּיער:

16) 4.232 (0.2645
— 32
103
— 96
———
72
— 64
———
80
— 80
———
0

אויף אן עהנליכען אופן האָבען מיר:

284.202 : 12 = 23.6835

לאָמיר צוטיילען 0.07 אויף 8.

0 גאַנצע צוטיילען אויף 8, איז 0. דאָס הייסט, אז אין חלק וועלען מיר האָבען 0 גאַנצע. 0 צעהנטלעך אויף 8, איז אויך 0. 7 הונדערטלעך אויף 8 איז אויך 0. פאַרוואַנדלען מיר די 7 הונדערטלעך אין 70 טויזענדלעך, וועלכע מיר טיילען אויף 8. אין חלק וועט זיין 8 (טויזענטלעך), און דער דיפערענץ וועט זיין 6. די 6 טויזענטלעך פארוואנדלען מיר אין 60 צעהן־טויזענטלעך, וועלכע מיר צוטיילען אויף 8: אין חלק וועט זיין 7 (צעהן־טויזענטלעך), און דער דיפערענץ וועט זיין 4. די 4 צעהן־טויזענטלעך פארוואנדלען מיר אין 40 הונדערט־טויזענטלעך, וועלכע מיר צוטיילען אויף 8: אין חלק וועט זיין 5, און דער דיפערענץ וועט זיין 0.

8) 0.07 (0.00875

101־טער כלל:

אום צו צוטיילען אַ דעצימאַלע אויף אַ גאַנצע, צוטיילען מיר פריהער די גאַנצע; דעם דיפערענץ פאַרוואַנדלען מיר אין צעהנטלעך, צו וועלכע מיר לעגען צו די צעהנטלעך (אויב אין דער גע׳כפל׳טער זיינען פאַראַן צעהנטלעך); דעם נייעם דיפערענץ פאַרוואַנדלען מיר אין טויזענטלעך, א. ז. וו., ביז מיר באַקומען אין דיפערענץ אַ 0.

לאָמיר צוטיילען 23.75 אויף 10. טיילענדיג לויט דעם כלל באקומען מיר 2.375. ווען מיר וואָלטען געטיילט אויף 100, וואָלטען מיר באקומען 0.2375; ווען מיר וואָלטען געטיילט אויף 1000, וואָלטען מיר באקומען 0.02375, א. ז. וו.

102־טער כלל:

אום צו צוטיילען אַ דעצימאַלע אויף אַ צאָהל, וואָס באַשטעהט פון א 1 מיט נולען, טראַגען מיר איבערפאך דעם פינטעלע אריבער לינקס אויף אַזוי פיעל ציפערען, ווי פיעל נולען עס איז דאָ אין טיילער.

איבונגען:

מאכט די פאלגענדע חילוקים:

357) 0.135 : 9; 358) 1.05 : 12; 359) 0.0014 : 112.

דער צווייטער פאַל איז, ווען דער טיילער איז א דעצימאַ־לער. מיר ווילען, צ. ב. ש., צוטיילען 4.932 אויף 0.16.

לאָמיר דעם טיילער פארוואַנדלען אין א גאַנצע, דאס הייסט, לאָמיר איהם פארגרעסערען אין 100 מאָל. יעצט האָבען מיר א ביישפּיעל פּונקט ווי אין ערשטען פאַל. צוטיילען מיר 4.232 אויף 16, באַקומען מיר 0.2645. דיעזער חלק איז אבער ניט דער ריכטיגער. ווארים דער טיילער איז פארגרעסערט אין 100 מאָל, און וואס גרעסער עס איז דער טיילער, אלץ קלענער מוז זיין דער חלק. דער חלק 0.2645, אלזא, איז קלענער פאר'ן ריכטיגען חלק אין 100 מאָל. און אום צו געפינען דעם ריכטיגען חלק, דארף מען 0.2645 פארגרעסערען אין 100 מאָל. און דאָס טוען מיר דורך דעם, וואס מיר טראגען דעם פּינטעלע אריבער צו רעכטס אויף צוויי ציפערען. דער ריכטיגער ענטפער וועט זיין 26.45..

לאָמיר צוטיילען 0.225 אויף 0.16. צוטיילען מיר פריהער אויף 16, באַקומען מיר 0.0140625. און נאָכהער טראגען מיר אריבער דעם פּינטעלע רעכטס אויף צוויי ציפערען. און דער ענט־פער וועט זיין 1.40625. ווען דער טיילער וואלט געהאַט דריי דעצימאַלע, וואלט מען אין חלק דעם פּינטעלע געדארפט אריבער־טראגען אויף 3 ציפערען; ווען דער טיילער וואלט ענטהאלטען פיער דעצימאַלע, וואלט מען דעם פּינטעלע אין חלק אריבערגעטרא־גען אויף 4 ציפערען, א. ז. וו.

מען קען מאכען א חילוק אויף א דעצימאַלע לויט אן אנדער כלל: דער רעזולטאַט וועט, נאַטירליך, זיין דער זעלבער.

מיר דארפען, צ. ב. ש., צוטיילען 4.932 אויף 0.16.

לאָמיר פארוואַנדלען דעם טיילער אין א גאַנצע צאָהל, וועל־לען מיר האָבען א פאַל פון צוטיילען א דעצימאַלע אויף א גאַנצע. אבער דורך דעם, וואס מיר פארוואַנדלען 0.16 אין 16, פארגרע־סערען מיר דאָך דעם טיילער אין 100 מאָל, און דורך דעם פאַר־קלענערען מיר דעם חלק אין 100 מאָל. ווען מיר וועלען יעצט אין דער געטיילטער אריבערטראַגען דעם פּינטעלע רעכטס אויף צוויי ציפערען, עס הייסט ווי פיעל דעצימאַלע דער טיילער האָט גע־האַט, ווערט זי פארגרעסערט אין 100 מאָל; דער חלק ווערט

אויך גרעסער אין 100 מאָל, עס הייסט דער חלק בלייבט אונגע־ענדערט. אלזאָ,

$$4.932 : 0.16 = 493.2 : 16 = 26.45$$

103־טער כלל:

אום צו צוטיילען אַ צאָהל אויף אַ דעצימאַלע, צוטיילען מיר אויפ'ן טיילער, פונקט ווי ער וואָלט געווען אַ גאַנצע צאָהל. און נאכהער טראַגען מיר דעם פּינטעלע אריבער רעכטס אויף אזוי פיעל ציפערען, ווי פיעל דעצימאַלע עס זיינען דאָ אין טיילער.

אָדער:

אום צו צוטיילען אַ צאָהל אויף אַ דעצימאַלע, וואַרפען מיר אין טיילער אַרונטער דעם פּאַינט (פאַרוואַנדלען איהם אין אַ גאַנצע) און טראַגען אין דער געטיילטער אריבער דעם פּינטעלע רעכטס אויף אזוי פיעל ציפערען, ווי פיעל דעצימאַלע דער טיילער האָט ענטהאַלטען. און דאַן האָבען מיר אַ פאַל פון צוטיילען אַ צאָהל אויף אַ גאַנצע.

איבונגען:

מאכט די פאָלגענדע חילוקים:

360) 0.00034 : 0.0025;

361) 5.726 : 28;

362) 334.4982 : 1.5;

363) 2.49 : 3.84;

364) 11.5138 : 4.6;

365) 0.0085107 : 4255.35;

366) 0.0252 : 0.000007.

געמישטע דעצימאַלע.

אין מאנכע פעלע זיינען דעצימאַלע ברוך־צאָהלען געמישט מיט געוועהנליכע. אַט, צ. ב. ש.:

$$\frac{1{\cdot}5 \times 7}{14 \times 9}$$

אין אזא פאַל באַפרייען מיר פריהער די ברוך־צאָהל פון די דעצי־מאַלע ציפערען. מיט דיזען צוועק מעקען מיר אוים דעם פּינטעלע (אין 1.5). דורך דעם פאַרגרעסערען מיר דעם צאָהל־וויזער אין 10 מאָל. אום די גרוים פון דער ברוך־צאָהל זאָל בלייבען אונ־געענדערט, כפל'ען מיר (פאַרגרעסערען) דעם טייל־וויזער אויף 10. האָבען מיר:

$$\frac{1{\cdot}5 \times 7}{14 \times 9} = \frac{15 \times \overset{(3}{7}}{14 \times 9 \times 10} = \frac{\overset{(5}{5} \times 7}{14 \times 3 \times 10} = \frac{\overset{(7}{7}}{14 \times 3 \times 2} = \frac{1}{2 \times 3 \times 2} = \frac{1}{12}$$

מיר האָבען, צ. ב. ש., $\frac{4 \times 9}{0{\cdot}6 \times 300}$. דאָ דאַרפען מיר באַ־פרייען דעם טייל־וויזער פון דער דעצימאַלער. מעקען מיר אוים

דעם פּינטעלע (אין 0.6) און איין 0 (אין 300). דורך דעם, וואס מיר מעקען אוים דעם פּינטעלע, פאַרגרעסערען מיר די צאָהל 0.6 און דורך איהר אויך דעם גאַנצען טייל־ווייזער אין 10 מאָל; דורך דעם, ווידער, וואס מיר מעקען אוים אַ 0 אין 300, פאַרקלענערען מיר די צאָהל 300 און דורך איהר אויך דעם גאַנצען טייל־ווייזער אין 10 מאָל. פון דעם, וואס מיר פאַרגרעסערען דעם טייל־ווייזער אין 10 מאָל און פאַרקלענערען איהם אין 10 מאָל, בלייבט ער ניט געענדערט. האָבען מיר:

$$\frac{4 \times 9}{0{\cdot}6 \times 300} = \frac{4 \times 9^{(2}}{6 \times 30} = \frac{2 \times 9^{(2}}{3 \times 30} = \frac{9^{(3}}{3 \times 15} = \frac{3^{(3}}{15} = \frac{1}{5}$$

פאַרוואַנדלונג פון אַ געוועהנליכער ברוך־צאָהל אין אַ דעצימאַלער ברוך־צאָהל.

אַ געוועהנליכע ברוך־צאָהל קען מען פאַרוואַנדלען אין אַ דעצימאַלע. דאָס הייסט מען קען מאַכען, דאָס איהר טייל־ווייזער זאָל זיין אַן 1 מיט נולען (10, 100, 1000 אַ. ד. גל.).

10 איז — 2·5
100 איז — 2·2·5·5
1000 איז — 2·2·2·5·5·5
10000 איז — 2·2·2·2·5·5·5·5

דאָס הייסט אַלזאָ, אַז

104־טער כלל:

אַ צאָהל, וואָס באַשטעהט פון אַ 1 מיט נולען, ענטהאַלט בלויז די כפל'ערס 2 און 5. און דעריבער קען מען אין אַ דעצימאַלע ברוך־צאָהל פאַרוואַנדלען בלויז אַזאַ געוועהנליכע ברוך־צאָהל, וואָס איהר טייל־ווייזער ענטהאַלט נאָר אלס כפל'ערס 2 און 5.

קוים אבער ענטהאלט זי, אַ חוץ 2 און 5 אויך אַן אנדער כפל'ער, איז אונמעגליך איהר צו פאַרוואַנדלען אין אַ דעצימאַלע, וואס זאָל זיין פּונקט פון דער זעלבער גרוים; מען קען איהר נאָר פאַרוואַנדלען אין דעצימאַלע אומגעפעהר פון דער זעלבער גרוים.

די ברוך־צאָהל $\frac{2}{5}$, צ ב ש., ווילען מיר פאַרוואַנדלען אין אַ דעצימאַלע. מיר ווילען, הייסט עס, מאַכען, אַז איהר טייל־ווייזער זאָל זיין 10. אויף צו האָבען 10 אַנשטאַט 5, דאַרף מען דעם

טייל־ווייזער כפל'ען אויף 2; אבער אום ניט צו ענדערען די גרויס פון דער ברוך־צאָהל, מוזען מיר שוין אויך דעם צאָהל־ווייזער כפל'ען אויף 2. און מיר האָבען דארום:

$$\frac{2}{5} = \frac{2 \times 2}{5 \times 2} = \frac{4}{10} = 0.4$$

אויף אן עהנליכען אופן האָבען מיר:

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 5}{2 \times 5} = \frac{5}{10} = 0.5$$

לאָמיר פארוואנדלען אין א דעצימאלע די ברוך־צאָהל $\frac{3}{4}$.

דער טייל־ווייזער 4 באשטעהט פון די כפל'ערס 2 × 2. אום ער זאָל ווערען הונדערט, מוז מען איהם כפל'ען אויף 5 × 5. אבער אויב מיר כפל'ען דעם טייל־ווייזער, מוזען מיר שוין אויך דעם צאָהל־ווייזער כפל'ען אויף די זעלבע צאָהל.

אלזא, מיר האָבען:

$$\frac{3}{4} = \frac{3}{2 \times 2} = \frac{3 \times 5 \times 5}{2 \times 2 \times 5 \times 5} = \frac{75}{100} = 0.75$$

אויף אן עהנליכען אופן האָבען מיר:

$$\frac{18}{25} = \frac{18}{5 \times 5} = \frac{18 \times 2 \times 2}{5 \times 5 \times 2 \times 2} = \frac{72}{100} = 0.72$$

לאָמיר פארוואנדלען $\frac{7}{20}$ אין א דעצימאלע. דער טייל־ווייזער באשטעהט פון די כפל'ערס: 5× 2 × 2. אום ער זאָל זיין 100, דארף מען איהם כפל'ען אויף 5; אום די גרויס פון דער ברוך־צאָהל זאָל זיך ניט ענדערען דארף מען אויך דעם צאָהל־ווייזער כפל'ען אויף 5. מיר וועלען אלזא האָבען:

$$\frac{7}{20} = \frac{7}{2 \times 2 \times 5} = \frac{7 \times 5}{2 \times 2 \times 5 \times 5} = \frac{35}{100} = 0.35$$

אין די אויבענגעבראכטע ביישפיעלע קען מען די געוועהנליכע ברוך־צאָהלען פארוואנדלען אין דעצימאלע אויך אויף אן אנדער אופן. אָט לאָמיר נעהמען דעם לעצטען ביישפיעל: $\frac{7}{20}$.

לאָמיר צוטיילען דעם צאָהל־ווייזער 7 אויפ'ן טיילווייזער 20. קיין גאנצע וועט אין חלק ניט זיין, שרייבען מיר אין חלק 0.; די 7 (איינצעלנע) פארוואנדלען מיר אין צעהנטלעך; האָבען מיר 70 (צעהנטלעך), וועלכע מיר צוטיילען אויף 20: אין חלק וועלען מיר האָבען 3 (צעהנטלעך), און אין דיפערענץ וועט זיין 10. די 10 צעהנטלעך פארוואנדלען מיר אין הונדערטלעך; האָבען מיר 100 (הונדערטלעך), וועלכע מיר צוטיילען אויף 20: אין חלק

וועלען מיר האבען 5 (הונדערטלעך), און אין דיפערענץ וועט זיין 0.

די ארבייט קומט פאר אויף אזא אופן:

20) 7 (

מיר טיילען 7 אויף 20, באקומען מיר א 0 און א פאינט (.) וואס ווייזט, אז קיין גאנצע איז ניטא:

20) 7 (0.

שטעלען מיר צום 7 צו א 0 (די 7 גאנצע ווערען 70 צעהנטעלעך) און צוטיילען 70 אויף 20, באקומען מיר 3 צעהנטלעך. כפל'ען מיר 20 אויף 3 און נעהמען ארונטער פון 70, בלייבט 10 (צעהנטלעך).

שטעלען מיר צו די 10 צו א 0 (די 10 צעהנטלעך ווערען 100 הונדערטלעך), צוטיילען די 100 אויף 20, באקומען מיר 5 (הונדערטלעך). 20 כפל'ען מיר אויף 5 און נעהמען ארונטער פון 100, בלייבט 0.

```
20 ) 70 ( 0.35
   —60
    ———
    100
   —100
    ———
      0
```

אויף אן עהנליכען אופן פארוואנדלען מיר $\frac{3}{40}$

```
40 ) 3 ( 0.075
     30
     300
    —280
     ———
     200
    —200
     ———
       0
```

אַלזאָ :

$$\frac{3}{40} = 0.075$$

אויף אַן עהנליכען אופן פאַרוואַנדלען מיר אויך $\frac{4}{625}$:

$$625 \,)\, 4 \,(\, 0.0064$$
$$\begin{array}{r} 40 \\ 400 \\ 4000 \\ 3750 \\ \hline 2500 \\ -2500 \\ \hline 0 \end{array}$$

אַלזאָ :

$$\frac{4}{625} = 0.0064.$$

105־טער כלל :

אַלזאָ, פאַרוואַנדלען אַ געוועהנליכע ברוך־צאָהל אין אַ דעצימאַלע, קען מען אויף צוויי אופנים : 1) מיר כפל'ען דעם צאָהל־ווייזער און דעם טייל־ווייזער אויף אַזוי פיעל מאָל 2 אָדער 5, דאָס אין טייל־ווייזער זאָלען זיין פונקט אַזוי פיעל 2־כפל'ערס, ווי 5־כפל'ערס. ווען מיר וועלען כפל'ען אַלע כפל'ערס פון טייל־ווייזער איינעם אויפ'ן אַנדערען, וועלען מיר שוין באַקומען אַ צאָהל, וואָס באַשטעהט פון אַ 1 מיט נולען. דאַן שרייבען מיר דעם צאָהל־ווייזער און צעהלען אָפּ פון רעכטס צו לינקס אַזוי פיעל ציפערען, ווי פיעל נולען עס איז דאָ אין טייל־ווייזער, אָדער (וואָס דאָס איז דאָס זעלבע) ווי פיעל מאָל דער כפל'ער 2 (אָדער 5) ענטהאַלט זיך אין געגעבענעם טייל־ווייזער. 2) מיר טיילען דעם צאָהל־ווייזער אויפ'ן טייל־ווייזער. אויב ער איז ווייניגער פון טייל־ווייזער, שרייבען מיר אין חלק 0 ; דאַן פאַרוואַנדלען מיר איהם אין צענטלער, וועלכע מיר צוטיילען אויפ'ן טיילווייזער ; דעם חלק שרייבען מיר צו רעכטס פון פינטעלע, און דעם דיפערענץ פאַרוואַנדלען מיר אין הונדערטלער, וועלכע מיר צוטיילען אויפ'ן טייל־ווייזער, א. ז. וו., ביז מיר באַקומען אין דיפערענץ אַ 0.

איבונגען :

פאַרוואַנדעלט אין דעצימאַלע די פאָלגענדע געוועהנליכע ברוך־צאָהלען :

367) $\frac{5}{16}$; $\frac{17}{125}$ · $\frac{45}{64}$; $\frac{121}{250}$

פעריאדישע דעצימאַלע.

ווי מיר האָבען שוין פריהער אָנגעמערקט, קען מען אין א דעצימאלע ברוך־צאָהל פארוואנדלען בלויז א ברוך־צאָהל, וואס איהר טיילווייזער ענטהאלט נאָר 2 און 5 אלס כפל'ערס. אויב אבער איהר טייל־ווייזער ענטהאלט אנדערע אדער אויך אנדערע כפל'ערס, קען מען איהר שוין גענוי אין א דעצימאלע ברוך־צאָהל ניט פארוואנדלען.

לאָמיר דאָס ערקלערען דורך א ביישפיעל. לאָמיר פרוּ־בירען פארוואנדלען די ברוך־צאָהל $\frac{2}{3}$ אין א דעצימאלע. טוען מיר לויט דעם כלל, האָבען מיר:

$$\begin{array}{l} 3\ )\ 2\ (\ 0.66666... \\ \quad 20 \\ \ -18 \\ \hline \quad\ 20 \\ \quad -18 \\ \hline \qquad\ 2 \\ \qquad ..... \end{array}$$

מיט אנדערע ווערטער:

$$\frac{2}{3} = 0.666666666....$$

די פיעלע פינטעלעך (....) ווייזען, אז צו קיין סוף וועלען מיר קיינמאָל ניט קומען. ווי פיעל מיר זאלען ניט פארטזעצען דעם חילוק, וועלען מיר אלץ באקומען א דיפערענץ 2. ווען מיר שטע־לען צו איהם צו א 0, באקומען מיר ווידער 20. צוטיילענדיג די 20 אויף 3, באקומען מיר ווידער א חלק 6 און א דיפערענץ 2; ווידער קענען מיר צושטעלען א 0, ווידער וועלען מיר אין חלק באקומען 6 און אין דיפערענץ 2, א. ז. וו., א. ז. וו.

אויף אן עהנליכען אופן געפינען מיר, אז

$$\frac{1}{3} = 0.33333.....$$

און אז

$$\frac{1}{9} = 0.1111111.....$$

אין די אלע געבראכטע ביישפיעלע ווידערהאָלט זיך איין ווערכע עס איז ציפער.

לאָמיר $\frac{4}{11}$ פארוואנדלען אין א דעצימאלע:

$$
\begin{array}{l}
11\,)\,4\,(\,0.363636....\\
\quad 40\\
\;-33\\
\hline
\quad\; 70\\
\;\;-66\\
\hline
\quad\;\; 40\\
\;\;\;-33\\
\hline
\quad\;\;\; 70\\
\quad\;\;\; ....
\end{array}
$$

דאָס הייסט

$$\frac{4}{11} = 0.36363636....$$

אויף אן עהנליכען אופן ווערען מיר געפינען, אז

$$\frac{8}{11} = 0.242424.....$$

אין דיעזע פעלע ווידערהאָלען זיך שוין צוויי ציפערען.

ווען מיר פארוואנדלען $\frac{5}{37}$ באקומען מיר:

$$0.135135135135....$$

אין דיעזען ביישפיעל ווידערהאָלען זיך שוין דריי ציפערען. אין נאָך אנדערע פעלע ווידערהאָלען זיך נאָך מעהר ציפערען.

אין אלע אזעלכע ביישפיעלע ווידערהאָלען זיך פון צייט צו צייט דיזעלבע ציפער אדער דיזעלבע ציפערען. אויף א זאך, וואס ווידערהאָלט זיך, וואס קומט רעגולער פון צייט צו צייט, זאגט מען, אז זי קומט פעריאָדיש. די ברוך־צאָהל, וואו א ציפער (אדער ציפערען) ווידערהאָלען זיך, רופט זיך דארום פעריאדישע; און דער ציפער (אדער ציפערען), וואס ווידערהאָלט זיך, רופט זיך פעריאד.

אנשטאט צו שרייבען 0.6666.... קען מען שרייבען 0.(6); אנשטאט 0.333.... קען מען שרייבען 0.(3); אנשטאט 0.11111.... — 0.(1); אנשטאט 0.3636.... — 0.(36); אנשטאט 0.135135135.... — 0.(135), א. ז. וו.

לאָמיר באטראכטען דעם ביישפּיעל: $\frac{2}{3} = 0.66666.....$

די אונגעפעהר־גרויס פון א פעריאדישע דעצימאלע.

0.6666.... איז וועניגער פון $\frac{2}{3}$. אויף צו באקומען די ריכ־טיגע דעצימאלע פון $\frac{2}{3}$ וואלטען מיר געדארפט זיצען שטונדען, טעג גאנצע און האלטען אין איין שרייבען נאָך 6'ען אָהן א שיער. אויסשרייבען אלזא די גאנצע דעצימאלע פון $\frac{2}{3}$ איז א זאך פון דער אונמעגליכקייט. שרייבען מיר בלויז עטליכע 6'ען. עס פארשטעהט זיך הערביי, אז וואס מעהר 6'ען מיר שרייבען, אלץ נעהנטער זיינען מיר צום אמת, עס הייסט צו דער ריכטיגער דעצי־מאלע פון $\frac{2}{3}$. אָט, צ. ב. ש., 0.66 איז נעהנטער צום אמת, ווי 0.6; 0.666 איז נעהנטער, ווי 0.66; 0.6666 איז נאָך נעהנטער א. ז. וו., א. ז. וו. ווען איהר נעהמט אָן 0.6 אלס די דעצימאלע פון $\frac{2}{3}$, הייסט עס, אז איהר באגנוגענט זיך מיט צעהנטלעך בלויז. די 0.6 איז וועניגער פון $\frac{2}{3}$. עס פארשטעהט זיך אבער, אז 0.7 איז שוין צופיעל, עס הייסט, $\frac{2}{3}$ איז וועניגער פון 0.7.

מיט אנדערע ווערטער, $\frac{2}{3}$ איז צווישען 0.6 און 0.7. דער אונטערשיעד צווישען 0.6 און 0.7 איז 0.1 ($\frac{1}{10}$) און אזוי ווי $\frac{2}{3}$ איז צווישען 0.6 און 0.7, הייסט דאָך דאָס, אז צווישען $\frac{2}{3}$ און 0.6 איז דער אונטערשיעד וועניגער פון א 0.1 (צעהנטעל). מיט אנ־דערע ווערטער, ווען אנשטאט 0.6666.... נעהמען מיר בלויז 0.6, מאַכען מיר א פעהלער, וואס איז וועניגער פון א צעהנטעל (0.1). דער דיפערענץ וועט זיין וועניגער ווי א $\frac{1}{10}$ אויך אין פאל, ווען מיר וועלען נעהמען ניט 0.6, נאָר 0.7.

אויף אן עהנליכען אופן וועלען מיר אויסגעפינען, אז ווען מיר וועלען אנשטאט 0.6666.... נעהמען בלויז 0.66 אדער 0.67 וועלען מיר מאכען א דיפערענץ, וואס איז וועניגער פון א הונדערטעל (0.01); ווען מיר וועלען נעהמען בלויז 0.666 אדער 0.667 וועט דער דיפערענץ זיין וועניגער פון א טויזענדטעל (0.001), א. ז. וו.

מיר האָבען געזעהן, אז $\frac{2}{3}$ איז צווישען 0.6 און 0.7. אויב אנשטאט $\frac{2}{3}$ נעהמען מיר 0.6, מאכען מיר א פעהלער:

$$\begin{array}{r} 0.66666.... \\ -0.6 \\ \hline 0.06666.... \end{array}$$

דער פעהלער, ווי עס איז צו זעהן, איז מעהר ווי 0.05, מעהר ווי 5 הונדערטעלער, אדער מעהר ווי א העלפט פון א צעהנטעל (א צעהנטעל איז דאָך 10 הונדערטעלער).

אויב אנשטאט $\frac{2}{3}$ וועלען מיר נעהמען 07, מאכען מיר א פעהלער:

$$\begin{array}{r} 0.7 \\ -0.6666666 \\ \hline 0.03333.... \end{array}$$

דאָס הייסט, אז ווען מיר נעהמען 0.7 מאכען מיר א דיפערענץ אין עטוואס מעהר ווי 0.03, וואס איז ווענינער פון 0.05. און דאָס, ווידער, הייסט, אז 0.7 איז נעהנטער צום אמת, ווי 0.6. אויף אן עהנליכען אופן וועלען מיר אויסגעפינען, אז 0.67 איז נעהנטער צו $\frac{2}{3}$, ווי 0.66; אז 0.667 איז נעהנטער ווי 0.666; אז 0.6667 איז נעהנטער, ווי 0.6666, א. ז. וו. מיט אנדערע ווערטער, ווען אין ...0.666666 שטעלען מיר זיך אפּ ביי א געוויסע ציפער און ווארפען אראפּ די איבריגע, פארגרעסערען מיר די לעצטע ציפער מיט אן 1.

אין דיעזען ביישפּיעל איז די לעצטע ציפער (6) מעהר ווי 5.

אין פאל אבער ווען די לעצטע ציפער איז קלענער ווי 5, לוינט זיך ניט צו פארגרעסערען איהר מיט אן 1, ווי עס איז צו זעהן פון פאלגענדען ביישפּיעל: $\frac{1}{3} = 0.3333.....$

$\frac{1}{3}$ איז צווישען 0.3 און 0.4. אויב מיר נעהמען 0.3, איז דער דיפערענץ:

$$\begin{array}{r} 0.3333.... \\ -0.3 \\ \hline 0.03333.... \end{array}$$

אויב מיר נעהמען 0.4, איז דער דיפערענץ:

$$\begin{array}{r} 0.4 \\ -\,0.33333333 \\ \hline 0.0777.... \end{array}$$

דאס הייסט, אז ווען מיר נעהמען 0.3 מאכען מיר א פעהלער בלויז אין עטוואס מעהר פון 0.03, וואס איז ווייניגער פון 0.05, וועהרענד ווען מיר נעהמען 0.4, מאכען מיר א פעהלער אין עטוואס מעהר ווי 0.07, וואס איז מעהר פון 0.05. און דאס, ווידער, הייסט, אז 0.3 איז נעהנטער צום אמת, ווי 0.4. אויף אן ענליכען אופן וועלען מיר אויסגעפינען, אז 0.33 איז נעהנטער צו 0.(3), ווי 0.34; אז 0.333 איז נעהנטער, ווי 0.334, א. ז. וו. אין דיעזען ביישפיעל אלזא לוינט זיך ניט צו פארגרעסערען די לעצטע ציפער אויף אן 1.

106-טער כלל:

אין א פעריאדישער ברוך־צאהל באנוגענען מיר זיך מיט א געוויסע צאהל ציפער אין די איבעריגע ווארפען מיר אראפ; אין פאל, ווען די ערשטע פון די אראפגעווארפענע איז 5 אדער גרעסער פון 5, פארגרעסערען מיר מיט אן 1 די לעצטע פון די ציפערען, וואס מיר לאזען איבער. אויב מיר באנוצען זיך מיט איין ציפער, איז דער דיפערענץ ווייניגער פון 0.1 (א צעהנטעל); אויב מיר באגנוגענען זיך מיט צוויי ציפערען, איז דער דיפערענץ ווייניגער פון 0.01 (א הונדערטעל), א. ז. וו.

איבונגען:

פארוואנדעלט $\frac{5}{6}$, $\frac{13}{15}$, $\frac{4}{9}$ אין פעריאדישע דעצימאלע, וואו

368) דער דיפערענץ זאל זיין ווייניגער פון 0.01.

369) דער דיפערענץ זאל זיין ווייניגער פון 0.001.

370) דער דיפערענץ זאל זיין ווייניגער פון 0.0001.

ריינע פעריאדישע און געמישטע פעריאדישע.

פון די ברוך־צאהלען $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{4}{11}$ באקומען מיר דעצימאלע 0.(3), 0.(1), 0.(36). און די ברוך־צאהלען $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{4}{11}$ ענטהאלטען ניט די טייל־וויזער ניט קיין 2 און ניט קיין 5.

יעצט לאָמיר נעהמען א ברוך־צאָהל, וואס איהר טייל־וויי־זער ענטהאַלט יע א 2 (אָדער א 5). לאָמיר נעהמען $\frac{1}{6}$, צ. ב. ש. ווען מיר פאַרוואנדלען $\frac{1}{6}$ (דער טייל־ווייזער ענטהאלט דאָ א כפל'ער 2) לויט דעם כלל, אין א דעצימאלע, באקומען מיר: ....0.6666, אדער (6)0.1. אין דיזען ביישפיעל פאנגט זיך שוין דער פעריאד ניט אָן גלייך נאָכ'ן פינטעלע: צווישען פינטעלע און איהם איז שוין דאָ אן אנדער ציפער.

דאָס זעלבע געפינען מיר, ווען מיר פאַרוואנדלען $\frac{1}{15}$ (דער טייל־ווייזער ענטהאלט דאָ א 5). מיר באקומען דאן ....0.06666, אדער (6)0.0.

פון $\frac{1}{12}$, וואו דער טייל־ווייזער ענטהאלט צוויי מאָל דעם כפל'ער 2, וועלען מיר באקומען (3)0.08, עס הייסט שוין צוויי ציפערען צווישען פינטעלע און דעם פעריאד; פון $\frac{1}{75}$ (וואו דער טיילוויז ענטהאלט צוויי מאָל דעם כפל'ער 5) באקומען מיר (3)0.01, עס הייסט אויך צוויי ציפערען צווישען פינטעלע און דעם פעריאד.

פון $\frac{1}{24}$, וואו דער טייל־ווייזער ענטהאלט דריי מאָל דעם כפל'ער 2 ($2\times2\times2$), וועלען מיר שוין באקומען (6)0.041, עס הייסט 3 ציפער צווישען פינטעלע און דעם פעריאד.

107־טער כלל:

פון פאַרוואַנדלען אַ ברוך־צאָהל, וואָס איהר טייל־ווייזער ענטהאַלט אַלס כפל'ערס אויך 2 אָדער 5, באַקומען מיר אַ פעריאָדישע, וואו דער פעריאד פאַנגט זיך אָן ניט גלייך נאָכ'ן פינטעלע: צווישען איהם און דעם פינטעלע זיינען שוין פאראן אזוי פיעל ציפער, ווי פיעל מאָל 2 (אָדער 5 דער טייל־ווייזער ענטהאַלט אלס כפל'ערס.

א פעריאַדישע, וואו דער פעריאד פאנגט זאך אָן גלייך נאָכ'ן פינטעלע רופט זיך ריין־פעריאדישע; א פעריאדישע, וואו צווישען דעם פעריאד און דעם פינטעלע געפינט זיך איין אדער עטליכע ציפער, רופט זיך געמישטע פעריאדישע.

פארוואנדלונג פון א דעצימאלע אין א געוועהנליכע ברוך־צאָהל.

א דעצימאלע ברוך־צאָהל איז לייכט צו פארוואנדלען אין א געוועהנליכע. אָט, צ. ב. ש., איהר האָט א ברוך־צאָהל 0.25,

וואס באדייטעט 25 הונדערטלעך. שרייבט איהר אונטער 25 א טייל־ווייזער 100, און מיר וועלען האָבען:

$$0.25 = \frac{25}{100}$$

פארקירצענדיג האָבען מיר:

$$0.25 = \overset{(25}{\frac{25}{100}} = \frac{1}{4}$$

אויף אַן עהנליכען אופן האָבען מיר:

$$0.08 = \overset{(4}{\frac{8}{100}} = \frac{2}{25};\ 0.004 = \overset{(4}{\frac{4}{1000}} = \frac{1}{250}.$$

$$0.0625 = \overset{(125}{\frac{625}{100000}} = \overset{(5}{\frac{5}{80}} = \frac{1}{32}$$

אויף צו פארוואנדלען די ברוך־צאָהל 0.25, וואס האָט 2 דעצי־לע ציפערען, אין א געוועהנליכע, האָבען מיר אלס טייל־ווייזער אונ־טערגעשטעלט 100, עס הייסט א צאָהל פון אַן 1 מיט 2 נולען; אויף צו פאַרוואנדלען 0.004 (א ברוך־צאָהל פון דעצימאַלע) האָבען מיר אלס טייל־ווייזער אונטערגעשטעלט 1000 (אַן 1 מיט 3 נולען); און אויף צו פארוואנדלען 0.0625 האָבען מיר אונטערגעשטעלט 10000 א. ז. וו.

108־טער כלל:

אַלזאָ, אויף צו פאַרוואַנדלען אַ דעצימאַלע ברוך־צאָהל אין אַ גע־וועגליכע, שרייבען מיר אויף אלס צאָהל־ווייזער די דעצימאַלע אָהן אַ פינטעלע, און אלס טייל־ווייזער שרייבען מיר אונטער אַן 1 מיט אזוי פיעל נולען, ווי פיעל ציפער עס איז אין דער דעצימאַלער געווען צורעכטס פון פינטעלע (.).

איבונגען:

פארוואַנדעלט אין געוועהנליכע די פאלגענדע דעצימאלע ברוך־צאָהלען:

371) 0.8 0.04; 0.005; 2.050; 9.500; 0.075; 0.625; 0.1728; 25.4096.

פארוואנדלונג פון א ריינער פעריאדישער דעצימאלע אין אַ געוועהנליכע ברוך־צאָהל.

יעצט וועלען מיר ווייזען, ווי צו פארוואנדלען א פעריאדישע דעצימאלע אין א געוועהנליכע. נאָר פריהער וועלען מיר ציהען דעם לעזער'ס אויפמערקזאמקייט אויף די פאָלגענדע דעצימאלע ברוך־צאָהלען:

ביבליאטעק פעטאלומע

$\frac{1}{9} = 0.11111... = 0.(1)$
$\frac{1}{99} = 0.010101... = 0.(01)$
$\frac{1}{999} = 0.001001001... = 0.(001)$

109־טער כלל:

אלזא, א געוועהנליכע ברוך־צאהל, וואס איהר טייל־וויזער באשטעהט פון די ציפערען 9, פארוואנדעלט זיך אין א פעריאדישע, און וועלכער דער פעריאד באשטעהט פון א 1 מיט נולען, צוזאמען פון אזוי פיעל ציפערען, ווי פיעל מאל די ציפער 9 ווידערהאלט זיך אין טייל־וויזער.

וויסענדיג דיעזען כלל, קענען מיר גלייך, גאר ניט אויסרע־בענענדיג, אנשרייבען דעם פעריאד, וואס מיר קריעגען פון א גע־וועהנליכע ברוך־צאהל מיט א אירגענד וועלכער צאהל ציפערען 9 אין טיילווייזער.

די ברוך־צאהל $\frac{1}{99999}$, צ. ב. ש., וואו אין טייל־וויזער גע־פינט זיך די ציפער 9 פינף מאל, פארוואנדעלט זיך אין א פעריא־דישע מיט א פעריאד פון 5 ציפערען, פון וועלכע איינע איז א 1 און די איבריגע זיינען נולען:

$\frac{1}{99999} = 0.(00001)$
$\frac{1}{999999} = 0.(000001)$

יעצט לאמיר פארוואנדלען, צ. ב. ש., די פעריאדישע דעצימאלע 0.45454545... אין א געוועהנליכע.

לאמיר צוטיילען דיעזע פעריאדישע אויף איהר פעריאד:

45) 0.45454545... (0.01010101...

מיר ווייסען פון א פריהערדיגען קאפיטעל, אז ווען מיר כפל׳ען דעם טיילער אויפ׳ן חלק, באקומען מיר די געטיילטע. דאס הייסט, אז די געטיילטע 0.(45) איז דאס זעלבע, וואס דער פעריאד 45, גע׳כפל׳ט אויפ׳ן 0.(01). אלזא

$0.(45) = 45 \times 0.(01)$

אבער מיר ווייסען דאך, אז 0.(01) איז דאס זעלבע, וואס $\frac{1}{99}$. און דעריבער קענען מיר שרייבען:

$0.(45) = 45 \times \frac{1}{99} = \frac{45}{99}$.

אויף אן עהנליכען אופן וועלען מיר געפינען, אז

$0.(36) = \frac{36}{99}$.

און אז $0.(135) = \frac{135}{999}$, און אז $0.(142857) = \frac{142857}{999999}$.

110־טער כלל:

ווען מיר ווילען אַ ריין־פּעריאָדישע פאַרוואַנדלען אין אַ געוועהנליכע, שטעלען מיר דעם פּעריאָד אַלס צאָהל־ווייזער און אין טייל־ווייזער שרייבען מיר די ציפער 9 אַזוי פיעל מאָל, ווי פיעל ציפער עס איז דאָ אין פּעריאָד.

אָט צ. ב. ש., מיר האָבען די פּעריאדישע ...0.696969.

שטעלען מיר אין צאָהל־ווייזער 69 און אין טייל־ווייזער 99. האָבען מיר $\frac{69}{99}$. דיעזע ברוך־צאָהל פארקירצען מיר אויף 3, האָבען מיר:

$$0.(69) = \frac{69}{99} \overset{(3}{=} \frac{23}{33}.$$

איבונגען:

פארוואנדעלט אין געוועהנליכע ברוך־צאָהלען די פאלגענדע ריין־פּעריאדישע דעצימאלע:

372) 0.(18); 0.(63); 0.(99).
373) 0.(072); 0.(126); 0.(296); .(009)
374) 0.(20385); .(47538).

פארוואנדלונג פון א געמישטער פּעריאדישער דעצימאלע אין א געוועהנליכע ברוך־צאָהל.

יעצט לאָמיר ווייזען, ווי צו פארוואנדלען א געמישטע פּעריאדישע אין א געוועהנליכע.

מיר האָבען צ. ב. ש., די ברוך־צאָהל ...0.18545454.

לאָמיר אריבערטראגען דעם פינטעלע צום פּעריאד, האָבען מיר ...18.545454, עס הייסט 18 גאנצע און א ריין־פּעריאדישע דעצימאלע. פארוואנדלען מיר די ריין־פּעריאדישע אין א געוועהנליכע, האָבען מיר $\frac{54}{99}$. און אונזער 0.18(54) וועט זיין $18\frac{54}{99}$, אדער (פארוואנדלענדיג אין א ניט־רעגולע ברוך־צאָהל) $\frac{1836}{99}$. דאָס איז אבער ניט די ריכטיגע ברוך־צאָהל. ווארים מיר האָבען איהר באקומען ערשט דאן, ווען מיר האָבען דעם פינטעלע אריבערגעטראגען רעכטס אויף צוויי ציפערען, עס הייסט ערשט דאן, ווען מיר האָבען די ברוך־צאָהל 0.18(54) פארגרעסערט אין 100 מאָל. אום צו באקומען די ריכטיגע ברוך־צאָהל, דארף מען $\frac{1836}{66}$ פארקלענע־

רען אין 100 מאָל. און דאָס קענען מיר טאָן דורך כפל'ען דעם טייל־ווייזער אויף 100. ווערען מיר האָבען $\frac{1836}{9900}$. פארקירצענ־דיג האָבען מיר:

$$\frac{1836}{9900} \overset{(36}{=} \frac{41}{275}$$

אלזא $0.18(54) = \frac{41}{275}$

אויף אן עהנליכען אופן פארוואנדלען מיר ...0.24126126.

מיר טראגען דעם פינטעלע אריבער צום פעריאד. האָבען מיר

$$24.(126) = 24\,\frac{126}{999} = \frac{24192}{999}$$

צום טייל־ווייזער שרייבען מיר צו צוויי נולען. האָבען מיר

$$\frac{24102}{99900} \overset{(18}{=} \frac{1339}{5550}$$

אלזא:

$$.0.24(126) = \frac{1339}{5550}$$

111־טער כלל:

אויף צו פאַרוואַנדלען אַ געמישטע פעריאָדישע אין אַ געוועגליכע, טראגען מיר אריבער דעם פינטעלע צום פעריאד; מיר באקומען דאן אַ גאַנצע און אַ רייז־פעריאָדישע ברוך־צאָהל, וועלכע מיר פאַרוואַנדלען לויט דעם אויבענדערמאָנטען כלל אין אַ געוועגליכע. די געמישטע צאָהל, עס הייסט, די גאַנצע מיט דער ברוך־צאָהל, פאַרוואַנדלען מיר אין אַ ניט־רעגולע ברוך־צאָהל, וואָס צו איהר טייל־ווייזער שרייבען מיר צו אַזוי פיעל נולען, אויף וויפיעל ציפערען מיר האָבען אַריבערגעטראָגען דעם פינטעלע צו רעכטס, און אויב מעגליך, פארקירצען מיר.

איבונגען.

פארוואנדעלט אין געוועהנליכע די פאלגענדע ברוך־צאָהלען:

375) 17.4625; 0.0375; 376) 0.363636...; 0.8(126).

377) 4.00045454545...; 0.27(135); 0.24(571428).

י. פאַרהעלטניסע.

אָפט קומט אויס צו געפינען די פאַרהעלטנים פון איין צאָהל צו אַ צווייטער, עס הייסט אויסצוגעפינען ענטוועדער אויף וויפיעל איז איין צאָהל גרעסער פון דער אַנדערער; אדער וויפיעל מאָל איז איין צאָהל גרעסער פון דער אַנדערער.

מיר ווילען, צ. ב. ש., אויסגעפינען די פאַרהעלטנים פון 12 צו 4. דאָס הייסט, מיר ווילען אויסגעפינען ענטוועדער אויף וויפיעל 12 איז גרעסער פון 4; אדער אין וויפיעל מאָל איז 12 גרעסער פון 4.

אין ערשטען פאַל מאַכען מיר איינפאַך א חיסור:

$$12 - 4 = 8$$

דיעזע פאַרהעלטנים רופט זיך **אריפמעטישע פאַרהעלטנים.** די געקלענערטע (12) רופט זיך דער **ערשטער גליעד** פון דער פאַרהעלטנים; דער פאַרקלענערער (8) — דער **צווייטער גליעד**; און דער אונטערשיעד (4) רופט זיך דער**אונטערשיעד פון דער פאַרהעלטנים.**

אין צווייטען פאַל, עס הייסט ווען מיר ווילען אויסגעפינען, וויפיעל מאָל 12 איז גרעסער פון 4, מאַכען מיר איינפאַך א חילוק:

$$12 : 4 = 3.$$

דיעזע פאַרהעלטנים רופט זיך **געאָמעטרישע פאַרהעלטנים.**

די געטיילטע (12) רופט זיך דער **ערשטער גליעד** פון דער פאַרהעלטנים; דער טיילער (4) — דער **צווייטער גליעד**; און דער חלק (3) — דער **פאַרהעלטנים-ווייזער.**

אריפמעטישע פאַרהעלטניסע.

לאָמיר נעהמען אן אריפמעטישע פאַרהעלטנים פון אירגענד וועלכע צוויי צאָהלען, — פון 20 און 12, צ. ב. ש.:

$$20 - 12 = 8$$

אן אריפמעטישע פארהעלטנים איז דאך נים מעהר און נים ווענינער, ווי א חיסור. און דעריבער קען מען אלעס, וואס מיר האבען אין דער אפהאנדלונג איבער חיסור געזאגט וועגען די גע־גענזייטיגע באציהונגען צווישען דער געקלענערטער, פארקלענערער און דעם אונטערשיעד, אויך זאגען וועגען די באציהונגען צווישען דעם ערשטען מיטגליעד, צווייטען מיטגליעד און דעם אונטערשיעד פון דער פארהעלטנים.

מיר ווייסען, אז די געקלענערטע איז אזוי גרויס, ווי דער פארקלענערער צוזאמען מיט'ן אונטערשיעד:

$$20 = 12 + 8$$

112־טער כלל:

דער ערשטער גליעד איז אזוי גרויס, ווי דער צווייטער צוזאמען מיט'ן אונטערשיעד פון דער פארהעלטנים.

אין חיסור איז דער פארקלענערער אזוי גרויס, ווי די געקלע־נערטע אהן דעם אונטערשיעד:

$$12 = 20 - 8$$

113־טער כלל:

דער צווייטער גליעד פון א אריפמעטישע פארהעלטנים איז אזוי גרויס, ווי דער ערשטער גליעד אהן דעם אונטערשיעד פון דער פארהעלטנים.

לאמיר דא דערמאנען דעם לעזער אן די כללים (פון כלל 16 ביז כלל 20) וועגען די ענדערונגען פון אונטערשיעד אין חיסור: די דאזיגע כללים זיינען, נאטירליך, ריכטיג אויך אין באצוג צום אונ־טערשיעד פון דער פארהעלטנים.

געאמעטרישע פארהעלטניסע.

לאמיר נעהמען א געאמעטרישע פארהעלטנים פון אירגענד וועלכע צוויי צאהלען, — פון 40 און 8, צ. ב. ש., אדער פון 7 און 21. האבען מיר

$$40 : 8 = 5 \text{ און}$$

$$7 : 21 = \tfrac{1}{3}$$

א געאמעטרישע פארהעלטנים איז דאך נים מעהר און נים ווענינער, ווי א חילוק. און דעריבער קען מען אלעס, וואס מיר הא־

בען אין קאַפּיטעל װעגען חילוק געזאָגט װעגען די באַציהונגען צװי־שען דער געטײלטער, דעם טײלער און דעם חלק, אַנװענדען אױך אױף די באַציהונגען צװישען ערשטען גליעד, דעם צװײטען גליעד און דעם פאַרהעלטניס־װײזער.

מיר װײסען, אַז די געטײלטע איז אַזױ גרױס, װי דער טײ־לער געכּפל׳ט אױפ׳ן חלק:

$$8 \times 5 = 40 \text{ און}$$
$$\tfrac{1}{3} \times 21 = 7$$

114־טער כּלל:

דער ערשטער גליעד איז אַזױ גרױס, װי דער צװײטער געכּפל׳ט אױפ׳ן פאַרהעלטניסװײזער.

אין חילוק איז דער טײלער אַזױ גרױס, װי די געטײלטע, צו־טײלט אױפ׳ן חלק:

$$5 : 40 = 8 \text{ און}$$
$$\tfrac{1}{3} : 7 = 21$$

115־טער כּלל:

דער צװײטער גליעד פון אַ געאָמעטרישער פאַרהעלטניס איז אַזױ גרױס, װי דער ערשטער גליעד צוטײלט אױפ׳ן פאַרהעלטניס־װײזער.

לאָמיר דאָ דערמאָנען דעם לעזער אָן די כּללים (פון כּלל 42 ביז כּלל 46) װעגען די ענדערונגען פון חלק אין חילוק; די דאָ־זיגע כּללים זײנען, נאַטירליך, ריכטיג אױך אין באַצוג צום פאַר־העלטניס־װײזער.

לאָמיר אױסגעפינען די געאָמעטרישע פאַרהעלטניס פון די צאָהלען $6\frac{1}{4}$ און $3\frac{1}{2}$. מיר האָבען:

$$6\tfrac{1}{4} : 3\tfrac{1}{2}$$

מיר װײסען, אַז אױף צו טײלען געמישטע צאָהלען פאַר־װאַנדלען מיר זײ פריהער אין ניט־רעגולע ברוך צאָהלען.

האָבען מיר:

$$\tfrac{25}{4} : \tfrac{7}{2}$$

אױך װײסען מיר, אַז פון טײלען די געטײלטע און דעם טײ־לער אױף אײן װעלכע עס איז צאָהל, בלײבט דער חלק אונגעענ־דערט.

לאָמיר זיי כפל'ען אויף זייער געמיינשאפטליכען טיילווייזער (4), האָבען מיר:

$$\frac{25 \cdot 4}{4} : \frac{7 \cdot 4}{2}$$

אָדער 14 : 25, עס הייסט, די פארהעלטנים פון די געמישטע צאָהלען $6\frac{1}{4}$ און $3\frac{1}{2}$ האָבען מיר פארוואנדעלט אין א פארהעלט־נים פון גאנצע צאָהלען.

116־טער כלל:

אַלזאָ, אויף צו פאַרוואַנדלען אַ פאַרהעלטנים פון געמישטע צאָהלען אין אַ פאַרהעלטנים פון גאַנצע, פאַרוואַנדלען מיר זיי אין ניט־רעגולע ברוך־צאָהלען, וועלכע מיר כפל'ען נאָכהער אויף זייער געמיינשאפטליכען טייל־ווייזער.

לאָמיר געפינען די געאָמעטרישע פארהעלטנים פון ברוך־צאָהלען מיט א געמיינשאפטליכען טיילווייזער, פון $\frac{5}{8}$ און $\frac{3}{8}$, צ. ב. ש. מיר האָבען:

$$\frac{3}{8} : \frac{5}{8}$$

ביידע גליעדער קען מען כפל'ען אויף זייער געמיינשאפטלי־כען טייל־ווייזער (און דער פארהעלטנים־ווייזער וועט בלייבען דער זעלבער). וועלען מיר האָבען:

$$3 : 5$$

117־טער כלל:

אַלזאָ, די פאַרהעלטנים פון ברוך־צאָהלען מיט אַ געמיינשאַפטליכען טייל־ווייזער איז דאָס זעלבע, וואָס די פאַרהעלטנים פון זייערע צאָהל־ווייזערס.

יעצט לאָמיר געפינען די פארהעלטנים פון ברוך־צאָהלען מיט'ן זעלבען צאָהל־ווייזער, פון $\frac{5}{9}$ און $\frac{5}{8}$, צ. ב. ש. מיר האָבען:

$$\frac{5}{8} : \frac{5}{9}$$

לאָמיר זיי ביידע כפל'ען אויף זייער געמיינשאפטליכען טיילווייזער (72), וועלען מיר האָבען:

$$5 \cdot 9 : 5 \cdot 8$$

אָדער 40 : 45.

יעצט לאָמיר ביידע גליעדער טיילען אויף 5, באקומען מיר:

$$9 : 8$$

118טער־ כלל:

די פּאַרהעלטניס פון ברוך־צאָהלען מיט די זעלבע צאהל־ווייזערס איז דאס זעלבע, וואס די פּארקעהרטע פאַרהעלטניס פון זייער טייל־ווייזערס.

איבונגען.

ווי ווערט זיך ענדערען דער פאַרהעלטניס־ווייזער פון דער געאָמעטרישער פאַרהעלטניס.

$$420 : 60 = 7$$

378) ווען מיר וועלען דעם ערשטען גליעד כפל'ען אויף 4 און דעם צווייטען אויף 2?

379) ווען מיר וועלען דעם ערשטען כפל'ען אויף 3 און דעם צווייטען אויף 6?

380) ווען מיר וועלען דעם ערשטען גליעד טיילען אויף 6 און דעם צווייטען אויף 3?

381) ווען מיר וועלען דעם ערשטען גליעד טיילען אויף 5 און דעם צווייטען אויף 10?

382) ווען מיר וועלען דעם ערשטען כפל'ען אויף 4 און דעם צווייטען טיילען אויף 3?

383) ווען מיר וועלען דעם ערשטען טיילען אויף 10 און דעם צווייטען כפל'ען אויף 2?

געפינט די פאַרהעלטניסע פון די פאלגענדע געמישטע צאָהלען:

384) $11\frac{1}{3} : 17$; 385) $15\frac{5}{7} : 5\frac{1}{2}$; 386) $2.18 : 0.5$; 387) $0.5(3) : 1.(7)$.

וואס איז די פאַרהעלטניס פון די פאלגענדע ברוך־צאָהלען:

388) $\frac{3}{4} : \frac{8}{7}$; 389) $2\frac{3}{10} : 11\frac{1}{2}$; 390) $\frac{8}{9} : \frac{7}{9}$; 391) $\frac{15}{22} : \frac{13}{22}$

יא. פּראָפּאָרציעס.

אריפמעטישע פּראָפּאָרציע.

מיט 5 יאהר צוריק איז דער ברודער אַלט געווען 15 יאהר, און די שוועסטער 6 יאהר. יעצט איז דער ברודער, נאַטירליך, 20, און די שוועסטער 11 יאהר. דער ברודער איז אַלזאָ עלטער גע־וואָרען אויף 15—20 יאהר, און די שוועסטער אויף 6—11 יאהר. מיר האָבען דאָ צוויי אריפמעטישע פארהעלטניסע מיט איין און דעם זעלבען אונטערשיעד פון דער פארהעלטנים: 15—20 און 6—11. ווי באַלד איין פארהעלטנים איז פּונקט אַזוי גרויס (5), ווי די צווייטע, קען מען זיי שרייבען, ווי פאָלגט:

6 — 11 = 15 — 20.

אַ רעכענונג ווי דיזע, וואָס באַשטעהט פון צוויי גלייכע אריפמעטישע פארהעלטניסע, רופט זיך **אריפמעטישע פּראָפּאָר־ציע.**

די אריפמעטישע פּראָפּאָרציע לייענט זיך, ווי פאָלגט: 20 אי מיט אַזוי פיעל גרעסער פון 15, מיט וויפיעל 11 איז גרעסער פון 6.

אַן אריפמעטישע פּראָפּאָרציע, אַלזאָ, באַשטעהט פון 4 צאָה־לען, וועלכע זיינען צווישען זיך אין אַזאַ צוזאַמענהאַנג, דאָס די ערשטע איז אויף אַזוי פיעל גרעסער פון די צווייטע, אויף וויפיעל די דריטע איז גרעסער פון די פערטע.

און פאַרקעהרט: ווען פיער צאָהלען זיינען אין אַזאַ צוזאַ־מענהאַנג, דאָס איינע איז אויף אַזוי פיעל גרעסער פון די צוויי־טע, אויף ווי פיעל די דריטע איז גרעסער פון די פערטע, קען מען פון זיי צוזאַמענשטעלען אַן אריפמעטישע פּראָפּאָרציע.

לאָמיר נעהמען די אויבען־געבראַכטע פּראָפּאָרציע:

6 — 11 = 15 — 20.

דער ערשטער גליעד פון דער ערשטער פּאַרהעלטניס (20) און דער צווייטער גליעד פון דער צווייטער פּאַרהעלטניס (6) רופען זיך די עקסטרעמע גליעדער פון דער פּראָפּאָרציע; דער צווייטער גליעד פון דער ערשטער פּאַרהעלטניס (15) און דער ערשטער גילעד פון דער צווייטער פּאַרהעלטניס (11) רופען זיך די מיטעלע גליעדער פון דער פּראָפּאָרציע.

געאָמעטרישע פּראָפּאָרציע.

נעכטען האָט איהר געקויפט 4 עפּעל פּאַר 10 סענט, און היינט 8 עפּעל פּאַר 20 סענט. מיט אַנדערע ווערטער, געלד האָט איהר אויסגעגעבען 10 : 20 מאָל מעהר ווי נעכטען; און דערפּאַר האָט איהר געקראָגען 4 : 8 מאָל מעהר סחורה ווי נעכטען. מיר האָבען די צוויי געאָמעטרישע פּאַרהעלטניסע מיט איין און דעם זעלבען פּאַרהעלטניסווייזער — 10 : 20 און 4 : 8. ווי באַלד איין פּאַרהעלטניס איז פּונקט אַזוי גרויס, ווי די צווייטע, קען מען זיי שרייבען, ווי פאָלגט:

$$20 : 10 = 8 : 4$$

אַ רעכענונג, ווי דיעזע, וואָס באַשטעהט פון צוויי גלייכע געאָמעטרישע פּאַרהעלטניסע, רופט זיך געאָמעטרישע פּראָפּאָרציע.

די געאָמעטרישע פּראָפּאָרציע לייענט זיך, ווי פאָלגט: 20 איז אַזוי פיעל מאָל גרעסער פון 10, ווי פיעל מאָל 8 איז גרעסער פון 4.

אַ געאָמעטרישע פּראָפּאָרציע, אַלזאָ, באַשטעהט פון 4 צאָהלען, וועלכע זיינען צווישען זיך אין אַזאַ צוזאַמענהאַנג, דאָס די ערשטע איז אַזוי פיעל מאָל גרעסער פון די צווייטע, וויפיעל מאָל די דריטע איז גרעסער פון די פערטע.

און פאַרקעהרט: ווען פיער צאָהלען זיינען אין אַזאַ צוזאַמענהאַנג, דאָס איינע איז אַזוי פיעל מאָל גרעסער (אָדער קלענער) פון די צווייטע, ווי פיעל מאָל די דריטע איז גרעסער אָדער קלענער) פון די פערטע, קען מען פון זיי צוזאַמענשטעלען אַ געאָמעטרישע פּראָפּאָרציע.

לאָמיר ווידער נעהמען די אויבען־געבראכטע פּראָפּארציע:

$$20 : 10 = 8 : 4$$

דער ערשטער גליעד פון דער ערשטער פארהעלטניס (20) און דער צווייטער גליעד פון דער צווייטער פארהעלטניס (4) רופען זיך די עקסטרעמע גליעדער פון דער פארהעלטניס; דער צווייטער גליעד פון דער ערשטער פארהעלטניס (10) און דער ערשטער גליעד פון דער צווייטער פארהעלטניס (8) רופען זיך די מיטעלע גליעדער פון דער פּראָפּארציע.

אין דער פּראָפּארציע 4 : 8 = 10 : 20 איז דער פארהעלט־ניס־ווייזער א גאנצע צאָהל, ווארים אין יעדער פון די ביידע פאר־העלטניסע איז דער ערשטער גליעד גרעסער פון צווייטען גליעד.

מיר האָבען דאָך אבער געקענט צוזאמענשטעלען א פּראָפּאר־ציע אויך אויף אזא אופן: עפּעל האָט איהר נעכטען געקויפט 4 : 8 מאָל ווענינער ווי היינט, און געלד האָט איהר דארום באַ־צאָהלט 20 : 10 מאָל ווענינער ווי היינט. מיר קענען דארום צו־זאמענשטעלען אזא פּראָפּארציע: נעכטען האָבען מיר אויסגע־געבען אזוי פיעל מאָל ווענינער געלד ווי היינט, ווי פיעל מאָל עפּעל מיר האָבען נעכטען געקויפט ווענינער ווי היינט. אין צי־פערען דריקען מיר דאס אוים ווי פאָלגט:

$$10 : 20 = 4 : 8$$

אין דיעזער פּראָפּארציע איז דער פארהעלטניס־ווייזער א ברוך־צאָהל, ווארים אין יעדער פון די ביידע פארהעלטניסע איז דער ערשטער גליעד קלענער פון צווייטען גליעד.

איבונגען:

שטעלט צונויף אן אריפמעטישע פּראָפּארציע פון די צאָה־לען:

392) 6, 18, 28, 40; 393) 45, 35, 40, 50;
394) 27, 54, 63, 90.

שטעלט צונויף אן אריפמעטישע פּראָפּארציע, אין וועלכער

395) דער אונטערשיעד פון דער פארהעלטניס זאָל זיין 4;
396) דער אונטערשיעד זאָל זיין — 9;
397) דער אונטערשיעד זאָל זיין — 15;

398) דער אונטערשיעד זאָל זיין — 28.

שטעלט צונויף געאָמעטרישע פראפארציעס פון די צאָהלען:

399) 2, 10, 5, 25; 400) 6, 2, 9, 3:

401) אין 1818 האָט דער וועלט־האַנדעל באַטראָפען $2,000,000,000; אין 1850 האָט ער שוין באַטראָפען $4,000,000,000; אין 1900 — $20,000,000,000 און אין 1913 — $40,000,000,000. שטעלט צונויף אַ פּראָפּאָרציע פון די אָנגערופענע סומען.

שטעלט צונויף א געאָמעטרישע פראפארציע, אין וועלכער

402) דער פארהעלטניס־וויזער זאָל זיין 4;
403) דער פאַרהעלטניס־וויזער זאָל זיין ½;
404) דער פאַרהעלטניס־וויזער זאָל זיין 6;
405) דער פאַרהעלטניס־וויזער זאָל זיין $\frac{1}{10}$;

אייגענשאפטען פון דער אַריפמעטישער פראפארציע.

לאָמיר נעהמען די אריפמעטישע פראפארציעס:

$$25 - 15 = 20 - 10;$$
$$40 - 29 = 36 - 25;$$
$$70 - 40 = 50 - 20.$$

לאָמיר אין דער ערשטער פראפארציע צונויפלעגען די עקס־טרעמע גליעדער צוזאמען, און די מיטעלע גליעדער צוזאמען. די סומע פון די עקסטרעמע (10+25) איז 35, און די סומע פון די מיטעלע (15+20) איז אויך 35. דאָס הייסט, די סומע פון די עקסטרעמע איז אזוי גרויס, ווי די סומע פון די מיטעלע.

דאָס זעלבע באמערקען מיר אין דער צווייטער פראפארציע: די סומע פון די עקסטרעמע (25+40) איז 65, און אויך די סומע פון די מיטעלע (35+29) איז 65. און דאָס זעלבע זעהען מיר אויך אין דער דריטער: די סומע פון די עקסטרעמע איז 90, און די סומע פון די מיטעלע איז 90.

119־טער כלל:

אין יעדער אַריפמעטישער פּראָפּאָרציע איז די סומע פון די עקסטרעמע גליעדער אַזוי גרויס, ווי די סומע פון די מיטעלע.

ווי צו געפינען אַן אונבאַוואוסטען גליעד.

מיט דיעזען כלל באַנוצען מיר זיך, ווען איינער פון די גליעדער פון דער פּראָפּאָרציע איז ניט אָנגעגעבען. אָט, צ. ב. ש.:

$$80 - 50 = 40 - X$$

[X איז דער לאַטיינישער בוכשטאַב „עקס". אין מאַטעמאַטיק ווערט X, אַזוי גוט ווי די לאַטנישע בוכשטאַבען Y (וואוּאַי), Z (זעט) און אַנדערע, געברויכט אויף אָנצודייטען, אַז אַ צאָהל איז ניט אָנגעגעבען, איז אונבאַוואוסט.]

אין דיעזען ביישפּיעל איז ניט אָנגעגעבען דער לעצטער גליעד, עס הייסט איינער פון די עקסטרעמע. די סומע פון די מיטעלע איז 40+50, עס הייסט 90. דעריבער מוז די סומע פון די עקסטרעמע אויך זיין 90. איינער פון די עקסטרעמע איז 80. און דעם צווייטען עקסטרעמען קענען מיר לייכט אויסגעפינען דורך אַרונטערנעהמען 80 פון 90. דער צווייטער עקסטרעמער וועט זיין 10.

די פּראָפּאָרציע אַלזאָ איז דאַרום ווי פאָלגט:

$$80 - 50 = 40 - 10$$

נאָך אַ ביישפּיעל:

$$75 - X = 60 - 25$$

אין דיעזען ביישפּיעל פעהלט אונז איינער פון די מיטעלע גליעדער. די סומע פון די עקסטרעמע איז 25+75, עס הייסט 100. איין מיטעלע איז 60. איז דער צווייטער מיטעלער 60—100, עס הייסט 40. די פּראָפּאָרציע איז:

$$75 - 40 = 60 - 25.$$

120־טער כלל:

אום צו געפינען אַן עקסטרעמען גליעד פון אַ פּראָפּאָרציע, דאַרף מען פון דער סומע פון די מיטעלע־גליעדער אַרונטערנעמען דעם צווייטען עקסטרעמען; אום צו געפינען אַ מיטעלען, דאַרף מען פון דער סומע פון די עקסטרעמע גליעדער אַרונטערנעמען דעם צווייטען מיטעלען.

איבונגען :

געפינט די ניט אָנגעגעבענע גליעדער אין די פאלגענדע פּראָ־פּאָרציעס :

406) $78 - 33 = 95 - X$. 407) $19 - X = 27 - 20$.
408) $X - 50 = 33 - 22$. 409) $75 - 60 = X - 66$.

ניט־אונטערבראכענע פּראָפּאָרציעס.

אין די פּראפּאָרציעס, וואס מיר האָבען ביז אהער געוויזען זיי־נען געווען 4 פארשיעדענע צאָהלען. עס קען אבער אויך זיין א פּראפּאָרציע נאָר פון דריי פארשיעדענע צאָהלען : אין אזא פאל ווידערהאלט זיך איין צאָהל צוויי מאָל.

אָט, צ. ב. ש., אין דער פּראפּאָרציע

$$100 - 60 = 60 - 20$$

זיינען די מיטעלע גליעדער גלייך איינער צום אנדערען. אין דער פּראפּאָרציע

$$94 - 63 = 125 - 94$$

זיינען די עקסטרעמע גליעדער גלייך איינער צום אנדערען.

א פּראפּאָרציע, וואו איין גליעד ווידערהאָלט זיך, רופט זיך ניט־אונטערבראכענע. דער גליעד וואס ווידערהאָלט זיך, רופט זיך דער אריפמעטישער מיטען פון די איבריגע צוויי גליעדער.

אריפמעטישער מיטען פון צוויי צאָהלען.

לאָמיר נעהמען א ניט־אונטערבראכענע פּראפּאָרציע, אין וועלכער דער אריפמעטישער מיטען איז ניט אָנגעגעבען :

$$25 - X = X - 15$$

מיר ווייסען, אז די סומע פון די מיטעלע איז פונקט אזוי גרויס, ווי די סומע פון די עקסטרעמע. די סומע פון די עקסטרע־מע איז אין דיעזען פאל 40. די סומע פון די מיטעלע, אדער צוויי אריפמעטישע מיטענס, מוז אויך זיין 40. אויב צוויי אריפמע־טישע מיטענס איז 40, איז איין אריפמעטישער מיטען — 40 גע־טיילט אויף 2, עס הייסט 20. דער חשבון איז ווי פאלגט :

$$X = \frac{25+15}{2} = \frac{40}{2} = 20$$

די פראפארציע אלזא דארף זיין:

$$25 - 20 = 20 - 15$$

20, אלזא, איז דער אריפמעטישער מיטען פון די צאהלען 25 און 15.

אויף אן עהנליכען אופן געפינען מיר דעם אריפמעטישען מיטען אויך אין דער פאלגענדער ניט־אונטערבראכענער פראפארציע:

$$X - 70 = 130 - X$$

$$X = \frac{70 + 130}{2} = \frac{200}{2} = 100$$

מיר לעגען אלזא צוזאמען די מיטעלע, באקומען מיר 200. דיעזע סומע צוטיילען מיר אויף 2. די פראפארציע דארף זיין:

$$100 - 70 = 130 - 100$$

121־טער כלל:

אויף צו געפינען דעם אריפמעטישען מיטען פון צוויי צאהלען, צוטיילען מיר זייער סומע אויף 2.

עס איז לייכט צו זעהן, אז דער אריפמעטישער מיטען פון צוויי צאהלען איז דאס זעלבע, וואס די דורכשניטליכע פון דיעזע צוויי צאהלען.

ווי מיר האבען געוויזען אין א פריהערדיגען קאפיטעל, געפינען מיר די דורכשניטליכע פון צוויי און פון מעהר ווי צוויי צאהלען דורך דעם, וואס מיר צוטיילען די סומע פון די געגעבענע צאהל אויף די צאהל צאהלען.

איבונגען:

געפינט די דורכשניטליכע (אריפמעטישע מיטען) פון די צאהלען:

410) 7.25; 0.07; 23.; 8.6.

411) 9484; 8428; 758; 7652; 649.

412) $3\frac{1}{2}$; $21\frac{5}{9}$; $40\frac{17}{25}$; $9\frac{4}{9}$.

אייגעשאפטען פון דער געאָמעטרישער פראפארציע.

נעהמט אירגענד װעלכע געאָמעטרישע פראפארציע:

$$18 : 9 = 64 : 32$$

$$15 : 45 = 7 : 21$$

$$4.4 : 26.4 = 5.(7) : 34.(6)$$

$$9\frac{3}{4} : 19\frac{1}{2} = 98 : 49$$

לאָמיר אין דער ערשטער פון דיעזע פראפארציעס כפל'ען צװישען זיך די עקסטרעמע גליעדער באזונדער און די מיטעלע באזונדער. דער פראדוקט פון די עקסטרעמע איז 576, און דער פראדוקט פון די מיטעלע איז אויך 576: דער פראדוקט פון די עקסטרעמע איז פונקט אזוי גרויס, װי דער פראדוקט פון די מיטעלע ארטיקלען.

אין דער צװייטער פראפארציע איז דער פראדוקט פון די עקסטרעמע 315, און דער פראדוקט פון די מיטעלע אויך 315: דער פראדוקט פון די עקסטרעמע איז דאָס זעלבע, װאס דער פראדוקט פון די מיטעלע.

דער פראדוקט פון די עקסטרעמע אין דער דריטער פראפארציע איז $152\frac{8}{15}$. און אויך דער פראדוקט פון די מיטעלע איז $152\frac{8}{15}$.

אין דער פערטער פראפארציע איז דער פראדוקט פון די עקסטרעמע $477\frac{3}{4}$, און אויך דער פראדוקט פון די מיטעלע איז $477\frac{3}{4}$.

122־טער כלל:

אין יעדער געאָמעטרישער פראָפּאָרציע איז דער פראָדוקט פון די עקסטרעמע גליעדער פונקט אַזוי גרויס, װי דער פראָדוקט פון די מיטעלע.

װי צו געפינען אן אונבאװאוסטען גליעד.

מיט דיעזען כלל באנוצען מיר זיך, װען איינער פון די גליעדער פון דער פראפארציע איז ניט אָנגעגעבען. אָט, צ. ב. ש.

$$2\frac{3}{7} = 238 = 5 : X$$

דאָ איז ניט אנגעגעבען דער צװייטער עקסטרעמער. דער פראדוקט פון די מיטעלע איז 1190. װי מיר װייסען, דארף אויך דער פראדוקט פון די עקסטרעמע, עס הייסט פון $2\frac{3}{7}$ און פון דעם

ניט־אָנגעגעבענעם גליעד, אויך זיין 1190. און אום צו געפינען דעם ניט־אָנגעגעבענעם דארף מען דארום 1190 צוטיילען אויף $2\frac{3}{7}$. באַ־קומען מיר 490.

די פראפארציע אלזא איז:

$$2\frac{3}{7} : 238 = 5 : 490$$

נאָך אביישפיעל:

$$80 : X = 144 : 9$$

אין דיזען ביישפיעל פעהלט א מיטעלער גליעד. דער פּראָ־דוקט פון די עקסטרעמע איז 720; און דער פראדוקט פון ניט־אָנגעגעבענעם אויף 144 דארף דארום אויך זיין 720. ווען מיר דעם ניט־אָנגעגעבענעם באקומען פון צוטיילען 270 אויף 144. דער ניט־אָנגעגעבענער איז 5, און די פראפארציע וועט זיין:

$$80 : 5 = 144 : 9$$

123-טער כלל:

אויף צו געפינען אַן עקסטרעמען גליעד פון אַ געאָמעטרישע פּראָ־פּאָרציע צוטיילען מיר דעם פּראָדוקט פון די מיטעלע אויפ׳ן צווייטען עקסטרעמען; אויף צו געפינען אַ מיטעלען גליעד פון אַ געאָמעטרישע פּראָפּאָרציע צוטיילען מיר דעם פּראָדוקט פון די עקסטרעמע אויפ׳ן אָנ־געגעבענעם מיטעלען.

איבונגען:

געפינט די ניט אָנגעגעבענע גליעדער פון די פאלגענדע פּראָ־פּארציעס:

413) $5.14 : 3.2 = X : 06.$

414) $9 : 873 = 64 : X.$

415) $X : 7\frac{15}{16} = 1.(2) : 6\frac{11}{8}.$

416) אַ סלופּ פון 5 פוס 6 אינטשעס הויך וואַרפט פון זיך אַ שאָטען פון 6 פוס 6 אינטשעס לאַנג; ווי לאַנג איז דער שאָטען פון אַ טהורם 221 פוס הויך?

417) אַ בוים 8 3פוס הויך וואַרפט פון זיך אַ שאָטען 40 פוס לאַנג. ווי לאַנג איז דער שאָטען פון אַ סלופּ פון 75 פוס הויך.

פארוואנדלונגען פון איין פראפארציע אין א רייהע אנדערע פראפארציעס.

מיר האבען א פראפארציע :

1) $20 : 5 = 8 : 2$

דער פראדוקט פון די מיטעלע איז 40. דער פראדוקט פון די עקסטרעמע מוז אויך זיין 40, אהן אונטערשיעד וועלכע פון די עקסטרעמע (20 אדער 2) עס שטעהט אויפ׳ן ערשטען אדער אויפ׳ן פערטען פלאץ. דער פראדוקט פון די עקסטרעמע וועט זיך ניט ענדערען פון דעם, וואס דעם גליעד 2 וועלען מיר אוועקשטעלען אויפ׳ן ערשטען פלאץ, און דעם גליעד 20 אויפ׳ן לעצטען פלאץ. מיר וועלען דאן האבען א פראפארציע

2) $2 : 5 = 8 : 20$

אויף אן עהנליכען אופן קענען מיר אין אונזער פראפארציע (2 : 8 = 5 : 20) בייטען די פלעצער פון די מיטעלע. וועלען מיר האבען א פראפארציע :

3) $20 : 8 = 5 : 2$

מיר קענען ענדערען די פלעצער אי פון די עקסטרעמע און אי פון די מיטעלע. וועלען מיר האבען :

4) $2 : 8 = 5 : 20$

אין אונזער פראפארציע (2 : 8 = 5 : 20) קענען מיר בייטען די פלעצער פון די פארהעלטניסע. דאס הייסט : שטעלען די צווייטע פארהעלטניס אויפ׳ן ערשטען פלאץ, און די ערשטע אויפ׳ן צווייטען.

5) $8 : 2 = 20 : 5$

אין דיעזער פראפארציע קענען מיר אויך בייטען די פלעצער פון די עקסטרעמע, וועלען מיר האבען :

6) $5 : 2 = 20 : 8$

אדער בייטען די פלעצער פון די מיטעלע :

7) $8 : 20 = 2 : 5$

אדער אי פון די עקסטרעמע, אי פון די מיטעלע :

8) $5 : 20 = 2 : 8$

124 - טער כלל:

פון איין פראָפּאָרציע קען מען מאַכען 8 פּראָפּאָרציעס:

1) די געגעבענע פּראָפּאָרציע.

2) די פּראָפּאָרציע באַקומען פון בייטען די פלעצער פון די עקסטרעמע.

3) פון בייטען די פלעצער פון די מיטעלע.

4) פון בייטען די פלעצער אי פון די עקסטרעמע, אי פון די מיטעלע.

5) פון איבערשטעלען די פאַרהעלטניסע.

6) פון איבערשטעלען אין דער נייער (פּראפּארציע 5) די עקסטרעמע.

7) פון איבערשטעלען די מיטעלע.

8) פון איבערשטעלען אי די עקסטרעמע, אי די מיטעלע.

איבונגען:

418) וואָס'ערע פּראפּארציעס קען מען באַקומען פון דער פּראפּארציע 7 : 28 = 24 : 96; פון דער פּראפּארציע 9 : 54 = 17 : 102.

ענדערונג פון פאַרהעלטניס-ווייזער.

לאָמיר נעהמען די פּראפּארציע:

$$72 : 24 = 60 : 20$$

וואָס וועט זיין, ווען מיר ווילען כפל'ען די ערשטע גליעדער פון דיביידע פאַרהעלטניסע אויף א וועלכע עס איז צאָהל, אויף 2, צ. ב. ש.? פון דעם, וואָס מיר ווילען כפל'ען 72 אויף 2, וועט דער פאַרהעלטניס-ווייזער פון דער ערשטער פאַרהעלטניס אויך ווערען גע'כפל'ט אויף 2; פון דעם, וואָס מיר ווילען כפל'ען 60 אויף 2, וועט דער פאַרהעלטניס-ווייזער פון דער צווייטער פאַרהעלטניס אויך ווערען גע'כפל'ט אויף 2. די פאַרהעלטניס-ווייזערס פון די ביידע פאַרהעלטניסע ווערען אלזא ביידע גע'כפל'ט אויף איין און די זעלבע צאָהל און וועלען דארום בלייבען גלייך איינער צום אנדערען. און די האַרמאָניע ווערט ניט צושטערט. מיר וועלען האָבען דאַן 20 : 120 = 24 : 144, וואו דער פאַרהעלטניס-ווייזער פון יעדער פאַרהעלטניס איז 6 אנשטאט 3, עס הייסט צוויי מאָל גרעסער.

עס פארשטעהט זיך, אז די פראפארציע ווערט ניט צושטערט אויך אין פאל, ווען מיר טיילען די ערשטע גליעדער פון דיביידע פארהעלטניסע אויף איין און די זעלבע צאהל, אויף 4, צ. ב. ש. מיר באקומען א נייע פראפארציע, יואו דער פארהעלטניסוויי־זער פון יעדער פארהעלטנים וועט שוין זיין 4 מאל קלענער, ווי דער פארהעלטנים־ווייזער פון דער געגעבענער פראפארציע, עס הייסט ¾ אנשטאט 3:

$$18 : 24 = 15 : 20$$

לאמיר אין אונזער פראפארציע (20 : 60 = 24 : 72) כפל'ען די צווייטע גליעדער פון די ביידע פארהעלטניסע אויף א וועלכע עס איז צאהל, אויף 5, צ. ב. ש. דער רעזולטאט יועט זיין, אז דער פארהעלטנים־ווייזער פון יעדער פארהעלטנים וועט ווערען 5 מאל קלענער. מיר וועלען וויעדער האבען א פראפארציע, נאר מיט א פארהעלטנים־ווייזער $\frac{3}{5}$, וואס איז 5 מאל קלענער ווי אין דער געגעבענער:

$$72 : 120 = 60 : 100$$

די פראפארציע יוערט ניט צושטערט אויך אין פאל, ווען מיר טיילען די צווייטע גליעדער פון די ביידע פארהעלטניסע אויף איין און די זעלבע צאהל, אויף 4, צ. ב. ש. מיר באקומען א נייע פראפארציע מיט א פארהעלטנים־ווייזער 12, וואס איז 4 מאל גרעסער ווי אין דער געגעבענער פראפארציע:

$$72 : 6 = 60 : 5$$

מיר ווייסען, אז פון פארגרעסערען אדער פארקלענערען בייי־דע גליעדער פון א געאמעטרישער פארהעלטנים אויף א יועלכע עס איז צאהל, ענדערט זיך ניט דער פארהעלטנים־ווייזער. און דעריבער קענען מיר אירגענד וועלכע פון די פארהעלטניסע פון דער פראפארציע כפל'ען אדער טיילען אויף א וועלכע עס איז צאהל, אדער מיר קענען איין פארהעלטנים כפל'ען און די צוויי־טע טיילען אויף א וועלכע עס איז צאהל, און די פראפארציע ווערט ניט צושטערט.

לאמיר, צ. ב. ש., כפל'ען די ערשטע פארהעלטנים אויף 3. וועלען מיר האבען:

$$216 : 72 = 60 : 20$$

אדער לאָמיר טיילען די ערשטע פארהעלטנים אויף 6. ווע־לען מיר האָבען:

$$12 : 4 = 60 : 20$$

לאָמיר די צווייטע פארהעלטנים כפל'ען אויף 5. וועלען מיר האָבען:

$$72 : 24 = 300 : 100$$

אָדער לאָמיר איהר טיילען אויף 5. וועלען מיר באקומען:

$$72 : 24 = 12 : 4$$

לאָמיר די ערשטע פארהעלטנים כפל'ען אויף 10, און די צווייטע טיילען אויף 20. וועלען מיר באקומען:

$$720 : 240 = 3 : 1$$

די פראפארציע ווערט אין קיינעם פון דיזע אלע פעלע ניט צושטערט.

125־טער כלל:

א) מען קען די ערשטע אדער די צווייטע גליעדער פון דיביידע פארהעלטניסע פון א פראפארציע כפל'ען אדער טיילען אויף א וועלכע עס איז צאָהל;

ב) מען קען די ערשטע גליעדער פון די ביידע פארהעלטניסע כפל'ען אויף איין צאָהל און די צווייטע גליעדער פון די ביידע פאר־העלטניסע כפל'ען אויף דיזעלבע אָדער אויף אַנאַנדער צאָהל;

ג) מען קען די ערשטע פארהעלטנים כפל'ען אויף אַ צאָהל, און די צווייטע — טיילען אויף דיזעלבע אָדער אויף אַנאַנדער צאָהל.

פארקירצונג פון א געאָמעטרישע פראפארציע.

מיט דיזע כללים באנוצען מיר זיך אויף צו פארקירצען א פראפארציע אדער צו באזייטיגען פון איהר ברוך־צאָהלען.

מיר האָבען צ. ב. ש., א פראפארציע:

$$72 : 96 = 90 : 120$$

אזוי ווי דער פארהעלטנים־ווייזער פון א פארהעלטנים ענ־דערט זיך ניט פון צוטיילען ביידע איהרע גליעדער אויף אירגענד וועלכע צאָהל, קענען מיר פארקירצען (עם הייסט טיילען) די גליע־דער פון דער ערשטער פארהעלטנים אויף 24, און די גליעדער פון דער צווייטער פארהעלטנים אויף 30. האָבען מיר:

$$3 : 4 = 3 : 4$$

אזוי ווי מען קען די ערשטע גליעדער פון ביידע פאַרהעלט־ניסע כפל'ען אדער טיילען אויף א וועלכע עס איז צאָהל, פאַר־קירצען מיר 72 און 90 אויף 18. האָבען מיר:

$$4 : 96 = 5 : 120$$

אזוי ווי מען קען די צווייטע גליעדער פון די ביידע פאַר־העלטניסע כפל'ען אדער טיילען אויף א וועלכע עס איז צאָהל, פאַרקירצען מיר 96 און 120 אויף 24. האָבען מיר:

$$72 : 4 = 90 : 5$$

126־טער כלל:

מען קען יעדען עקסטרעמען פארקירצען מיט יעדען מיטעלען.

באזייטיגונג פון ברוך־צאָהלען פון א געאמעטרישער פּראָ־פּאָרציע.

לאָמיר נעהמען א פּראָפּאָרציע, וואס ענטהאַלט ברוך־צאָה־לען:

$$6\frac{1}{4} : 7\frac{1}{2} = 4\frac{9}{7} : 5\frac{29}{35}$$

לאָמיר פארוואנדלען די געמישטע צאָהלען אין ניט־רעגולע ברוך־צאָהלען:

$$\frac{25}{4} : \frac{15}{2} = \frac{34}{7} : \frac{204}{35}$$

די ערשטע פאַרהעלטניס כפל'ען מיר אויף 4.

$$25 : 30 = \frac{34}{7} : \frac{204}{35}$$

די צווייטע כפל'ען מיר אויף 35. האָבען מיר:

$$25 : 30 = 170 : 204$$

מיר האָבען אלזא באקומען א פּראָפּאָרציע דורכאויס פון גאנ־צע צאָהלען. די פּראָפּאָרציע קען מען פארקירצען: די ערשטע פאַרהעלטניס פאַרקירצען מיר אויף 5 און די צווייטע אויף 34. האָבען מיר:

$$5 : 6 = 5 : 6$$

די ברוך־צאָהל וואלטען מיר געקענט באזייטיגען אויך אויף אזא אופן: מיר ברענגען די ברוך־צאָהלען צו א געמיינשאפט־ליכען טיילוויזער (140):

$$\frac{875}{140} : \frac{1050}{140} = \frac{680}{140} : \frac{816}{140}$$

און נאָכהער כפל'ען מיר זיי אויפ'ן געמיינשאפטליכען טייל־ווייזער (140). האָבען מיר:

$$875 : 1050 = 680 : 816$$

די ערשטע פארהעלטנים פון דיעזער פראפארציע פארקירצען מיר אויף 175 און די צווייטע אויף 102. האָבען מיר:

$$5 : 6 = 5 : 6$$

לאָמיר באזייטיגען די ברוך־צאָהלען פון דער פאלגענדער פראפארציע:

$$5.2 : 0.13 = 0.72 : 0.018$$

די דעצימאלע ברוך־צאָהלען ברייגגען מיר צו א געמיינשאפטליכען טייל־ווייזער. פאר דיעזען צוועק גלייכען מיר אוים די צאָהל דעצימאלע ציפערען אין אלע דיעזע ברוך־צאָהלען. באקומען מיר:

$$5.200 : 0.130 = 0.720 : 0.018$$

דער געמיינשאפטליכער טייל־ווייזער איז 1000. כפל'ען מיר אלע דיעזע צאָהלען אויף 1000, באקומען מיר א פראפארציע פון גאנצע צאָהלען:

$$5200 : 130 = 720 : 18$$

אין אונזער פראפארציע קען מען די ערשטע פארהעלטנים פארקירצען אויף 130, און די צווייטע אויף 18. און די פראפארציע וועט זיין:

$$40 : 1 = 40 : 1$$

איבונגען:

פארקירצט די פאלגענדע פראפארציעס:

419) 150 : 75 = 64 : 32;

420) 360 : 120 = 321 : 107.

421) 175 : 91 = 400 : 208.

422) 420 : 582 = 1190 : 1649.

423) $6\frac{2}{3} : 5\frac{1}{3} = 30 : 24$;

424) $11\frac{1}{9} : 27\frac{7}{9} = 0.4 : 1$.

ניט־אונטערבראכענע געאָמעטרישע פראפארציעס.

יעדער פון די פראפארציעס, וואס מיר האָבען ביז יעצט גע־וויזען, איז באשטאנען פון פיער פארשיעדענע צאָהלען. עס קען אבער זיין א פראפארציע, וואס ענטהאלט נאָר דריי פארשיעדענע צאָהלען, עס הייסט וואו איין גליעד ווידערהאָלט זיך צוויי מאָל.

אָט, צ. ב. ש.:

$$18 : 6 = 6 : 2$$

אדער:

$$96 : 48 = 192 : 96$$

א געאָמעטרישע פראפארציע, וואו איין גליעד ווידערהאָלט זיך צוויי מאָל, רופט זיך ניט־אונטערבראָכענע פראָפאָרציע. און דער גליעד, וואס ווידערהאָלט זיך, רופט זיך דער געאָמעטרישער מיטען פון די איבריגע צוויי צאָהלען.

אין דער ערשטער פון די אקארשט געבראכטע ניט אונטער־בראכענע פראפארציעס האָבען מיר:

$$18 \cdot 2 = 6 \cdot 6 = 6^2$$

אדער:

$$6^2 = 18 \cdot 2$$

דער סקווער, אלזא, פון געאָמעטרישען מיטען פון די צאָה־לען איז דער פראדוקט פון די צאָהלען. און דער געאָמעטרישער מיטען וועט זיין:

$$6 = \sqrt{18 \cdot 2} = \sqrt{36}$$

אין דער צווייטער פון די געבראכטע ניט־אונטערבראכענע פראפארציעס האָבען מיר:

$$96^2 = 48 \cdot 192$$

עס הייסט: $96 = \sqrt{48 \cdot 192}$

אלזא, דער געאמעטרישער מיטען פון 2 צאָהלען איז דער סקווער ווארצעל פון פראדוקט פון די דאזיגע צאָהלען. דער גע־אָמעטרישער מיטען פון 3 צאָהלען וועט זיין דער קוב וואָרצעל פון פראדוקט פון די דריי צאָהלען. דער געאָמעטרישער ווארצעל פון 4 צאָהלען וועט זיין דער ווארצעל פון פערטען גראד פון פראדוקט פון די פיער צאָהלען.

127-טער כלל:

אויף צו געפינען דעם געאָמעטרישען מיטען פון עטליכע צאָהלען כפל'ען מיר פריהער די אלע צאָהלען און געפינען דעם וואָרצעל פון אזא גראד וואס זיין ווארצעל-ווייזער איז די צאָהל צאָהלען.

סקווער און קוב ווארצלען פון קלענערע צאָהלען האָבען מיר אין א פריהעריגען קאפיטעל אנגעוויזען אין טאבעלען. אויף צו געפינען ווארצלען פון גרעסערע צאָהלען פאדערט זיך שוין באַקאנטשאפט מיט אלגעברא.

איבונגען :

געפינט די געאָמעטרישע מיטענס פון די צאָהלען:

425) $\frac{2}{3}$; 6; 426) $1\frac{1}{14}$; $8\frac{2}{5}$; 427) $12\frac{1}{2}$; 2;
428) 3; 12; 429) $8\frac{2}{5}$; $5\frac{5}{6}$; 430) 3.8; $\frac{2}{7}$;
431) 16; 4; 432) $1\frac{1}{8}$; 72; 433) 50; 2.
434) $\frac{3}{4}$; 1.2; $1\frac{1}{9}$; 435) 2; $\frac{4}{5}$; 5. 436) $\frac{6}{7}$; $\frac{3}{5}$52; $\frac{1}{2}$
437) 1.6; $3\frac{1}{3}$; 12. 438) 0.9; $\frac{1}{7}$; 630.
439) 5; 8; 7; 11. 440) 12; 15; 6; 25; 8.

חיבור און חיסור, כפל און חילוק פון געאָמעטרישע פראָפּאָרציעס.

לאָמיר נעהמען צוויי געאמעטרישע פראפארציעס מיט איין און דעמזעלבען פארהעלטניס-ווייזער:

$$20 : 10 = 16 : 8$$ און
$$4 : 2 = 10 : 5$$

ווען מיר וועלען צונויפלעגען דיזע פראפארציעס,

$$\begin{array}{r} 20 : 10 = 16 : 8 \\ +4 : 2 = 10 : 5 \\ \hline 24 : 12 = 26 : 13 \end{array}$$

וועלען מיר באקומען:

דאָס הייסט, פון צוזאמענלעגען די צווי פראפארציעס האָבען מיר באקומען א פראפארציע מיט'ן זעלבען פארהעלטניס-ווייזער, ווי אין די געגעבענע פראפארציעס:

אַז עהנליכען רעזולטאַט באַקומען מיר אויך אין פאַל, ווען מיר נעהמען אַרונטער איין פּראָפּאָרציע פון דער צווייטער מיר וועלען האָבען:

$$\begin{array}{r} 20:10 = 16:8 \\ -4:2 = 10:5 \\ \hline 16:8 = 6:3 \end{array}$$

מיר האָבען, הייסט עס, ווידער באַקומען אַ פּראָפּאָרציע מיט'ן זעלבען פאַרהעלטניס־ווייזער (2).

ווען מיר וועלען אָבער כפל'ען איין פּראָפּאָרציע אויף די צווייטע, וועלען מיר באַקומען:

$$\begin{array}{r} 20:10 = 16:8 \\ \times 4:2 = 10:5 \\ \hline 80:20 = 160:40 \end{array}$$

דאָס הייסט, מיר האָבען באַקומען אַ פּראָפּאָרציע שוין מיט אַ פאַרהעלטניס־ווייזער, וועלכער איז דער פּראָדוקט פון כפל'ען דעם פאַרהעלטניס־ווייזער פון דער ערשטער פּראָפּאָרציע אויפ'ן פאַרהעלטניס־ווייזער פון דער צווייטער.

ווען מיר וועלען איין פּראָפּאָרציע צוטיילען אויף די צווייטע, וועלען מיר האָבען:

$$\frac{20}{4}:\frac{10}{2}=\frac{16}{10}:\frac{8}{5}$$

מיר באַקומען אַלזאָ אַ פּראָפּאָרציע מיט אַ פאַרהעלטניס־ווייזער 1, וועלכער איז דער רעזולטאַט פון צוטיילען דעם פאַרהעלטניס־ווייזער פון איין פּראָפּאָרציע אויפ'ן פאַרהעלטניס־ווייזער פון דער צווייטער פּראָפּאָרציע.

יעצט לאָמיר נעהמען צוויי פּראָפּאָרציעס מיט פאַרשיעדענע פאַרהעלטניס־ווייזערס:

$$\begin{array}{r} 20:10 = 16:8 \\ 9:3 = 12:4 \end{array}$$

פון צוזאמענלעגען די פראפארציעס, וועט איהר שוין קיין נייע פראפארציע ניט באקומען. און טאקע אזוי, פון צוזאמענ־לעגען, באקומט איהר:

$$29 : 13 = 28 : 12$$

דאס איז ניט ריכטיג) ווארים דער פראדוקט פון די עקס־טרעמע (349) איז קלענער פון פראדוקט פון די מיטעלע (364).

אויך וועט איהר ניט באקומען קיין נייע פראפארציע, ווען איהר וועט ארונטערנעהמען איין פראפארציע פון דער צווייטער. איהר וועט באקומען דאן:

$$11 : 7 = 4 : 4.$$

אבער דאס איז אונמעגליך. ווארים דער פראדוקט פון די עקסטרעמע (44) איז גרעסער פון פראדוקט פון די מיטעלע (28).

לאמיר אבער זעהן, וואס מיר וועלען באקומען פון כפל'ען אדער טיילען דיעזע פראפארציעס איינע אויף די אנדערע.

$$\begin{array}{r} 20 : 10 = : 16 : 8 \\ +9 : 3 = 12 : 4 \\ \hline 180 : 30 = 192 : 32 \end{array}$$

מיר האבען באקומען א נייע פראפארציע, וואו דער פארהעלט־ניס־ווייזער איז 6, עס הייסט דער פראדוקט פון די פארהעלטניס־ווייזערס פון די געכפל'טע פראפארציעס (2 געכפל'ט אויף 3).

פון טיילען די פראפארציעס באקומען מיר

$$\frac{20}{9} : \frac{10}{3} = \frac{16}{12} : \frac{8}{4}$$

לאמיר באזייטיגען די ברוך־צאלען, וועלען מיר האבען:

$$80 : 120 = 48 : 27$$

אין דיעזער פראפארציע איז דער פארהעלטניס־ווייזער דער חלק פון צוטיילען איין פארהעלטניס־ווייזער אויפ'ן צווייטען (2 געטיילט אויף 3).

128־טער כלל:

א) צוזאַמענלעגען און אַרונטערנעמען אַ פּראָפּאָרציע פון אַ פּראָפּאָרציע קען מען דאַן, ווען די געגעבענע פּראָפּאָרציעס האָבן איין און דעמזעלבן פאַרהעלטניס־ווייזער; דער פאַרהעלטניס־ווייזער אין דער פּראָפּאָרציע, וואָס מען באַקומט פון צוזאַמענלעגן אָדער אַרונטערנעמען די געגעבענע פּראָפּאָרציעס, איז דערזעלבער.

ב) פּראָפּאָרציעס, וואָס האָבן פאַרשידענע פאַרהעלטניס־ווייזערס, קען מען ניט ניט צוזאַמענלעגן, ניט אַרונטערנעמען;

ג) כפל'ען אָדער טיילן איינע אויף די אַנדערע קען מען איר גענד וועלכע פּראָפּאָרציעס אָהן אונטערשיעד, צי זיי האָבן דעם זעלבן אָדער פאַרשידענע פאַרהעלטניס־ווייזערס. דער פאַרהעלטניס־ווייזער פון דער פּראָפּאָרציע, וואָס מען באַקומט פון כפל'ען, איז דער פּראָדוקט פון כפל'ען דעם פאַרהעלטניס־ווייזער פון איין פּראָפּאָרציע אויפ'ן פאַרהעלטניס־ווייזער פון דער צווייטער; דער פאַרהעלטניס־ווייזער פון דער פּראָפּאָרציע, וואָס באַקומט זיך פון טיילן, איז דער חלק פון טיילן דעם פאַרהעלטניס־ווייזער פון איין פּראָפּאָרציע אויפ'ן פאַרהעלטניס־ווייזער פון דער צווייטער.

יב. דריי-כלל.

געאמעטרישע פראפארציעס קומען צוניץ אין פארשיעדענע רעכענונגען: 1) אין רעכענונגען פון דריי־כלל; 2) אין פראצענט־חשבונות; 3) אין רעכענונגען פון זאגענאנטען פראפארציאנעלען חילוק, א. ד. ג.

אין די חשבונות פון דריי-כלל ווערען געגעבען דריי צאהלען, און עס פאדערט זיך צו געפינען א פערטע, וועלכע זאל זיין אין א פראפארציאנעלען צוזאמענהאנג מיט זיי.

לאמיר דאס קלאהר מאכען דורךביישפיעלע.

ע ר ש ט ע ר   ב י י ש פ י ע ל:

אן ארבייטער האט פאר 20 שטונדען איבריגע צייט געקראגען באצאהלט 18 דאלאר. ווי פיעל וואלט איהם געקומען פאר 25 שטונדען איבריגע צייט?

מיר האבען דא דריי צאהלען און זוכען א פערטע. פון די דריי געגעבענע צאהלען באדייטען צוויי צאהלען — 20 און 25 — שטונדען, עס הייסט מאסען פון איין זארט; די דריטע צאהל (18) אזוי גוט ווי די געזוכטע, וועלכע מיר רופען X, באדייטען שוין מאסען פון אנאנדער זארט, נעמליך דאלארס. שטעלען מיר דעם X אונטער 18, און 25 אונטער 20. דאס הייסט, מיר שטעלען די צאהלען, וואס באדייטען מאסען פון איין און דעם זעלבען סארט אין איין קאלום. מיר שרייבען ווי פאלגט:

שטונדען	דאלארס
20	18
25	X

וואס מעהר צייט דער ארבייטער ארבייט, אלץ גרעסער איז זיין ארבייטס-לוין. די ארבייטס-לוין וואקסט פראפארציאנעל,

עס הייסט זי איז אזוי פיעל מאָל גרעסער, וויפיעל מאָל גרעסער עס איז די אַרבייטס־צייט. האָבען מיר דאָ א פּראָפּאָרציע:

$$X : 18 = 25 : 20$$

דאָס הייסט, דעם אַרבייטער קומט אזוי פיעל מאָל מעהר פון 18 דאָל., ווי פיעל מאָל 25 איז גרעסער פון 20.

פון דיעזער פּראָפּאָרציע האָבען מיר:

$$X = \frac{18 \cdot 25}{20} = 22\tfrac{1}{2}$$

פאַר 25 שטונדען, אלזא, וואלט דער ארבייטער געקראָגען באַצאָהלט 22 דאָל. 50 סענט.

אין דיעזען ביישפּיעל האָבען מיר געהאט צו טאָן מיט זאכען (שטונדען און דאָלאַרס), וועלכע זיינען אין אזא צוזאמענהאַנג, דאָס ווען איינע ווערט גרעסער אין עטליכע מאָל, ווערט די צווייטע אויך גרעסער אין אזוי פיעל מאָל. דאָס זעלבע איז אין פאָלגענדען ביישפּיעל.

צווייטער ביישפּיעל:

אין 8 שטונדען האָט דער וועבער אנגעוועבט 18 יאַרד לייווענט. וויפיעל וועט ער אָנוועבען אין 12 שטונדען?

מיר שרייבען ווי אין פריהערדיגע ביישפּיעל:

שטונדען	יאַרד
8	18
12	X

די צאָהל יאַרד איז אין אזא צוזאמענהאַנג מיט דער צאָהל אַרבייטס־שטונדען, אז ווען איינע ווערט פאַרגרעסערט אין עטליכע מאָל, ווערט שוין ממילא אויך די צווייטע פאַרגרעסערט אין פּונקט אזוי פיעל מאָל. האָבען מיר א פּראָפּאָרציע:

$$X : 18 = 12 : 8$$

און דעריבער:

$$X = \frac{18 \cdot 12}{8} = 27$$

דאָס הייסט, אז אין 12 שטונדען וואלט דער וועבער אנגעוועבט 27 יאַרד לייווענד.

דירעקט אדער פארקעהרט־פראפארציאנעלער צוזאמענהאנג.

יעצט וועלען מיר ברענגען א ביישפיעל, וואו צוויי זאכען געפינען זיך אין אזא פראפארציאנעלען צוזאמענהאנג, דאס ווען איינע יווערט גרעסער, ווערט די צווייטע פונקט אזוי פיעל מאל קלענער.

30 ארבייטער וואלטען געענדיגט א געוויסע ארבייט אין 24 טעג. אין וויפיעל טעג וועלען די ארבייט ענדיגען 40 ארבייטער?

וואס מעהר ארבייטער עס ווערען אנגעשטעלט ביי א געוויסער ארבייט, אלץ ווייניגער טעג פאדערט זיך אויף צו מאכען איהר. די צאהל ארבייטער אלזא און די צאהל טעג זיינען אין אזא פראפארציאנעלען צוזאמענהאנג, דאס ווען איינע (די צאהל ארבייטער) ווערט גרעסער, ווערט די צווייטע (די צאהל ארבייטס טעג) פונקט אזוי פיעל מאל קלענער.

ווען צוויי זאכען זיינען אין אזא צוזאמענהאנג, דאס פון דער פארגרעסערונג פון איינער פון זיי ווערט אויך די צווייטע גרעסער אין פונקט אזוי פיעל מאל, זאגט מען, אז זיי זיינען דירעקט־פראפארציאנעל; ווען אבער זיי זיינען אין אזא צוזאמענהאנג, דאס פון דער פארגרעסערונג פון איינער פון זיי ווערט די צווייטע פונקט אזוי פיעל מאל קלענער, זאגט מען אויף זיי, אז זיי זיינען פארקעהרט־פראפארציאנעל.

אין די ערשטע צוויי ביישפיעלע האבען מיר געהאט צו טאן מיט פעלע, וואו זאכען זיינען געווען דירעקט־פראפארציאנעל איינע צו דער אנדערער. אין יעצטיגען ביישפיעל אבער האבען מיר א פאל, וואו די זאכען זיינען פארקעהרט־פראפארציאנעל.

אין אונזער לעצטען ביישפיעל האבען מיר:

ארבטייער	טעג
30	24
40	X

דער X שטעהט דא אין איין שורה מיט דער גרעסערער צאהל (40). ווען מיר וואלטען דא געהאט א דירעקט־פראפארציאנעלען צוזאמענהאנג, וואלטען מיר געזאגט: X איז אזוי פיעל מאל מעהר ווי 24, ווי פיעל מאל די צאהל 40 (וועלכע איז מיט

איהם אין איין שורה) איז מעהר פון 30. אבער אזוי ווי מיר האָבען א פארקעהרט־פראפארציאנעלען צוזאמענהאנג, זאגען מיר: X איז אזוי פיעל מאָל יועניגער פון 24, ווי פיעל מאָל 30 (וואס שטעהט אין דער אנדער שורה) איז קלענער פון 40.

$$X : 24 = 30 : 40$$

און דעריבער איז

$$X = \frac{24 \cdot 30}{40} = 18$$

דאָס הייסט, אז 40 ארבייטער וועלען ענדיגען די ארבייט אין 18 טעג.

129־טער כלל:

ווען צו דריי צאָהלען דאַרף מען געפינען אַ פערטע, וועלכע איז אין אַ פראָפּאָרציאָנעלען צוזאַמענהאַנג מיט זיי, טוען מיר אַזוי: די געזוכטע צאָהל באצייכענען מיר דורך אַן X; דעם X שטעלען מיר אין איין קאָלום מיט דער צאָהל מאָסען פון זעלבען זאָרט; די צוויי אַנדערע געגעבענע צאָהלען, וואָס באדייטען מאָסען פון אַנאַנדער זאָרט, שטעלען מיר אין אַ באונדערען קאָלום אויך איינע אונטער דער אַנדערער. נאָכדער שטעלען מיר צוזאַמען די פּראָפּאָרציע. מיר פאַנגען אָן פון דער פארהעלטניס, אין וועלכער עס ווערט געברויכט דער X. דיעזע פארהעלטניס באשטעהט אימער פון X און דער צאָהל איבער איהם. נאָך דיעזער פארהעלטניס שטעלען מיר אַ גלייכהייטס־צייכען (=), און נאָכדער די צווייטע פארהעלטניס פון די איבעריגע צוויי צאָהלען. אויב דער X דאַרף זיין גרעסער, ווי די צאָהל איבער איהם, שטעלען מיר אין דער צווייטער פארהעלטניס די גרעסערע צאָהל אַלס ערשטען גליעד און די קלענערע צאָהל אַלס צווייטען גליעד. אויב אָבער דער X דאַרף זיין וועניגער פון דער צאָהל איבער איהם, טוען מיר פארקעהרט: אין דער צווייטער פארהעלטניס שטעלען מיר די קלענערע צאָהל אַלס דעם ערשטען גליעד און די גרעסערע אַלס צווייטען גליעד.

לאָמיר נעהמען א ביישפיעל:

א שילער האָט אין א שטונדע איבערגעלייענט 15 זייטלעך פון א בוך צו 40 שורות אין א זייטעל. ווי פיעל זייטלעך וואלט ער איבערגעלייענט אין דער שטונדע, ווען אין יעדער זייטעל וואלט געווען 30 שורות?

פריהער פון אלעם שטעלען מיר אויס די צאָהלען וואס באדיי־

טען מאַסען פון איין זאַרט, איינע אונטער דער אַנדערער, א׳ קאַלומס:

שורות	זייטלעך
40	15
30	X

פון X און דער צאָהל איבער איהם (15) שטעלען מיר באַר־ הער צוזאַמען די ערשטע פּראָהעלטנים און שרייבען דעם גלייכ היימס־צייכען:

$$X : 15 =$$

די שוועריגקייט איז אין דער צווייטער פּראָהעלטנים: צו מיר זאָלען שטעלען 30 : 40, אָדער 40 : 30? דיעזע שוועריג־ קייט קומען מיר ביי אויף אַזא אופן: די זאַכען, מיט וועלכע מיר האָבען צו טאָן אין דיעזען ביישפּיעל (זייטלעך און שורות), זיינען אין אַ פּאַרקעהרט־פּראָפּאָרציאָנעלען צוזאַמענהאַנג. ווארים וואָס מעהר שורות אין אַ זייטעל, אַלץ וועניגער זייטלעך קען מען איבער־ לייענען אין אַ שטונדע; און פּאַרקעהרט, וואָס וועניגער שורות אין אַ זייטעל, אַלץ מעהר זייטלעך קען מען איבערלייענען אין אַ שטונדע. עס איז דעריבער קלאָהר, אַז דער X, וואָס באַציהט זיך אויף די צאָהל זייטלעך, וועלכע האָבען אַ קלענערע צאָהל שורות, דאַרף זיין גרעסער פון דער צאָהל 15. און אויב אַזוי, איז די צווייטע פּראָהעלטנים ניט 40 : 30, נאָר 30 : 40.

די פּראָפּאָרציע אַלזאָ איז:

$$X : 15 = 40 : 30$$

און דעריבער:

$$X = \frac{15 \cdot 40}{30} = 20$$

דאָס הייסט, אַז ווען אַ זייטעל וואָלט ענטהאַלטען בלויז 30 שורות, וואָלט דער שילער אין אַ שטונדע צייט איבערגעלייענט ניט 15, נאָר 20 זייטלעך.

די אַלע ביישפּיעלע, וואָס מיר האָבען דאָ געמאַכט מיט דער הילפע פון פּראָפּאָרציעס, קען מען מאַכען אויך אויף אַן אַנדער אופן, אָהן פּראָפּאָרציעס.

מעטאָד פון ברייגגען צו אן איינצעלנע.

לאָמיר נעהמען נאר דעם ערשטען ביישפיעל:

פאר 20 שטונדען איבריגע צייט האָט דער ארבייטער געקראגען 18 דאָל. ווי פיעל וואלט ער געקראגען פאר 25 שטונדען איבריגע צייט?

מיר שרייבען אָן די צאָהלען אין צ־ווי קאָלומס:

שטונדען	דאלארס
20	18
25	X

און מיר רעכענען ווי פאלגט:

פאר 20 שטונדען איבריגע צייט — — 18 דאָל.

פאר 1 שטונדע 20 מאָל ווענינער — $\frac{18}{20}$ דאָל.

פאר 25 שטונדען 25 מאָל מעהר — $\frac{18 \cdot 25}{20}$ דאָל.

דאָס הייסט, אז פאר 25 שטונדען וואלט דער ארבייטער גע־קראגען: $\frac{18 \cdot 25}{20}$

אלזא, וואס האָבען מיר דא געטאָן? מיר האָבען פריהער געפונען, ווי פיעל דער ארבייטער קריגט פאר א י י ן שטונדע, און נאָכהער פאר 25 שטונדען.

דער צווייטער ביישפיעל איז געווען:

אין 8 שטונדען האָט דער וועבער אָנגעוועבט 18 יארד ליי־וואנט. ווי פיעל וועט ער אָנוועבען אין 12 שטונדען

שטונדען	יארד
8	18
12	X

אין 8 שטונדען האָט ער אָנגעוועבט — 18 יארד

אין 1 שטונדע — 8 מאָל ווענינער — $\frac{18}{8}$ יארד

אין 12 שטונדען — 12 מאָל מעהר — $\frac{18 \cdot 12}{8} = 27$ יארד.

אין דיעזען ביישפיעל האָבען מיר פריהער געפונען, ווי פיעל דער וועבער וועבט אין א י י ן שטונדע, און נאָכהער אין 12 שטונדען.

דער דריטער ביישפיעל לויטעט:

30 ארבייטער ענדיגען אן ארבייט אין 24 טעג. אין וויפיעל טעג ענדיגען די זעלבע ארבייט 40 ארבייטער?

ארבייטער	טעג
30	24
40	X

און מיר ארגומענטירען ווי פאלגט:

30 ארבייטער ענדיגען אין — — — — — — 24 טעג
1 ארבייטער וואלט געענדיגט אין 30 מאל
מעהר טעג — — — — — — — — — 40·30
40 ארבייטער — אין 40 מאל ווענייגער — — $\frac{24 \cdot 30}{40}$ = 18 טעג.

פערטער ביישפיעל:

א שילער לייענט איבער אין א שטונדע 15 זייטלעך צו 40 שורות אין א זייטעל ווי פיעל זייטלעך יועט ער אין א שטונדע איבערלייענען, אויב אין א זייטעל וועלען זיין 30 שורות?

מיר טוען אזוי:

שורות	זייטען
40	15
30	X

אויב א זייטעל האט 40 שורות לייענט ער איבער 15 זייטלעך
אויב א זייטעל וואלט געהאט 1 שורה, וואלט ער
איבערגעלייענט 40 מאל מעהר זייטלעך — 15·40
ווען א זייטעל האט 30 שורות, יועט ער איבער-
לייענען 30 מאל ווענייגער — — — — $\frac{15 \cdot 40}{30}$ = 20 זייטען

דער אקארשט געבראכטער מעטאד צו געפינען א צאהל, וואס איז אין א פראפארציאנעלען צוזאמענהאנג מיט געגעבענע צאהלען, רופט זיך דער „מעטאד פון ברענגען צו אן איינצעלנער."

דער צווייטער מעטאד איז איינפאכער און ווערט דארום גע-ברויכט אפטער.

איבונגען.

די פאָלגענדע איבונגען מאכט פריהער מיט דער הילפע פון פראָפּאָרציעס און נאכהער מיט דער הילפע פון „מעטאָד פון ברענגען צו אן איינצעלנעם."

441) אין 5 שטונדען איז דער אָוטאָמאָביל איינגעלאָפען 300 מייל. וויפיעל מייל וועט ער איינלויפען אין 8 שטונדען 25 מינוט ($8\frac{5}{12}$ שטונדען) ?

442) דער וועבער האָט אין איין טאָג אָנגעוועבט 18 יאַרד לייוועַנד, וואָס איז 8 אינטשעס די ברייט. וויפיעל יאַרד וואָלט ער אָנגעוועבט, ווען די ברייט וואָלט געווען 10 אינטשעס ?

243) פאר 6 יאַרד 2 פוס ($6\frac{2}{3}$ יאַרד) געוואנט האָט איהר באצאָהלט 20 דאָלאר. וויפיעל קאָסט 19 יאַרד 9 אינטשעס ?

444) אויף אויסצוגראָבען אַ שטיק טונעל פאר'ן ניו יאָרקער סאָבוועי, האָבען געארבייט 360 ארבייטער אין פארלויף פון 49 טעג. וויפיעל ארבייטער וואָלט מען געדארפט אויף צו ענדיגען די ארבייט אין 28 טעג ?

445) אין 2 שטונדען 26 מינוט איז די שיף אָפּגעגאַנגען 22 מייל 352 יאַרד. וויפיעל וועט די שיף אָפּגעהן אין 5 שטונדען 8 2מינוט 30 סעקונדען ?

אין דיעזען און אין עהנליכע ביישפּיעלע מיט צוזאמענגעשטעלטע באנאנטע צאָהלען דארף מען די צונויפגעשטעלטע פריהער פאַרוואנדלען אין צאָהלען פון מאָסען פון איין נעמען. און נאָכהער שטעלען מיר צוזאמען די פּראָפּאָרציע לויט די אויבען־ערקלערטע כללים.

קאָמפּליצירטער דריי־כלל.

אין יעדען פון די אלע אויבען־געבראכטע פעלע זיינען געגעבען דריי צאָהלען, און עס פאדערט זיך צו געפינען א פערטע.

עס זיינען אבער דא קאָמפּליצירטע פעלע, וואו עס ווערען געגעבען מעהר ווי דריי צאָהלען, און עס פאדערט זיך צו געפינען א נייע צאָהל, וואס איז מיט זיי אין א פּראָפּאָרציאָנעלען צוזאמענהאנג. אין אזעלכע פעלע קומט שוין אוים פריהער צוזאמענצושטעלען עטליכע פּראָפּאָרציעס און נאכהער צו מאכען פון זיי איין פּראָפּאָרציע.

לאָמיר דאָס ערקלערען דורך אַ ביישפּיעל:

12 וועבער אַרבייטענדיג צו 10 שטונדען אַ טאָג האָבען אין 45 טעג אָנגעוועבט 540 יאַרד לייווענט, וואָס איז 3 יאַרד די ברייט. אין ווי פיעל טעג וועלען 20 וועבער, אַרבייטענדיג צו 8 שטונדען אַ טאָג אָנוועבען 360 יאַרד, וואָס איז 2 יאַרד די ברייט?

ווי עס איז צו זעהן, איז די געזוכטע צאָהל טעג דירעקט פּראָפּאָרציאָנעל צו דער לענג און צו דער ברייט פון אָנגעוועבטע לייוועַנט. ווארים וואָס לענגער אָדער וואָס ברייטער דער לייוועַנט, אַלץ מעהר טעג דאַרפען די וועבער אַרבייטען. צו דער זעלבער צייט אָבער איז די געזוכטע צאָהל טעג פאַרקעהרט-פּראָפּאָרציאָנעל צו דער צאָהל וועבער און צום אַרבייטס-טאָג: וואָס מעהר וועבער, אָדער וואָס לענ ר דער אַרבייטס-טאָג, אַלץ ווענינער טעג פאָדערט זיך אויף אָנצואוועבען די געגעבענע מאָס לייוועַנט.

דאָס זאָל דער לעזער האָבען אין זינען ביים צוזאַמענשטעלען די פּראָפּאָרציעס. לאָמיר צורעכטען צו די פּראָפּאָרציעס.

די געזוכטע צאָהל טעג באַצייכענען מיר דורך אַן X. און מיר שטעלען אויס די צאָהלען, וואָס באַדייטען מאָסען פון איין זאָרט, איינע אונטער דער אַנדערער, ווי פאָלגט:

ברייט (יאַרד)	לענג (יאַרד)	טעג	שטונדען	וועבער
3	540	45	10	12
2	360	X	8	20

לאָמיר אויף אַ ווייַלע אָננעהמען, אַז דער אונטערשיעד איז נאָר אין דער צאָהל וועבער. דאַן האָבען מיר אַזאַ פאַל: 12 וועבער מאַכען אַ געוויסע מאָס לייוועַנט אין 45 טעג. אין וויפיעל טעג וועלען 20 וועבער מאַכען די זעלבע מאָס לייוועַנט? די געזוכטע צאָהל טעג לאָמיר אָנדייטען דורך אַ y. (x איז די געזוכטע צאָהל, ווען דער אונטערשיעד איז ניט נאָר אין דער צאָהל וועבער, נאָר אויך אין דער צאָהל אַרבייטס-שטונדען, אין דער לענג און אין דער ברייט פון לייוועַנט). אַזוי ווי די צאָהל טעג איז געגען-פּראָפּאָרציאָנעל צו דער צאָהל וועבער, האָבען מיר אַ פּראָפּאָרציע:

$$y : 45 = 12 : 20$$

יעצט לאָמיר נעהמען אין אנבעטראכט, אז די צאָהל ארבייטס־שטונדען אין יעדען טאג איז אויך פארשיעדען.

אין y טעג ווערט געמאכט די ארבייט, ווען דער ארבייטס־טאג איז 10 שטונדען. אין וויפיעל טעג וועט די ארבייט געמאכט ווערען, ווען דער ארבייטס־טאג וועט זיין 8 שטונדען? די געזוכטע צאָהל טעג לאָמיר אנדייטען דורך א z. אזוי ווי די צאָהל טעג איז געגען־פראפארציאנעל צו דער לענג פון ארבייטס־טאג, האָבען מיר א פראפארציע:

$$z : y = 10 : 8$$

יעצט לאָמיר נעהמען אין אנבאטראכט, אז עס איז דאָ אן אונטערשיעד אויך אין דער לענג פון לייווענט.

אין z טעג ווערט געמאכט 40 יארד. אין ווי פיעל טעג וועט געמאכט ווערען 360 יארד? די געזוכטע צאָהל לאָמיר אָנדייטען דורכן בוכשטאב t. אזוי ווי די צאָהל טעג איז דירעקט־פראפארציאנעל צו דער לענג פון לייווענט, האָבען מיר א פראפארציע:

$$t : z = 360 : 540$$

ענדליך לאָמיר נעהמען אין אנבאטראכט, אז אויך די ברייט פון לייוועגט איז פארשיעדען.

אין t טעג איז געמאכט געווארען דער לייוועגט, וואס איז געוועז 3 יארד די ברייט. אין ווי פיעל טעג וועט געמאכט ווערען דער לייעוונט, אויב ער וועט זיין בלויז 2 יארד די ברייט? אזוי ווי די געזוכטע צאָהל טעג איז דירעקט־פראפארציאנעל צו דער ברייט פון לייוועגט, האָבען מיר א פראפארציע:

$$x : t = 2 : 3$$

לאָמיר יעצט אויסשטעלען אלע אונזערע פראפארציעס איינע אונטער דער אנדערער:

$$y : 45 = 12 : 20$$
$$z : y = 10 : 8$$
$$t : z = 360 : 540$$
$$x : t = 2 : 3$$

ווי מיר ווייסען פון א פריהערדיגען קאפיטעל, קען מען פראַ־פארציעס כפל'ען איינע אויף די אנדערע. כפל'ען מיר אלע דיעזע פראפארציעס איינע אויף די אנדערע, באקומען מיר א פראפארציע:

$$y\cdot z\cdot t\cdot x : 45\cdot y\cdot z\cdot t = 12\cdot 10\cdot 360\cdot 2 : 20\cdot 8\cdot 540\cdot 3$$

ווי מיר ווייסען פון זעלבען קאפיטעל, קען מען יעדען עקס־טרעמען גליעך פארקירצען מיט יעדען פון די מיטעלע. טאָ לאָמיר די גליעדער $(y\cdot z\cdot t\cdot x)$ און $(45\cdot y\cdot z\cdot t)$ פארקירצען אויף $(y\cdot z\cdot t)$. האָבען מיר:

$$X : 45 = 12\cdot 10\cdot 360\cdot 2 : 20\cdot 8\cdot 540\cdot 3$$

יעצט בלייבט אונז נאר איבערצו'כפל'ען די צאָהלען אין דער צווייטער פארהעלטניס. נאר דאס וואלט גענומען צופיעל ארבייט. טאָ לאָמיר זיי פריהער פארקירצען (מיר האָבען דאָך דאָ אין עקס־טרעמען מיט אַ מיטעלען). מיר קענען די פארהעלטניס

$$12\cdot 10\cdot 360\cdot 2 : 20\cdot 8\cdot 540\cdot 3$$

פריהער פארקירצען אויף 20, וועלען מיר האָבען

$$12\cdot \cancel{10}\cdot 360\cdot \cancel{2} : \cancel{20}\cdot 8\cdot 540\cdot 3$$

נאָכהער פארקירצען אויף 90. וועלען מיר האָבען

$$12\cdot \cancel{10}\cdot \overset{4}{\cancel{360}}\cdot \cancel{2} : \cancel{20}\cdot 8\cdot \overset{6}{\cancel{540}}\cdot 3$$

יעצט אויף 48. וועלען מיר האָבען

$$\cancel{12}\cdot \cancel{10}\cdot \overset{\cancel{4}}{\cancel{360}}\cdot \cancel{2} : \cancel{20}\cdot \cancel{8}\cdot \overset{\cancel{6}}{\cancel{540}}\cdot 3$$

אלזא אונזער פראפארציע וועט זיין:

$$X : 45 = 1 : 3$$

און דעריבער איז

$$X = \frac{45\cdot 1}{3} = 15$$

דאָס הייסט: 20 וועבער וועלען ארבייטענדיג 8 שטונדען א טאג אנוועבען 360 יארד לייווענד פון 2 יארד די ברייט אין פאר־לויף פון 15 טעג.

אנשטאט צו כפלען אלע פראפארציעס קענען מיר טאָן אזוי: פון דער ערשטער פראפארציע

$$(y : 45 = 12 : 20)$$

געפינען מיר, אז

$$y = \frac{45 \cdot 12}{20} = 27$$

שטעלען מיר אין דער צווייטער פראפארציע 27 אנשטאט y. האָבען מיר:

$$z : 27 = 10 : 8$$

און דעריבער איז

$$z = \frac{27 \cdot 10}{8} = \frac{27 \cdot 5}{4} = z$$

די $\frac{27 \cdot 5}{4}$ שטעלען מיר אין דער דריטער פראפארציע אנשטאט z, האָבען מיר:

$$t : \frac{27 \cdot 5}{4} = 360 : 540$$

און דאריבער איז

$$t = \frac{27 \cdot 5 \cdot 360}{4 \cdot 540} = \frac{9 \cdot 5}{2}$$

די $\frac{9 \cdot 5}{2}$ שטעלען מיר אין דער פערטער פראפארציע אנשטאט t, האָבען מיר:

$$x : \frac{9 \cdot 5}{2} = 2 : 3$$

און דעריבער איז

$$x = \frac{9 \cdot 5 \cdot 2}{2 \cdot 3} = 15$$

לאָמיר דעם זעלבען ביישפיעל מאכען מיט דער הילפע פון צווייטען מעטאָד (ברייננגען צו אן איינצעלנעם).

ברייט	לענג	טעג	שטונדען	וועבער
3	540	45	10	12
2	360	X	8	20

12 וועבער האָבען געענדיגט די ארבייט אין — — — 45 טעג
1 וועבער וואלט געענדיגט אין 12 מאָל מעהר — — 45·12 טעג
20 וועבער וואלטען געענדיגט אין 20 מאָל ווייניגער — $\frac{45 \cdot 12}{20}$ טעג

דאָס איז ווען די וועבער וועלען ארבייטען 10 שטונדען א טאג.

ארבייטענדיג 1 שטונדע א טאג וואלטען זיי גע־
דארפט 10 מאָל מעהר טעג — — — — — — — $\frac{45\cdot12\cdot10}{20}$

ארבייטענדיג 8 שטונדען א טאג — וועלען זיי
דארפען 8 מאָל וועניגער טעג — — — — — — — $\frac{45\cdot12\cdot10}{20\cdot8}$

דאָס איז ווען זיי דארפען אנוועבען 540 יארד.

אויף אָנצואוועבען 1 יארד וואלט זיך געפאדערט
540 מאָל וועניגער טעג — — — — — — — $\frac{45\cdot12\cdot10}{20\cdot8\cdot540}$

און אויף אָנצואוועבען 360 יארד פאדערט זיך
360מאָל מעהר טעג — — — — — — — $\frac{45\cdot12\cdot10\cdot360}{20\cdot8\cdot540}$

דאָס איז גערעדט, ווען די ברייט איז 3 יארד.

ווען די ברייט וואלט געווען 1 יארד, וואלט זיך
געפאדערט 3 מאָל וועניגער טעג — — — $\frac{45\cdot12\cdot10\cdot360}{20\cdot8\cdot540\cdot3}$

אבער אז די ברייט איז 2 יארד, פאדערט זיך
2 מאָל מעהר טעג — — — — — — — $\frac{45\cdot12\cdot10\cdot360\cdot2}{20\cdot8\cdot540\cdot3}$

מיר האָבען, אלזא:

$$X = \frac{45\cdot12\cdot10\cdot360\cdot2}{20\cdot8\cdot540\cdot3} = 15$$

נאָך א ביישפיעל.

378 ארבייטער האָבען אין 80 טעג, ארבייטענדיג צו 14 שטונדען א טאג, אויסגעגראבען א קאנאל פון 800 יארד די לענג, 7 יארד די ברייט און 1 יארד די טיעף. וויפיעל ארבייטער דארף מען אויף אויסצוגראבען אין 75 טעג, ארבייטענדיג צו 12 שטונדען א טאג, א קאנאל פון 500 יארד די לענג, 5 יארד די ברייט און 4 פוס די טיעף?

לאָמיר אויסשרייבען די צאָהלען אזוי, דאָס צאָהלען פון זאכען פון איין זארט זאלען שטעהן אין איין קאלום.

טיעף	ברייט	לענג	שטונדען	טעג	ארבייטער
1	7	800	14	80	378
$1\frac{1}{3}$	5	500	12	75	X

1) מיר וועלען פריהער מאכען דעם ביישפיעל דורך פּראָ־פּאָרציעס.

$y : 378 = 80 : 75$	80 טעג ″ 75	378 אַרב. y
$z : y = 14 \cdot 12$	14 שטונד. ″ 12	y אַרב z
$t4 : z = 500 : 800$	800 יאַרד ″ 500	z אַרב. t
$u : t = 5 : 7$	7 יאַרד ″ 5	t אַרב. u
$x : u = \frac{4}{3} : 1$	1 יאַרד ″ $1\frac{1}{3}$	u אַרב. x

כפל'ען מיר די פּראָפּאָרציעס, האָבען מיר:

$$y \cdot z \cdot t \cdot u \cdot x : 378 \cdot y \cdot z \cdot t \cdot u \cdot = 80 \cdot 14 \cdot 500 \cdot 5 \cdot \tfrac{4}{5} : 75 \cdot 12 \cdot 800 \cdot 7 \cdot 1$$

פאַרקירצען מיר דעם עקסטרעמען $y \cdot z \cdot t \cdot u \cdot x$ און דעם מיטעלען $378 \cdot y \cdot z \cdot t \cdot u$, האָבען מיר:

$$X : 378 = \frac{80 \cdot 14 \cdot 500 \cdot 5 \cdot 4}{3} : 75 \cdot 12 \cdot 800 \cdot 7 \cdot 1$$

און דעריבער איז

$$X = \frac{378 \cdot 80 \cdot 14 \cdot 500 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 75 \cdot 12 \cdot 800 \cdot 7 \cdot 1} = 280.$$

2) יעצט וועלען מיר מאַכען דעם ביישפּיעל דורך בריינגען צו אַן איינצעלנע:

אויף צו ענדיגען די אַרבייט אין 80 טעג דאַרף מען — — — — — — — — 378 אַרב.

אויף צו ענדיגען אין 1 טאָג — 80 מאָל מעהר — — — — — — — — 378.80

אויף צו ענדיגען אין 75 טעג — 75 מאָל וועניגער — — — — — — — — — — $\frac{378 \cdot 80}{75}$

דאס איז גערעדט ווען דער ארבייטס־טאג איז 14 שטונדען.

ווען דער ארבייטס־טאג וואלט געווען 1 שטונדע, וואלט זיך געפאדערט 14 מאל מעהר — — — — — — — — — — $\frac{378 \cdot 80 \cdot 14}{75}$

ווען דער ארבייטס־טאג איז 12 שטונדען, פאדערט זיך 12 מאל ווייניגער — — $\frac{378 \cdot 80 \cdot 14}{75 \cdot 12}$

דאס איז גערעדט, ווען די לענג איז 800 יארד.

ווען די לענג וואלט געווען 1 יארד, וואלט זיך געפאדערט 800 מאל ווייניגער — $\frac{378 \cdot 80 \cdot 14}{75 \cdot 12 \cdot 800}$

ווען די לענג איז 500 יארד, פאדערט זיך 500 מאל מעהר — — — — — — — — $\frac{378 \cdot 80 \cdot 14 \cdot 500}{75 \cdot 12 \cdot 800}$

דאס איז גערעדט, ווען די ברייט איז 7 יארד.

ווען די ברייט וואלט געווען 1 יארד, וואלט זיך געפאדערט 7 מאל ווייניגער — — $\frac{378 \cdot 80 \cdot 14 \cdot 500}{75 \cdot 12 \cdot 800 \cdot 7}$

ווען די ברייט איז אבער 5 יארד, פאדערט זיך 5 מאל מעהר ארבייט — — — $\frac{378 \cdot 80 \cdot 14 \cdot 500 \cdot 5}{75 \cdot 12 \cdot 800 \cdot 7}$

דאס איז גערעדט, ווען די טיעף איז 1 יארד.

אבער אז די טיעף איז 1⅓, פאדערט זיך 1⅓ ($\frac{4}{3}$) מאל מעהר — — — — — — $\frac{378 \cdot 80 \cdot 14 \cdot 500 \cdot 5 \cdot 4}{75 \cdot 12 \cdot 800 \cdot 7 \cdot 3}$

און דאריבער איז

$$X = \frac{378 \cdot 80 \cdot 14 \cdot 500 \cdot 5 \cdot 4}{75 \cdot 12 \cdot 800 \cdot 7 \cdot 3}$$

איבונגען:

446) א פאבריקאנט צאהלט אוים 10,920 דאלאר שכירות א וואך צו 325 ארבייטער, וועלכע ארבייטען 8 שטונדען א טאג צו 70 סענט א שטונדע. וויפיעל וועט ער אין א וואך אויסצאהלען צו 400 ארבייטער, וועלכע ארבייטען 6 שטונדען א טאג צו 80 סענט א שטונדע?

447) א געוואנט־קאמפאניע, וועלכע האט באשעפטיגט 120 ארבייטער צו 8 שטונדען א טאג, האט צו ענדע יאהר געהאט 13,500,000 „סורפלאס". וויפיעל איז געווען דער „סורפלאס" ווען דער ארבייטס־טאג איז געווארען 7 שטונדען, די צאהל ארבייטער 1400 און די אויסגאבען זיינען פארקלענערט געווארען אויף א ¼?

448) א באשטימטען פראצענט פון ביודזשעט האט א שטאדט אויסגעגעבען אויף 25 בילדונגס אנשטאלטען, צו 20 טויזענד דאל. אויף יעדען. וויפיעל וואלט זי אויסגעגעבען אויף יעדען, ווען איהר ביודזשעט וואלט

-עוועו אנדערהאלבען מאָל אזוי גרויס, און די צאָהל אנשטאַלטען וואָל־
טען געוועו 40 ?

449) פאַר פארפלאנצען מיט בוימער א גארטען, וואס איז געוועו
80 יארד די לענג און 50 יארד די ברייט, האָבען 25 ארבייטער געקראָ־
גען 2000 דאָל. ווי פיעל וואלט מען באצאָהלט 20 ארבייטער, ווען דער
גאָרטען וואלט געוועו 120 יארד די לענג, 64 יארד די ברייט, און די
בוימער וואלטען געזעצט געווארען 1½ מאָל שיטערער ?

יג. פראצענטען.

אין באנק־געשעפטען קומט אפט אוים צו מאכען זא־גענאנטע פראצענטען־רעכענונגען.

באשר וואוכערניקעס, בלוט־זויגער האָבען פאר׳מיאוס׳ט דעם ווארט „פראצענט״. זאָנסט איז עס א גאנץ אונשולדיג ווארט, צו־זאמענגעשטעלט פון די לאטיינישע ווערטער: „פראָ צענטום״, וואָס באדייטעט פון אַ הונדערט, אויפ׳ן הונדערט, פאַר אַ הונדערט. אגב ברויכען דעם ווארט „פראצענט״ ניט בלויז באנקירען: אויך סטאטיסטיקער און פארשיעדענע וויסענשאפטס־מענער ברויכען אפט דעם ווארט און מאכען אפט די אדער יענע פראצענט חשבונות.

ווען מיר ווילען, צ. ב. ש., געבען א באגריף וועגען דעם צוא־וואוקס פון דער באפעלקערונג פון א שטאָדט, זאָגען מיר: דער צוואוואוקס איז אזוי פיעל און אזוי פיעל פראצענט. דאָס הייסט, אז אויף יעדע 100 איינוואהנער איז צוגעקומען אזוי פיעל און אזוי פיעל נפשות. ווען מיר זאגען, אז דער צוואוואוקס איז 6 פרא־צענט, הייסט עס, אויף יעדע 100 איז צוגעקומען 6 נפשות. ווען מיר זאגען, צ. ב. ש., אז די שטערבליכקייט איז געווען 4 פראצענט, הייסט עס, אז אויף יעדע 100 איינוואָהנער איז אויסגעקומען 4 טוידטען־פעלע. ווען מיר זאגען, אז דער פאבריקאנט האָט אין א יאהר געמאכט 25 פראצענט פראפיט, הייסט עס, אז אויף יעדע 100 דאלאר, וואס ער האָט אריינגעלעגט, האָט ער פארדיענט 8 דא־לאר.

פראצענט־חשבונות ווערען אם מייסטען געברויכט פון באנ־קירען און סתם אין צוזאמעהאנג מיט געלד־הלוואות.

לאָמיר זאגען, אז אימיצער אנטלייהט 200 דאלאר צו א סוחר אויף 5 פראצענט. דאס הייסט, אז אין א יאהר ארום וועט דער סוחר מוזען צוריקקעהרען די 200 דאלאר און, א חוץ דעם, אויסצאָהלען אויך צו 5 דאלאר פאר יעדע 100 דאלאר, וואס ער

האָט געהאַלטען, עס הייסט 10 דאָלאַר. די גאַנצע סומע, וואָס ער וועט אויסצאָהלען, וועט זיין 210.

די אנטליהענע 200 דאָלאַר רופען זיך **דער קרן, אדער דער קאפּיטאַל**; די 5 דאָל. פון יעדע הונדערט — רופט זיך **פּראָצענט**; די 10 דאָל. — **אינטערעסט**, אָדער **פּראָצענט-געלד**; און די 210 דאָל., עס הייסט די אנטליהענע געלד מיט די אנגעוואַקסענע פּראָצענטען, רופט זיך **די גאַנצע סומע**.

דעם וואָרט פּראָצענט שרייבט מען געוועהנליך „פּראָצ.", אדער מען באַצייכענט איהם מיט'ן צייכען %. אָט, צ. ב. ש., „פינף פּראָצענט" שרייבט מען „5 פּראָצ." אדער „5%"; „זעקס פּראָצענט" — „6 פּראָצ." אדער „6%"; „צעהן פּראָצענט" — „10 פּראָצ." אדער „10%" א. ז. וו.

איינפאַכע און פיעלפאַכע פּראָצענטען.

מען אונטערשיידעט איינפאַכע פּראָצענטען פון פיעלפאַכע. מיר וועלען דעם אונטערשיעד ערקלערען דורך א ביישפּיעל.

איהר האָט אנטליהען א סוחר 100 דאָלאַר אויף 5 פּראָצענט. ער האָט געהאַלטען אייער געלד צוויי יאָהר. וויפיעל אינטערעסט וועט ער אייך דאַרפען באַצאָהלען?

רעכענען מיר אַזוי: פאַר 1 יאָהר דאַרף אייך דער סוחר באַצאָהלען 5 דאָל.; פאַר 2 יאָהר, 2 מאָל אזוי פיעל, עס הייסט 10 דאָל.

מען קען אבער רעכענען אויך אנדערש: צום סוף פון ערשטען יאָהר וועט אייך דער סוחר שולדיג זיין שוין ניט 100, נאָר 105 דאָל. אין פאַרלויף פון צווייטען יאָהר, וועט דאַרום אנוואַקסען פּראָצענט ניט נאָר אויפ'ן קרן (100 דאָל.), נאָר אויך אויף די אינטערעסט (5 דאָל.) פון ערשטען יאָהר, נעמליך 25 סענט. אַלזאָ, צום סוף פון צווייטען יאָהר וועט אייך דער סוחר דאַרפען איינצאָהלען 10 דאָל. 25 סענט אינטערעסט.

אין ערשטען חשבון זיינען אויסגערעכענט **איינפאַכע פּראָצענטען**; אין צווייטען חשבון — **פיעלפאַכע פּראָצענטען**.

מיר וועלען פריהער וויזען, ווי צו מאַכען סתם פּראָצענט-חשבונות; און נאָכהער — ווי צו מאַכען חשבונות, וואו עס האַנדעלט זיך וועגען געלד-הלוואות.

ערשטער בײשפּיעל.

אין א שטאָדט, וואס צעהלט 1850 אײנוואָהנער, זײנען אין פארלויף פון יאָהר געבאָרען געוואָרען 111 קינדער. ווי גרויס איז דער פּראָצענט פון צוואוואוקס?

לאָמיר געפינען דעם ענטפער דורך א פּראָפּאָרציע. דער צוא־וואוקס איז דירעקט־פּראָפּאָרציאָנעל צו דער באַפעלקערונג: וואס גרעסער עס איז די באַפעלקערונג, אלץ גרעסער איז דער צוא־וואוקס.

הײסט עס אזוי: אויף 1850 איז דער צוואוואוקס 111. ווי פיעל איז דער צוואוואוקס אויף 100?

$$111 - 1850$$
$$X - 100$$

האָבען מיר א פּראָפּאָרציע:

$$X : 111 = 100 : 1850$$

און דעריבער איז

$$X = \frac{111 \cdot 100}{1850} = 6$$

דער צוואוואוקס אלזא איז 6%.

לאָמיר געפינען דעם ענטפער דורך ברײנגען צו אן אײנצעל־נעם. 1850 איז 18.5 הונדערטע. זאגען מיר אזוי:

אויף 18.5 הונדערטע אײנוואָהנער איז דער צוואוואוקס — 111

אויף 1 הונדערט — אין 18.5 ווענינער — — — — — — $\frac{111}{18.5}$

האָבען מיר:

$$\frac{111}{18.5} = \frac{1110}{185}^{(37} = \frac{30}{5}^{(5} = = 6$$

דער זעלבער ענטפער: 6%.

צווײטער בײשפּיעל.

אין א געגענד, וואס צעהלט 3700 אײנוואָהנער, זײנען דורכ'ן יאָהר געשטארבען 148 מענשען. ווי גרויס איז דער פּראָצ. פון שטערבליכקײט?

1) דורך פּראָפּאָרציע.

פון 4625 אײנוואָהנער זײנען געשטארבען 148

פון 100 — — — — — — — — — — — X

די צאָהל געשטארבענע איז דירעקט־פּראָפּארציאנעל צו דער צאָהל איינוואָהנער. האָבען מיר

$$X : 148 = 100 : 3700$$

$$X = \frac{148 \cdot 100}{3700} = 4\%$$

2) דורך בריינגען צו אן איינצעלנעם:

פון 37 הונדערטע זיינען געשטארבען — — — — — — — 148

פון 1 הונדערט — 37 מאָל ווענינער — — — — — — $\frac{148}{37}$

האָבען מיר:

$$\frac{148}{37} = 4$$

דריטער ביישפּיעל.

אן ארבייטער, וואס באקומט 36 דאָל. א וואך שכירות, קריגט א העכערונג פון 9 דאָל. אויף ווי פיעל פּראצענט קריגט ער גע־העכערט די שכירות?

1) דורך פּראָפּארציע.

אויף 36 דאָל. — 9

אויף 100 — — X.

האָבען מיר:

$$X : 9 = 100 : 36$$

און דעריבער איז

$$X = \frac{9 \cdot 100}{36} = \frac{900}{36} = 25\%$$

2 דורך בריינגען צו אן איינצעלנעם:

אויף 36 דאָל. איז די העכערונג — — — — — 9 דאָל.

אויף 1 דאָל. — 36 מאָל ווענינער — — — — — $\frac{9}{36}$

אויף 100 דאָל. — 100 מאָל מעהר — — — $\frac{9 \cdot 100}{36} = 25$.

די העכערונג, אלזא, איז 25%.

פערטער ביישפּיעל.

דער ארבייטער באקומט פאר'ן מאכען א בגד 3 דאָל. 50 סענט. ער פארלאנגט מיט 20 פּראצענט מעהר. ווי פיעל פארלאנגט ער?

אנשטאדט 100 דאָל. פארלאנגט ער 120

אנשטאדט 3.5 דאָל. פארלאנגט ער X

1) דורך פראפארציע.

$$X : 120 = 3.5 : 100$$

און דעריבער איז

$$X = \frac{120 \cdot 3.5}{100} = \frac{12 \cdot 35}{100} = 4.2$$

דער ארבייטער פארלאנגט, הייסט עס, 4 דאָל. 20 סענט.

2) דורך „רעדוציירען צו אן איינצעלנעם":

ווען ער וואלט באקומען 100, וואלט ער פארלאנגט — — — 120

ווען ער וואלט באקומען 1 דאָל. וואלט ער פארלאנגט

100 מאָל ווייניגער — — — — — — — — — — — — $\frac{120}{100}$

אָבער אז ער באקומט 3.5, פארלאנגט ער 3.5 מאָל

אזוי פיעל — — — — — — — — — — — — — $\frac{120 \cdot 3.5}{100}$

פינפטער ביישפיעל.

אן ארבייטער האָט געקראגען א העכערונג פון 40% און באַקומט יעצט 35 דאָל. א וואך. ווי פיעל פלעגט ער באקומען בעפאר דער העכערונג?

140 באקומט ער יעצט, אנשטאדט 100

35 באקומט ער יעצט אנשטאדט X

1) דורך פראפארציע:

$$X : 100 = 35 : 140$$

$$X = \frac{100 \cdot 35}{140} = \frac{100}{4} = 25$$

בעפאר דער העכערונג פלעגט ער קריגען 25 דאָל.

2) דורך „רעדוצירען צו אן איינצעלנעם":

140 וואלט ער יעצט געקראגען אנשטאדט — — — — — — — 100

1 וואלט ער יעצט געקראגען אנשטאדט א סומע,

וואס איז 140 מאָל ווייניגער — — — — — — — — — $\frac{100}{140}$

35 קריגט ער אנשטאדט א סומע, וואס איז 35

מאָל מעהר — — — — — — — — — — — $\frac{100 \cdot 35}{140} = 35.$

זעקסטער ביישפיעל.

א סוחר האָט פאר 48—1248 פונט צוקער באצאָהלט 38 דאָל. פאר פראכט און אנדערע הוצאות 10 דאָל. ער וויל ביים פארקויפען מאכען 50% ריוח. ווי טייער זאל ער פארקויפען א פונט?

אַ פריהער לאָמיר אויסגעפינען, וויפיעל ער וויל אויסלעזען פאַר די גאַנצע 1200 פונט. און נאָכהער וועלען מיר אויסגעפינען, ווי טייער ער מוז פארקויפען איין פונט צוקער.

צוזאַמען האָט ער פאַר די צוקער באַצאָהלט 48 דאָל.

ווען איהם וואלט געקאָסט 100 ד., וואלט ער געדארפט קריגען 150.

ווען איהם קאָסט 48, דארף ער קריגען — — — — — — — — X

1) דורך פראָפּאָרציע:

$$X : 150 = 48 : 100$$

און דעריבער איז

$$X = \frac{150 \cdot 48}{100} = 72$$

1) דורך ברייגגען צו אן איינצעלנעם:

ווען איהם וואלט געקאָסט 100 ד., וואלט ער גע־דארפט קריגען — — — — — — — — — — — — — 150.

ווען איהם וואלט געקאָסט 1 ד., וואלט ער געדארפט קריגען — — — — — — — — — — — — — — $\frac{150}{100}$

ווען איהם קאָסט 48, דארף ער קריגען — — — — $\frac{150 \cdot 48}{100} = 72$.

אויב פאַר 1200 פונט וויל ער קריגען 72 דאל., דארף ער פאַר 1 פונט קריגען 72 דאָלאַר צוטיילט אויף 1200.

$$72 : 1200 = 0.06 \text{ ד.}$$

פאַר 1 פונט, אַלזאַ, דארף ער קריגען 0.06 דאָל. (6 סענט).

ביים אויסרעכענען, וואס פאַר אַ פּראָצענט אַ געוויסע צאָהל איז, ברויכט מען, מייסטענס, דעם מעטאָד פון ברייגגען צו אן איינ־צעלנעם. אָט צ. ב. ש., פון 6075 זיינען געווען קראַנק 972. אויף צו געפינען, וואס דאָס איז פאַר אַ פראצענט, זאגען מיר: אויף איינעם קומט אויס ניט 972, נאָר $\frac{972}{6075}$, און אויף 100 — $\frac{972 \cdot 100}{6075}$.

130־טער כלל:

אויף צו געפינען וואס פאַר אַ פראצענט איין צאָהל איז פון אַ צוויי־טע, מאַכען מיר פון די צוויי צאָהלען אַ ברוך־צאָהל, פון וועלכע די ערש־טע איז דער צאָהל־ווייזער, און די צווייטע — דער טייל־ווייזער, און כפל'ען דעם צאָהל־ווייזער אויף 100.

איבונגען.

אין די פאָלגענדע איבונגען מאכט די דעצימאַלע חשבונות אזוי, דאָס דער דיפערענץ זאָל זיין ווייניגער ווי 0.1.

450) אין סיטי קאלעדזש פון ניו יארק זיינען אין 1917 געווען 9484 סטודענטען, פון וועלכע 8061 זיינען געווען אידען. ווי גרוים (אומגעפעהר) איז דער פראצענט פון די אידישע סטודענטען?

451) אין ניו יארקער אוניווערזיטעט זיינען אין זעלבען יאהר געווען 8928 סטודענטען. ארום 21% זיינען געווען אידישע. וויפיעל אידישע סטודענטען זיינען דארטען געווען?

452) דעם 1טען יולי, 1915, איז די באפעלקערונג פון די אמעריקאנישע שטעדט געווען 7,699,556; פאר'ן יאהר זיינען געבארען געווארען 194,999 קינדער, פון וועלכע עס זיינען געשטארבען 1982. ווי גרוים איז געווען דער פראצענט פון צואוואוקס?

453) ווי גרוים איז געווען דער פראצענט פון שטערבליכקייט צווישען דורכ'ן יאהר געבארענע קינדער?

454) די ווייסע באפעלקערונג פון די שטעדט איז אין זעלבען יאהר געווען 7,502,745; געבארען זיינען ביי ווייסע געווארען 191,981 קינדער, פון וועלכע 19,230 זיינען געשטארבען. ווי גרוים איז געווען דער פראצענט פון צואוואוקס ביי די ווייסע?

455) ווי גרוים איז גווען דער פראצענט פון טויטען-פעלע צווישען עופה'לעך?

456) די שווארצע באפעלקערונג פון די שטעדט איז געווען 136,811; די צאהל געבורטען 3,018. פון די ניי-געבארענע זיינען 597 געשטארבען. ווי גרוים איז געווען דער פראצענט פון צואוואוקס ביי די שווארצע?

457) ווי גרויסע איז דער פראצענט טויטענפעלע פון די געבארענע?

458) אין 1918 האט דער אינטערנאציאנאלער האנדעל באטראפען $2,000,000,000, אין 1918 — $50,000,000,000. אויף וויפיעל פראצענט האט דער אינטערנאציאנאלער האנדעל געשטיגען אין לעצטען יאהר-הונדערט?

459) אין 1897 האט די אמעריקאן פעדעריישאן אוו לייבאר געצעהלט 264,825 מיטגלידער, אין 1907 — 1,538,970, און אין 1917 — 2,371,434. ווי גרוים איז דער פראצענט פון צואוואוקס אין יאהר-צעהנדליג 1897—1907? אין יאהרצעהנדליג 1907—1917?

פראצענטען אין געלד-אנגעלעגענהייטען.

אין פראצענט-רעכענונגען פון געלד-אנגעלעגענהייטען קען מען זיך באנוצען מיט פראפארציעס און מיט „ברייגגען צו אן איינצעלנעם.“ אין אזעלכע חשבונות קומט אוים אויסצוגעפינען איינע פון די פאלגענדע פינף זאכען: 1) די אינטערעסט (אנגעוואקסענע פראצענט—געלד); 2) דעם פראצענט; 3) די צייט (אין וועלכע א געווי-

סע אינטערעסט איז אָנגעוואקסען); 4) דעם קאַפּיטאַל (קרן); און 5) די גאַנצע סומע (קאַפּיטאַל און אינטערעסט צוזאַמענגענומען).

אינטערעסט.

עס פאַרשטעהט זיך, אַז וואָס גרעסער עס איז דער קרן; וואָס העכער עס איז דער פּראָצענט; וואָס לענגער עס איז די צייט, — אַלץ מעהר אינטערעסט וואַקסט אָן.

אויב איהר פאַרגרעסערט, צ. ב. ש. דעם קרן אין 2 מאָל, וועט די אינטערעסט אויך ווערען 2 מאָל גרעסער. דאָס זעלבע וועט זיין אויך ווען איהר וועט פאַרדאָפּלען דעם פּראָצענט אדער די צייט.

פּראָצענט.

וואָס גרעסער עס איז די אינטערעסט, עס הייסט, וואָס מעהר פּראָצענט־געלד עס איז אָנגעוואַקסען, אַלץ העכער איז דער פּראָצענט. עס פאַרשטעהט זיך אבער, אַז וואָס גרעסער עס איז דער קרן, אדער וואָס לענגער עס איז די צייט, וואָס דער קרן „ליעגט אויף פּראָצענט", אַלץ קלענער דאַרף זיין דער פּראָצענט אום עס זאָל אָנוואַקסען אַ געוויסע סומע אינטערעסט. אָט, צ. ב. ש., אויב צוויי פּערזאָנען לעגען איין אין באַנק גלייכע סומען און האַלטען זיי די זעלבע מאָס צייט דאָרטען, און איינער קריגט פון דעסטוועגען אַ גרעסערע אינטערעסט, הייסט עס, אַז ער קריגט אַ העכערען פּראָצענט. און פון דער אַנדער זייט: אויב די אינטערעסט איז גלייך, נאָר זייערע קאַפּיטאַלען אדער די צייט, וואָס זייערע קאַפּיטאַלען „ליעגען אויף „פּראָצענט", זיינען ניט גלייך, באַקומט דעריעניגער, וועמעס קאַפּיטאַל איז גרעסער (אדער וועמעס געלד עס ליעגט אַ לענגערע צייט) אַ קלענערען פּראָצענט, ווי דער, וועמעס קאַפּיטאַל עס איז קלענער (אדער ליעגט אַ קורצערע צייט).

צייט.

וואָס גרעסער עס איז דער קרן; אדער וואָס העכער עס איז דער פּראָצענט, — אַלץ ווייניגער צייט פאָדערט זיך, אַז עס זאָל אָנוואַקסען אַ געוויסע אינטערעסט. פון דער אַנדער זייט, אויב צוויי לעגען איין גלייכע קאַפּיטאַלען אויף איין און דעם זעלבען

פראצענט, און איינעמ'ס אינטערעסט איז, צ. ב. ש., 3 מאָל גרעסער, ווי דעם צווייטענס, הייסט עס, אז זיין קאפיטאל איז געלעגען א 3 מאָל לענגערע צייט.

קאפיטאל (קרן).

וואס מעהר אינטערעסט אימיצער קריגט פאר א באשטימטע צייט לויט א באשטימטען פראצענט, אלץ גרעסער מוז זיין זיין קאפיטאל. פון דער אנדער זייט, וואס העכער עס איז דער פראצענט, אדער וואס לענגער די געלד ליעגט, אלץ קלענער דארף זיין דער קאפיטאל אויף צו קריגען א באשטימטע אינטערעסט.

אָט, צ. ב. ש., אויב צוויי לעגען איין געלד אויף די זעלבע צייט און דעם זעלבען פראצענט, און דער ערשטער קריגט צוויי מאָל אזוי פיעל אינטערעסט, ווי דער צווייטער, הייסט עס, אז זיין קאפיטאל איז געזוען צוויי מאָל גרעסער. אויב, ווידער, ביידע קריגען דיזעלבע אינטערעסט, נאָר איינעמס איז געלעגען צוויי מאָל אזוי לאנג, אדער זיין פראצענט איז געוועז צוויי מאָל אזוי גרויס, ווי ביים צווייטען, הייסט עס, אז זיין קאפיטאל איז צוויי מאָל קלענער.

די גאנצע סומע.

דורך דעם וואס איהר פארגרעסערט אין 2 מאָל צ. ב. ש. דעם קאפיטאל, אדער דעם פראצענט, אדער די צייט, אדער די אינטערעסט, ווערט די גאנצע סומע ניט פארדאפעלט. די גאנצע סומע איז אין א דירעקטען פראפארציאנעלען צוזאמענהאנג מיט א סומע, וואס באשטעהט פון 100 און די אינטערעסט, וועלכע איז אנגעוואקסען אויף די 100.

131-טער כלל:

די אינטערעסט איז דירעקט־פראפּארציאָנעל צו קאפּיטאל, צו פראצענט און צו צייט.

דער פראצענט איז דירעקט פראפארציאנעל צו אינטערעסט און פארקעהרט — פראפארציאנעל צו קאפיטאל און צו צייט.

צייט איז דירעקט פראפּארציאָנעל צו אינטערעסט און פארקעהרט — פראפּארציאָנעל צו קאפיטאל און צו פראצענט.

קאַפּיטאַל איז דירעקט־פּראָפּאָרציאָנעל צו אינטערעסט און פאַרקעהרט־פּראָפּאָרציאָנעל צו צייט און פּראָצענט.

די גאַנצע סומע איז ניט פּראָפּאָרציאָנעל ניט צו קאַפּיטאַל, ניט צו פּראָצענט, ניט צו צייט און ניט צו אינטערעסט. זי איז דירעקט־פּראָפּאָרציאָנעל נאָר צו דער גאַנצער סומע פון 100 (הונדערט) מיט די אינטערעסט, אָנגעוואַקסען אויף די 100.

פּראצענט־חשבונות.

יעצט לאָמיר דורך ביישפּיעלע ווייזען, ווי מען מאַכט די פאַרשיעדענע פּראצענט־חשבונות.

ערשטער ביישפּיעל — צו געפינען די אינטערעסט.

איהר האָט אין שפּאַר־קאַסע (סייווינגס באַנק) אריינגעלעגט 1300 דאָל. אויף 3.5%. וויפיעל אינטערעסט דאַרפט איהר באַקומען אין 1 יאהר 6 חדשים?

אויב, הייסט עס, איהר לעגט אריין 100 דאָל. אויף 1 יאהר, באַקומט איהר 3.5 אינטערעסט. ווי פיעל אינטערעסט באַקומט איהר פאַר 1300 דאָל. אין 1 יאהר 6 חדשים?

מיר שרייבען ווי פאָלגט:

קאַפּיטאַל	צייט	אינטערעסט
100	1 יאהר	3.5
1300	1 יאהר 6 חדשים	X

1) דורך פּראפּארציעס.

לאָמיר אויף א ווייל אָננעהמען, אז דער אונטערשיעד איז בלויז אין קאַפּיטאַל. די געזוכטע אינטערעסט וועלען מיר דאַן אָנדייטען דורך א y.

האָבען מיר:

$$y : 3.5 = 1300 : 100$$

פון 100 דאָל.	3.5
פון 1300	y

יעצט נעהמען מיר אין אַנבאַטראַכט, אז דער אונטערשיעד איז אויך אין צייט. האָבען מיר:

$$x : y = 1\frac{1}{2} : 1$$

פאַר 1 יאהר	y
פאַר $1\frac{1}{2}$ יאהר	x

כפל'ען מיר די פראפארציעס:

$$xy : 3.5y = 1300 \cdot 1\tfrac{1}{2} : 100 \cdot 1$$

פארקירצענדיג אויף y, האבען מיר:

$$x : 3.5 = 1300 \cdot 1\tfrac{1}{2} : 100 \cdot 1$$

און דעריבער איז

$$X = \frac{3.5 \cdot 1.5 \cdot 1300}{100} = \frac{35 \cdot 13 \cdot 15}{100} = 68.25$$

די אינטערעסט, אלזא, וועט זיין 68 ד. 25 סענט.

2) דורך בריינגען צו אן אייצעלנער:

פון 100 דאל. אין 1 יאהר איז די אינטערעסט — — — — 3.5

פון 1 דאל. אין 1 יאהר — — — — — — — — — — — — $\frac{3.5}{100}$

פון 1 ד. אין $1\frac{1}{2}$ יאהר — — — — — — — — — — — $\frac{3.5 \cdot 1.5}{100}$

פון 1300 אין $1\frac{1}{2}$ יאהר — — — — $\frac{3.5 \cdot 1.5 \cdot 1300}{100} = 68\frac{1}{4}$ דאל

די אינטערעסט $68\frac{1}{4}$ באקומען מיר פון $\frac{3.5 \cdot 1.5 \cdot 1300}{100}$, וועלכע מען קען דאך שרייבען אזוי: $1300 \cdot 1.5 \cdot \frac{3.5}{100}$. די ברוך־צאהל $\frac{3.5}{100}$ בעדייטעט די אינטערעסט פון 1 דאלאר. אלזא

132־טער כלל:

אויף צו געפינען די אינטערעסט, כפל'ען מיר די אינטערעסט פון 1 דאלאר ($\frac{3.5}{100}$) אויף די צאהל יאהרען און אויפ'ן קרן

צווייטער ביישפיעל — צו געפינען די צייט.

לאמיר עטוואס ענדערען דעם אקארשט געבראכטען ביישפיעל.

פאר די 300 דאל., וואס איהר האט איינגעלעגט אין באנק אויף 3%, האט איהר אין עטליכע חדשים ארום געקראגען 308 דאל. 25 סענט. ווי לאנג איז די געלד געלעגען אין באנק?

די אינטערעסט איז, 25ס. [illegible]

קאפיטאל	אינטערעסט	צייט
100	3	12 חדשים.
300	8.25	X

אויף 100 דאָל. וואקסט אָן 3 דאָל. אין — — — — — 12 חדשים.
אויף 1 דאָל. וואקסט אָן 3 דאָל. אין — — — — 12.100
אויף 1 דאָל וואקסט אָן 1 דאָל. — — — — — — — $\frac{12\cdot100}{3}$
אויף 1 דאָל. וואקסט אָן 8.25 דאָל. אין — — — — $\frac{12\cdot100\cdot8.25}{3}$
אויף 300 דאָל. וואקסט אָן 8.25 אין — — — — $\frac{12\cdot100\cdot8.25}{3\cdot300}=$

$$\frac{12\cdot825}{3\cdot300}=11$$

אלזא, דער קאפיטאל איז געלעגען 11 חדשים.

דריטער ביישפּיעל — צו געפינען דעם פּראצענט.

פאר די 300 דאָל., וואס איהר האָט אריינגעלעגט אין באַנק, האָט איהר אין 11 חדשים ארום געקראָגען 25 סענט 308 דאָל. ווי גרויס איז געווען דער פּראצענט, וואס דער באַנק האָט גע־צאָהלט?

לאָמיר פריהער אויסגעפינען די אינטערעסט:

25 סענט 308 ד.
— 300

25 סענט 8 ד.

קאפּיטאל	צייט	אינטערעסט
300	11	8.25
100	12	X

פון 300 דאָל. אין 11 חדשים איז די אינטערעסט — — — 8.25
פון 100 דאָל. אין 1 חדש איז די אינטערעסט — — — — — $\frac{8.25}{11}$
פון 1 דאָל. אין 1 חדש — — — — — — — — — — $\frac{8.25}{11\cdot300}$
פון 1 דאָל. אין 12 חדשים — — — — — — — — $\frac{8.25\cdot12}{11\cdot300}$
און פון 100 דאָל. אין 12 חדשים $=\frac{8.25\cdot12\cdot100}{11\cdot300}$

$$\frac{825\cdot12}{11\cdot300}=3\%.$$

פערטער ביישפּיעל — צו געפינען דעם קאפּיטאל.

איהר האָט אריינגעלעגט אייער ירושה אין באַנק אויף 4½%, און אין 5 יאהר 9 מאָנאט ארום האָט איהר געקראָגען פון באַנק די גאַנצע געלד (די אריינגעלעגטע צוזאַמען מיט די אנגעוואקסע־

נע אינטערעסט), וואס האָט באטראָפען 3021 דאָל. ווי גרויס איז געוועזן אייער ירושה?

לאָמיר פריהער באמערקען, אז די 3021 דאָל. איז די גאנצע סומע און ווי מיר האָבען שוין פריהער אנגעדייטעט, איז די גאנצע סומע פראָפּאָרציאָנעל בלויז צו א 100, צוזאמענגעלעגט מיט די אינטערעסט פון די 100. און דעריבער, אום צו מאכען דיעזען ביישפּיעל דארף מען פריהער אויסגעפינען, ווי פיעל אינטערעסט עס איז אָנגעוואקסען אויף יעדע 100 דאָל.

4½ דאָל. האָט איהר געקראָגען פאר 100 דאָל. אין איין יאהר; אין 5¾ יאהר האָט איהר געקראָגען 5¾ מאָל אזוי פיעל:

$$4\frac{1}{2} \times 5\frac{3}{4} = \frac{9 \times 23}{2 \times 4} = \frac{207}{8} = 25\frac{7}{8} \text{ ד.}$$

אנשטאָדט יעדע 100 קריעגט איהר אלזא 125⅞ דאָל. האָבען מיר אזוי:

125⅞ דאָל. קריעגט איהר פאר — — — 100

3021 קריעגט איהר פאר — — — — — X

$$X : 100 = 3021 : 125\frac{7}{8}$$

$$X = \frac{100 \times 3021}{125\ 7/8} = \frac{100 \times 3021 \cdot 8}{1007} = 100 \cdot 3 \cdot 8 = 2400$$

(1007 — marked above 3021 in the second fraction)

אייער ירושה האָט באטראָפען 2400 דאָל.

פינפטער ביישפּיעל — צו געפינען די גאנצע סומע.

לאָמיר עטוואס ענדערען דעם אקאָרשט געבראכטען ביישפּיעל.

אייער ירושה, וואס האָט באטראָפען 2400 דאָל.; האָט איהר איינגעלעגט אויף 4½%. וויפיעל האָט איהר געקראָגען אין 5¾ יאהר ארום?

דאָ דארף מען געפינען די גאנצע סומע.

אזוי ווי די גאנצע סומע איז פּראָפּאָרציאָנעל בלויז צו 100 צוזאמענגעלעגט מיט די אינטערעסט אויף די 100, לאָמיר פריהער אויסגעפינען, אין וויפיעל וועט זיך 100 דאָל. פארוואנדלען אין 5¾ יאהר.

די אינטערעסט פון 100 אין 5¾ יאהר וועט זיין:

$$4\frac{1}{2} \cdot 5\frac{3}{4} = 25\frac{7}{8} \text{ דאָל.}$$

אלזא, 100 דאָל. פארוואנדעלט זיך אין — — — — $125\frac{7}{8}$

און 2400 דאָל. פארוואנדעלט זיך אין — — — — — x

$$x : 125\tfrac{7}{8} = 2400 : 100$$

$$x = \frac{1007 \cdot 2400}{8 \cdot 100} = 1007 \cdot 3 = 3021 \text{ דאָל.}$$

איבונגען :

460) וויפיעל אינטערעסט האָט איהר איינגעצאָהלט פאר 300 דאָ-לאַר, וואָס איהר האָט אַנטליהען אויף 5% אויף 75 טעג?

(אין פראָצענט חשבונות רעכענט מען אין יאָהר 360 טעג, און אין אַ חודש 30 טעג).

461) וואָס פאַר אַ סומע דאַרף מען איינלעגען אויף 4%, אַז זי זאָל אין 1 יאָהר 8 חדשים ברענגען 85 דאָלאַר אינטערעסט?

462) אויף וויפיעל פּראָצענט דאַרף מען איינלעגען אַ סומע פון 500 דאָלאר, אום זי זאָל זיך אין 2 יאָהר פארוואַנדלען אין 560 דאָלאר?

463) וויפיעל צייט דאַרף 1000 דאָלאַר ליגען אויף 5%, אום די אינטערעסט זאָל זיין 100 דאָלאר?

464) וואָס פאַר אַ סומע, איינגעלעגט אויף 6% וועט זיך אין 10 חדשים פאַרוואַנדלען אין 8400 דאָלאר?

פיעלפאַכע פּראָצענטען.

פיעלפאכע פּראצענטען, ווי מיר ווייסען שוין, זיינען פּראָצענ-טען, וואס ווערען גערעכענט ניט בלויז אויפ'ן קרן, נאָר אויך אויף די פריהער אָנגעוואקסענע פּראצענטען. לאָמיר ווייזען, ווי מען רעכענט זיי אוים.

שטעלט זיך פאר, אז איהר האָט אריינגעלעגט אין באנק א דאלאר אויף (פיעלפאכע) 4 פראצענט א יאהר. אין וואס פאר א סומע וועט זיך דער דאלאר פארוואנדלען אין 3 יאהר, אדער אין 4 יאהר — אין אלגעמיין אין א באשטימטע צאָהל יאהרען?

100 דאָל. פארוואנדלען זיך אין א יאהר אין — 104 דאָל.

און 1 דאָל. פארוואנדעלט זיך אין א יאהר אין 1.04 דאָל.

אלזא, ווען איהר וואלט צום ענדע פון 1טען יאהר ארויסגע-

נומען די געלד, יואלט איהר פאר'ן אריינגעלעגטען דאלאר געקראַ־גען 1.04 דאָל.

אין פארלויף פון 2טען יאהר האָט זיך 1 דאָל. פארוואנדעלט אין 1.04 דאָל., און 1.04 אין 1.04 מאָל מעהר, עס הייסט אין $1.04 \cdot 1.04 = 1.04^2$.

דאָס הייסט, אז ווען איהר וואלט צום ענדע פון צווייטען יאהר ארויסגענומען די געלד, וואלט איהר פאר'ן אריינגעלעגטען דאלאר געקראגען 1.04^2.

אין פארלויף פון 3־טען יאהר האָט זיך 1 דאל. פארוואנדעלט אין 1.04 דאל. און 1.04^2 דאָל. אין 1.04 מאָל מעהר, עס הייסט אין $1.04^2 \cdot 1.04 = 1.04^3$.

צור ענדע פון 4־טען יאהר וועט איהר פאר'ן אריינגעלעגטען דאלאר קריגען $1.04^3 \cdot 1.04$, עס הייסט 1.04^4; צום ענדע פון 5־טען יאהר $1.04^4 \cdot 1.04$, עס הייסט 1.04^5; צום ענדע פון 6־טען יאהר — $1.04^5 \cdot 1.04$, עס הייסט 1.04^6, א. ז. וו.

לאָמיר עס אויסשרייבען אין א טאבעלע:

אין 1 יאהר	פארוואנדעלט	זיך א דאָלאר	אויף 4%	אין 1.04 דאָל.
אין 2 "	"	"	"	אין 1.04^2 דאָל.
אין 3 "	"	"	"	אין 1.04^3 דאָל.
אין 4 "	"	"	"	אין 1.04^4 דאָל.
אין 5 "	"	"	"	אין 1.04^5 דאָל.
אין 6 "	"	"	"	אין 1.04^5 דאָל.
אין 6 "	"	"	"	אין 1.04^6 דאָל.
אין 7 "	"	"	"	אין 1.04^7 דאָל.

אויף אזן עהנליכען אופן וועט איהר געפינען, אז א דאלאר אריינגעלעגט אויף פיעלפאכע פראצענטען, צו 3% א יאָהר, וועט זיך פארוואנדלען:

אין 1 יאָהר אין 1.03 דאָל.
אין 2 יאהר אין 1.03^2 דאָל.
אין 3 יאהר אין 1.03^3 דאָל.
אין 4 יאהר אין 1.03^4 דאָל.
אין 8 יאהר אין 1.03^8 דאָל.

אָפט מאָל ווערען די פיעלפאכע פראצענטען אויסגערעכענט ניט יעהרליך, נאָר האלב־יעהרליך, אדער פערטעל־יעהרליך

לאָמיר נעהמען א ביישפיעל. איהר האָט אריינגעלעגט 1 דאָל.

אין באַנק אויף פיעלפאכע פראצענטען, צו 4% א יאָהר, אויסגערע־כענט האלב יעהרליך. אין וואס פאר א סומע וועט זיך דער 1 דאָל. פארוואנדלען נאָך א באשטימטע צאָהל יאהרען?

אויב אין א יעהרליכען טערמין וואקסט אויף 1 דאָל. אָן 0.04 (4 סענט), טא אין א האלב־יעהרליכען טערמין — בלויז 0.02, און 1 דאָל. פארוואנדעלט זיך אין 1.02. אלזא:

אין 1 טערמין	1.02
אין 2 טערמינען (א יאָהר)	1.02^2
אין 3 טערמינען	1.02^3
אין 4 טערמינען	1.02^4
אין 7 טערמינען	1.02^7

אויף אן עהנליכען אופן וועט איהר אויסגעפינען, אז אויב די פראצענטען וואלט מען גערעכענט פערטעל־יעהרליך, וואלטען מיר געהאט (אויב דער יעהרליכער פראצענט איז 4):

אין 1טען טערמין — — —	1.01
אין 2 טערמינען — — —	1.01^2
אין 3 טערמינען — — —	1.01^3
אין 7 טערמינען — — —	1.01^7
אין 12 טערמינען — — —	1.01^{12}

133־טער כלל:

אום צו באַשטימען, אין וואָס פאר אַ סומע 1 דאָלאר, אריינגעלעגט אויף פיעלפאכע פראָצענטען, פאַרוואַנדעלט זיך אין אַ געוויסע צאָהל טער־מינען, באַשטימען מיר פריהער, אין וואָס פאר אַ סומע דער 1 דאָלאַר פאַר־וואַנדעלט זיך אין 1 טערמין, און נאכהער ערהויבען מיר די צאָהל אין אַ גראַד, פון וועלכען דער וויזער איז די צאָהל טערמינען.

איבונגען:

465) אין וואס פאר א סומע וועט זיך פארוואנדלען 1 דאָל., אריינ־געלעגט אויף 5 פראצענט, רעכענענדיג האלב־יעהרליך, אין $4\frac{1}{2}$ יאהר?

466) דאָס זעלבע, נאָר רעכענענדיג פערטעל־יעהרליך?

467) אין וואס פאר א סומע וועט זיך פארוואנדלען 1 דאָל., אריינ־געלעגט אויף $6\frac{1}{2}$%, רעכענענדיג האלב־יעהרליך, אין $3\frac{1}{2}$ יאהר?

468) דאָס זעלבע, נאָר ווען דער פראצענט איז $6\frac{1}{4}$?

יעצט לאָמיר נעהמען אזא ביישפיעל: איהר האָט אריינגע־

לעגט אין באַנק 300 דאָל. אויף פיעלפאַכע פראָצענט, צו 3% א יאָהר, רעכנענדיג האַלב-יעהרליך. ווי פיעל האָט באַטראָפען די גאַנצע סומע (דער קרן מיט די אינטערעסט) צום ענדע פון 4½ יאָהר?

לאָמיר פריהער געפינען, אין וואס פאר א סומע 1 דאלאר האָט זיך פארוואנדעלט, לויט דעם כלל געפינען מיר פריהער אויס, אין וואס 1 דאלאר האָט זיך פארוואנדעלט אין 1 האַלב-יעהרליכען טערמין. דער יעהרליכער פראצענט איז 3, און דער האַלב-יעהרליכער איז 1½% אדער 1.5%. דאָס הייסט, אז אויף 1 דאָל. וואקסט אין א האלב יאהר אן 1.5 סענט, אדער 0.015 דאָל.

אין 1 טערמין אלזא, האָט זיך 1 דאָל. פארוואנדעלט אין 1.015 דאָל. און אין 9 טערמינען (4½ יאהר) אין 1.015^9.

אויב 1 דאָל. האָט זיך אין די 4½ יאהר פארוואנדעלט אין 1015^9, טא 300 דאָל. אין 300 מאָל מעהר, עס הייסט אין $300 \cdot 1015^9$.

134-טער כלל:

אום צו באַשטימען, אין וואָס פאַר אַ סומע אַ געוויסער קאַפּיטאַל, אַריינגעלעגט אויף פּיעלפאַכע פּראָצענטען, וועט זיך אין אַ באַשטימטע צאָהל יאָהרען פאַרוואַנדלען, געפינען מיר פריהער אויס, אין וואָס פאַר אַ סומע 1 דאָלאַר וועט זיך פאַרוואַנדלען, און דיזע סומע כפל'ען מיר אויפ'ן קאַפּיטאַל.

טאַבעלע פון פיעלפאַכע פּראָצענטען.

די גאַנצע שוועריגקייט אין חשבונות מיט פיעלפאכע פּראצענטען ליעגט אין דער אויסרעכענונג פון די גראַדען. אָט אין לעצטען ביישפּיעל קומט אוים אויסצורעכענען, ווי פיעל עס באטרעפט 1.015^9. אום דאס אויסצורעכענען דאַרף מען 1.015 כפל'ען אויף 1.015, נאָך אמאָל אויף 1.015, און נאָך אמאָל אויף 1.015, און ווייטער נאָך אמאָל א' ז. וו., ביז די צאָהל 1.015 ווערט ניט גענומען אלס כפל'ער 9 מאָל. דאָס איז א לאַנגווייליגע ארבייט.

ווי מיר האָבען שוין אויבען באמערקט, ווערען אזעלכע חשבונות אויסגערעכענט לייכט מיט דער הילפע פון מיטלען, וואס זיינען אנגעוויזען אין דער העכערער אפּטיילונג פון מאטעמאטיק, וועלכע רופט זיך אַלגעברא.

פארלויפיג וועלען מיר זיך באַנוגען מיט אַ טאַבעלע, וואָס

ווייזט אן די סומען, אין וועלכע 1 דאָל. אריינגעלעגט אויף א גע־וויסען פּראָצענט פאַרוואַנדעלט זיך אין פאַרלויף פון א באַשטימ־טע צאָהל טערמינען.

יאָהרען	½%	1%	1½%	1¾%	2%	2¼%	2½%	2¾%	3%	3½%	4%	4½%	5%	6%
0	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.
1	1.005	1.010	1.015	1.018	1.020	1.023	1.025	1.028	1.03	1.035	1.040	1.045	1.050	1.060
2	1.010	1.020	1.030	1.035	1.040	1.046	1.051	1.056	1.061	1.071	1.081	1.092	1.103	1.124
3	1.015	1.030	1.045	1.053	1.061	1.069	1.077	1.085	1.093	1.109	1.125	1.141	1.158	1.191
4	1.020	1.041	1.061	1.072	1.082	1.093	1.104	1.115	1.126	1.148	1.170	1.193	1.216	1.262
5	1.025	1.051	1.077	1.091	1.104	1.118	1.131	1.145	1.159	1.188	1.217	1.246	1.276	1.338
6	1.030	1.062	1.093	1.110	1.126	1.143	1.160	1.177	1.194	1.229	1.265	1.302	1.340	1.419
7	1.036	1.072	1.109	1.129	1.149	1.169	1.189	1.209	1.230	1.272	1.316	1.361	1.407	1.504
8	1.041	1.083	1.126	1.149	1.172	1.195	1.218	1.292	1.267	1.317	1.369	1.422	1.477	1.594
9	1.046	1.093	1.143	1.169	1.195	1.222	1.249	1.277	1.305	1.363	1.423	1.486	1.551	1.689
10	1.051	1.104	1.161	1.189	1.219	1.249	1.280	1.312	1.344	1.411	1.480	1.553	1.629	1.791
11	1.056	1.116	1.178	1.210	1.243	1.277	1.312	1.348	1.384	1.460	1.539	1.623	1.710	1.898
12	1.062	1.127	1.196	1.231	1.268	1.306	1.345	1.385	1.426	1.511	1.601	1.696	1.796	2.012

דער ערשטער קאָלום (פון לינקס) באַדייטעט די צאָהל טער־מינען, אין פאַרלויף פון וועלכע עס וואַקסט די אינטערעסט אויף 1 דאָלאַר.

דער נעקסטער קאָלום ווייזט, ווי פיעל אינטערעסט עס וואַקסט

אַן אין פארלויף פון 1 טערמין, 2 טערמינען, 3 טערמינען א. ז. וו. אויב דער פראצענט איז ½. דער נעקסטער ווייזט די אַנגעוואקסענע אינטערעסעט, אויב דער פראצענט איז 1; דער נעקסטער קאלום — דאָס זעלבע, אויב דער פראצענט איז 1½, א. ז. וו.

אין אונזער טאבעלע זיינען אויסגערעכענט די צאָהלען ביז טויזענטלעך (דריי דעצימאלע ציפערען): דער דיפערענץ, הייסט עס, איז ווענינגער פון 0.001. אין די באנק־טאבעלען זייגען די צאָהלען אויסגערעכענט גענויער, מיט 8 דעצימאלע ציפערען.

לאָמיר דורך ביישפיעלע ערקלעהרען, ווי מען באנוצט זיך מיט די טאבעלען.

ערשטער ביישפיעל.

אימיצער האָט אריינגעלעגט אין באנק 625 דאָל. אויף (פיעל־פאכע) 2%, רעכענענדיג די פראצענטען פערטעל־יעהרליך. ווי פיעל האָט באטראפען די סומע, וואס ער האָט ארויסגענומען אין 2 יאהר 3 חדשים ארום?

לאָמיר פריהער אויסגעפינען, וויפיעל געלד ער וואלט געקראָגען פון באנק, ווען ער וואלט אריינגעלעגט בלויז 1 דאלאר. די פראצענטען ווערען אין דיעזען פאל גערעכענט פערטעל־יעהרליך, דער פראצענט פאר איין טערמין וועט זיין ½%. די צאָהל טערמינען (צו 3 חדשים אין יעדען) איז 9.

זוכען מיר אין קאלום פון דער טאבעלע, וואו עס שטעהט אויבען ½%, די צאָהל, וואו דער קאלום טרעפט זיך מיט דער שורה, ביי וועלכע עס שטעהט פון לינקס די ציפער 9 (9 טערמינען). די צאָהל איז 1.046.

1 דאלאר, אלזא, פארוואנדעלט זיך אין די 2 יאהר 3 חדשים אין 1.046 דאָל. און 625 דאָל. פארוואנדלען זיך אין א סומע וואס איז 625 מאָל גרעסער:

$$1.046 \cdot 625 = 653.750 = 653.75$$

אין 2 יאהר 3 חדשים ארום, הייסט עס, וועט ער קריגען 25 סענט 653 דאָל.

צווייטער ביישפיעל.

אימיצער האָט ארויסגענומען פון באנק די גאנצע סומע, וואס האָט באטראפען 7170 דאָל. די געלד איז געווען אריינגעלעגט אויף

4½%, אויף פיעלפאכע פּראצענטען, רעכענענדיג האלב־יעהרליך, און איז געלעגען 4 יאהר. ווי פיעל געלד האט ער לכתחילה אריינגעלענט?

אויב דער יעהרליכער פּראצענט איז 4½, איז דער האלב־יעהרליכער 2¼. די צאָהל האלב־יעהרליכע טערמינען איז 8. זוכען מיר אין דער טאבעלע די צאָהל, וואו דער קאָלום, וואס אויבען שטעהט 2¼%, קומט זיך צוזאמען מיט דער שורה פאר 8 טערמינען: די צאָהל איז 1.195. דיעזע צאָהל ווייזט, אז ווען ער וואָלט לכתחילה אריינגעלעגט 1 דאָל., וואלט ער יעצט געקראגען 1.195 דאָל. אויף אזא אופן האָבען מיר:

1 דאלאר — 1.195 דאָלאר.

7170 — — — — X

שטעלען מיר צוזאמען די פּראָפּארציע:

$$X : 1 = 7170 : 1.195$$

און דעריבער איז

$$X = \frac{1 \cdot 7170}{1.195} = \frac{7170000}{1195} = 6000$$

ער האט לכתחילה אריינגעלעגט 6000 דאָל.

איבונגען.

469) ווי פיעל וועט איהר קריגען פאר 290 דאל., אריינגעלעגט אויף 5%, רעכענענדיג האלב־יעהרליך, אין 3 יאהר 6 חדשים ארום?

470) אין וואס ווערען זיך פארוואנדלען 3600 דאָל., אריינגעלעגט אויף 6%, רעכענענדיג פערטעל־יעהרליך, נאך 2 יאהר 9 חדשים?

471) א לענדלארד האט ניט איינגעצאָהלט די שטראָף, צו וועלכער ער איז צוגע׳משפט געוואָרען פאר ניט געבען קיין פאָרע צו די איינוואָהנער. די געלד איז אָבער אין 2 יאהר ארום אויפגעמאָנט געווארען מיט די אנגעוואקסענע פּראָצענטען, צו 3% א יאָהר, — צוזאמען 642 דאָל. ווי גרויס איז לכתחילה געוועזען די שטראף? (מאַכט דעם דיפערענץ ווייניגער ווי 0.01).

יד. דיסקאָונט חשבונות.

אויף אַ ביל, וואס אַ פירמע שיקט צו צו אַ קונד, פון וועלכען עס קומט איהר געלד פאר סחורה, שטעהט געוועהנליך אָנגעשריבען: „10 טעג 2%", אדער 15 טעג 1½%", אַ. ד. גל. דאָס באַדייטעט, אַז אויב דער קונד וועט איינצאָהלען אין פארלויף פון 10 טעג, איז ער באַרעכטיגט צו צאָהלען מיט 2 פּראָצענט ווייניגער, ווי פיעל דער ביל באַטרעפט. אדער אויב ער וועט איינצאָהלען ניט שפּעטער, ווי אין 15 טעג, איז ער באַרעכטיגט אַרונטערצונעהמען אנדערהאַלבען פּראָצענט.

אזוי איז עס שוין דער מנהג ביי געשעפטס־לייטע, אז ווען אימיצער צאָהלט אָפּ אַ חוב בעפאר אַ געוויסען טערמין, צאָהלט ער ניט דעם גאַנצען חוב, נאָר מיט אַ געוויסען פּראָצענט ווייניגער, ווי עס קומט פון איהם.

דער פּראָצענט, וואס דער בעל חוב נעהמט אַרונטער פון חוב, רופט זיך **קאָמערציעלער דיסקאונט, אדער דיסקאונט.**

אָט, צ. ב. ש., אַ סוחר האָט אַריינגעשיקט צו אַ קונד אַ ביל אויף 65 ד. 50 ס. מיט דער אויפשריפט: „10 טעג 2%". אויב דער קונד האָט איינגעצאָהלט אין פארלויף פון דיעזען טערמין, האָט ער איינגעצאָהלט ניט 65 ד. 50 ס., נאָר מיט 2% ווייניגער. ווי פיעל האָט באַטראָפען דער דיסקאונט?

פון 1 ד. איז דער דיסקאונט 0.02 ד.

און פון 65.5 ד. — — 65.5·0.02 ד.

פון כפל'ען וועלען מיר באַקומען 1.31 ד. דאָס הייסט, אַז דער דיסקאונט האָט באַטראָפען 1 דאָל. 31 ס. און באַצאָהלט האָט דער קאָסטומער 64 ד. 19 ס.

135־טער כלל:

אום צו באַשטימען דעם קאָמערציעלען דיסקאָונט פון אַ סומע כפל'ען מיר דעם דיסקאָונט פון 1 דאָלאר אויף די צאָהל דאָלארס פון דער סומע.

איבונגען.

געפינט דעם קאָמערציעלען דיסקאונט פון:

472) 50ס. 147ד., ווען דער דיסקאונט איז 4%.
473) 84 סענט, ווען דער דסיקאונט איז 3%.
474) 25. 807 ד., ווען דער דיסקאונט איז 2%.
475) דער ביל איז אויף 625 דאָל., און דער דיסקאונט באטרעפט 75ס. 18 ד. ווי גרויס איז דער פּראָצענט פון דיסקאונט?
476) דער דיסקאונט, געמאכט אויף 3%, באטרעפט 20ס. 7ד. ווי גרויס איז די סומע פון ביל?

וועקסעל-דיסקאונט.

ווען אימיצער אנטלייהט געלד, גיט ער דעם מלוה ארויס א וועקסעל, אין וועלכען עס ווערט אָנגעדייטעט, אז דער אונטער־גע'חתמ'טער (דער אנטלייהער) פארפליכטעט זיך אין א באַ־שטימטען טאָג איינצוצאָהלען אזא און אזא סומע געלד. די אָנ־געדייטעטע סומע ענטהאַלט די גאַנצע סומע, עס הייסט דעם קרן, אזוי גוט ווי די פּראָצענט־געלד, וואָס וועלען אָנוואקסען ביז דעם אָנגעגעבענעם דאטום.

ווי וועט אבער זיין, אז דער אנטלייהער וועט באצאָהלען מיט א געוויסע צייט פריהער פון אָנגעגעבענעם דאטום? עס פאר־שטעהט זיך, אז אין אזא פאַל וועט ער דארפען באצאָהלען ווע־ניגער, ווי עס שטעהט אין וועקסעל. ער וועט, נעמליך, פון דער וועק־סעל־סומע ארונטעררעכענען די פּראָצענטען פאר די צייט, וואס ער צאָהלט אוים בעפאר דעם אנגעגעבענעם דאטום. דאָס הייסט, אויב ער באצאָהלט דעם חוב מיט א חדש פריהער, וועט ער אראָפּ־רעכענען פּראָצענטען פאר איין חדש; אויב ער באצאָהלט מיט א האַלב יאהר פריהער, וועט ער אראָפּרעכענען פּראָצענטען פאר א האַלב יאהר, א. ז. וו.

אראָפּרעכענען פון דער וועקסעל־סומע די פּראָצענטען פאר די צייט, וואס דער אנטלייהער באצאָהלט דעם חוב פאר דער צייט, הייסט דיסקאונטירען א וועקסעל. מיט אנדערע ווער־טער, דיסקאונטירען א וועקסעל הייסט אויסרעכענען, ווי פיעל מען דארף ארונטערנעהמען פון דער סומע, וואס איז אָנגע־דייטעט אין וועקסעל. און די פּראָצענטען, וואס ווערען אראָפּ־גערעכענט, רופען זיך וועקסעל דיסקאונט.

אויב איהר פארשטעהט גוט דעם שכל פון פּראָצענט־חשבונות,

וועט פאר אייך זיין ניט שווער צו מאכען אויך דיסקאונט־חשבונות. לאמיר דא ברייגנען איניגע ביישפיעלע.

ערשטער ביישפיעל.

דיסקאונטירט א וועקסעל אויף 516 דאל. צו 7½ % א יאהר, פאר 4 חדשים ביז'ן דאטום.

לאמיר פריהער אויסגעפינען דעם פראצענט פאר 4 חדשים.

פאר א יאהר איז דער פראצענט — $7\frac{1}{2} = \frac{15}{2}$

פאר א חדש — — — — — — — — $\frac{15}{2 \cdot 12}$

פאר 4 חדשים — — — $\frac{15 \cdot 4}{2 \cdot 12} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$

דאס הייסט, אז אין די 4 חדשים וואקסט אויף יעדע 100 דאל. אן 2½ % פראצענט. מיט אנדערע ווערטער, יעדע 100 דאל. יעצט וועט אין 4 חדשים ארום זיין ווערט 102½ דאל. און פארקעהרט, יעדע 102½ דאל. פון וועקסעל זיינען פארלויפיג ווערט בלויז 100 דאל.

אויב, אלזא, די וועקסעל־סומע וואלט געווען 102½ דאל., וואלט דער דיסקאונט געווען 2½ דאל. ווי פיעל איז דער דיס־קאונט, אויב די סומע פון וועקסעל איז 516 דאל.?

אויב מיר ווילען דעם דיסקאונט באצייכענען דורך אן X, וועלען מיר האבען:

2½ דאל. איז דער דיסקאונט פון 102½

X איז דער דיסקאונט פון — — 516

1) דורך פראפארציע:

$$X : 2\frac{1}{2} = 516 : 102\frac{1}{2}$$

און דעריבער איז (דיפערענץ ווייניגער פון 0.01):

$$X = \frac{5 \times 516 \cdot 2}{2 \cdot 205} = \frac{516}{41} = 12.59$$

דער דיסקאונט באטרעפט, אלזא, 12 דאל. 59 סענט, און פאר'ן וועקסעל דארף מען באצאהלען $516 - 12.59 = 503.41$, עס הייסט 503 דאל. 41 סענט.

2) דורך בריינגען צו אן איינצעלנעם.

פון 102½ דאל. דיסקאונטירט מען — — — — — — 2½ דאל.

פון 1 דאל. — — — — — — — — — — — — — $\frac{5 \cdot 2}{2 \cdot 205}$

און פון 516 דאל. — — — — — — — $\frac{5 \cdot 2 \cdot 516}{2 \cdot 205}$ = 12 ד. 59 ס.

אנשטאדט אויסצורעכענען דעם דיסקאונט, קען מען אויסרע־

כּענען די סומע, וואָס מען דאַרף אײנצאָהלען שוין אראפּרעכענענ־
דיג דעם דיסקאונט.

1) דורך פּראָפּאָרציעס :

100 דאָל. דאַרף מען צאָהלען אנשטאָדט $102\frac{1}{2}$ דאָל.

X דאָל. — — — — — — — — — 516

1) דורך פּראָפּאָרציעס :

$$X : 100 = 516 : 102\tfrac{1}{2}$$

און דעריבער איז :

$$X = \frac{100\cdot516\cdot2}{205} = \frac{20\cdot516\cdot2}{41} = \frac{40\cdot516}{41} = \frac{20640}{41} = 503.41$$

דאָס הייסט, 503 ד. 41 סענט.

2) דורך ברייננגען צו אן איינצעלנער :

אנשטאָדט $102\frac{1}{2}$ ד. צאָהלט מען 100 דאָל.

אנשטאָדט 1 דאָל. — — — — $\frac{100\cdot2}{205}$

אנשטאָדט 516 ד. — $\frac{100\cdot2\cdot516}{205}$ = 503 דאָל. 41 ס.

אלזא, דעם דיסקאונט $2\frac{1}{2}$ רעכענען מיר אראָפּ פון יעדע $102\frac{1}{2}$, עס הייסט פון יעדע 100 מיט די אינטערעסט, וואָס דאַרף אויף איהר אָנוואַקסען ביז'ן טערמין, וועלכער איז אין וועקסעל אָנגעגעבען. דאָס איז דער ריכטיגער דיסקאונט און רופט זיך מאַטהעמאַטישער דיסקאונט. אָבער געברויכט ווערט אן אנדער דיסקאונט, וועלכער באשטעהט אין דעם, וואָס ער ווערט אראָפּגערעכענט ניט פון יעדע 100 מיט די אינטערעסט, נאָר פון בלויז יעדע 100. דער אַנדער זאָרט דיסקאונט, אלזא, איז דער זעלבער, וואָס ווערט געברויכט אין באצוג צו ביללס. מיט אַנדערע ווערטער : דער אנדער זאָרט איז דער קאָמערציעלער דיסקאונט. אין אונזער ביישפּיעל דאַרף מען $2\frac{1}{2}$ דאָל. אראָפּרעכענען ניט פון יעדע $102\frac{1}{2}$, נאָר פון יעדע 100.

אויב מיר ווילען אין אונזער ביישפּיעל דעם דיסקאונט באַצייכענען מיט'ן בוכשטאָב X, ווילען מיר האָבען :

$2\frac{1}{2}$ דאָל. איז דער דיסקאנט פון 100 דאָל.

X דאָל. איז דער דיסקאונט פון 516 דאָל.

1) דורך פּראָפּאָרציע :

$$X : 2\tfrac{1}{2} = 516 : 100$$

און דעריבער איז :

$$X = \frac{5\cdot516}{2\cdot100} = \frac{5\cdot258}{100} = \frac{1290}{100} = 12.90$$

דער דיסקאונט איז 12 דאָל. 90 סענט. און פאַר'ן וועקסעל דאַרף מען איינצאָהלען:

$$516 - 12.90 = 503.10$$

עס הייסט 503 דאָל. 10 סענט.

2) דורך ברייננען צו אן איינצעלנער:

פון 100 דאָל. איז דער דיסקאונט — — — — — — — — $2\frac{1}{2}$ דאָל.

פון 1 דאָל. — — — — — — — — — — — — — — $\frac{5}{2 \cdot 100}$

פון 516 דאָל. איז דער דיסקאונט — — — — $\frac{5 \cdot 516}{2 \cdot 100} = 12.90$,

עס הייסט 12 דאָל. 90 סענט.

אנשטאדט אויסצורעכענען דעם דיסקאונט, קען מען אויסרעכענען די סומע, וואס מען דאַרף איינצאָהלען שוין אראפרעכענענדיג דעם דיסקאונט.

$97\frac{1}{2}$ דאָל. צאָהלט מען אנשטאדט 100 דאָל.

X דאָל. צאָהלט מען אנשטאדט 516 דאָל.

1) דורך פראפארציע:

$$X : 97\frac{1}{2} = 516 : 100$$

און דעריבער איז

$$X = \frac{195 \cdot 516}{2 \cdot 100} = 503.10$$

דאָס הייסט 503 דאָל. 10 סענט.

2) דורך ברייננען צו אן איינצעלנער:

אנשטאדט 100 דאָל. צאָהלט מען — — — — — — $97\frac{1}{2}$ דאָל.

אנשטאדט 1 דאָל. — — — — — — — — — — — $\frac{195}{2 \cdot 100}$

אנשטאדט 516 דאָל. — — — — — — — $\frac{195 \cdot 516}{2 \cdot 100} = 503.10$.

ווי איהר זעהט, איז דער קאָמערציעלער דיסקאונט גרעסער. און דערפאר ווערט דיעזער, און ניט דער מאטעמאטישער דיסקאונט, געברויכט. ווארים דער וואס צאָהלט געלד, איז דער יחסן. און דער יחסן, דער צאָהלער, איז דאָך פאראינטערעסירט, אז דער דיסקאונט זאל זיין וואס גרעסער.

צווייטער ביישפיעל.

פאר א וועקסעל אויף 1,500 דאָל. 8 יעהרליכע פראצענט, האָט מען באצאָהלט 1410 דאָל. פאר וויפיעל חדשים ביז'ן טערמין האָט מען איינגעצאָהלט דעם חוב?

דער דיסקאונט איז:

$$1500 - 1410 = 90 \text{ דאָל.}$$

פון 100 דאָל. דיסקאָונטירט מען 8 דאָל. אין 12 חדשים.
פון 1500 דאָל. דיסקאָונטירט מען 90 דאָל. אין X חדשים

די צייט איז דירעקט פּראָפּאָרציאָנעל צום דיסקאָונט, און פּאַרקעהרט — פּראָפּאָרציאָנעל צו דער וועקסעל־סומע. דאָס הייסט, וואס גרעסער עס איז די וועקסעל־סומע, אַלץ וועניגער צייט דאַרף מען האָבען אויף צו דיסקאָונטירען א געוויסען דיסקאָונט; און וואס גרעסער עס איז דער דיסקאָונט, אַלץ מעהר צייט בעפאָר דעם אָנגעגעבענעם דאַטום האָט מען דעם וועקסעל דיסקאָונטירט.

אַלזאָ, א געוויסען דיסקאָונט קריגען מיר

פון 100 דאָל. אין 12 חדשים	$y : 12 = 100 : 1500$
פון 1500 דאָל. y חדשים.	$x : y = 90 : 8$
8 ד. דיסק. אין y חדשים.	
90 דאָל. " x חדשים.	$xy : 12y = 100 \cdot 90 : 1500 \cdot 8$

אָדער:

$$x : 12 = 100 \cdot 90 : 1500 \cdot 8$$

$$x = \frac{12 \cdot 100 \cdot 90}{1500 \cdot 8} = 9.$$

דער דיסקאָונט איז געמאַכט געוואָרען פאַר 9 חדשים בעפאָר דעם אָנגעגעבענעם דאַטום

דריטער ביישפּיעל.

פאַר א וועקסעל האָט מען 2 יאהר בעפאָר זיין טערמין באַצאָהלט 1080 דאָל., רעכענענדיג 5 פּראָצענט א יאהר. ווי גרויס איז די וועקסעל סומע?

אויב ביז'ן טערמין איז 2 יאהר, האָט מען פון יעדע הונדערט אַראָפּגערעכענט 2 מאָל 5, עס הייסט 10. און אַנשטאָדט 100 האָט מען געצאָהלט 90. האָבען מיר:

90 האָט מען געצאָהלט פאַר 100 דאָל.
און 1080 האָט מען געצאָהלט פאַר X

און דעריבער איז:

$$x : 100 = 1080 : 90$$

$$x = \frac{100 \cdot 1080}{90} \; (90 = 100 \cdot 12 = 1200.$$

די וועקסעל־סומע איז 1200 דאָל.

פערטער ביישפיעל.

פאר א וועקסעל אויף 3000 דאלאר האָט מען 8 חדשים פאר'ן טערמין באצאָהלט 2880 דאל. ווי גרויס איז דער דיסקאונט פראַצענט?

דער דיסקאונט פאר 8 חדשים איז:

$$3000 - 2880 = 120$$

האָבען מיר אזוי:

120 דאָל. איז דער דיסקאונט פאר 8 חדשים פון 3000 דאָל.

x דאָל איז דער דיסקאונט פאר 12 חדשים פון 100 דאָל.

דער דיסקאונט איז דירעקט פראָפּאָרציאָנעל צו צייט און צו דער וועקסעל־סומע:

120 דאָל. פאר 8 חדשים.	$y : 120 = 12 : 8$
y דאָל פאר 12 חדשים	$x : y = 100 : 3000$
y דאָל פון 3000	
x דאָל פון 100	$xy : 120y = 12\cdot100 : 8\cdot3000$

אדער

$$x : 120 = 12\cdot100 : 8\cdot3000$$

און דעריבער איז:

$$x = \frac{120\cdot12\cdot100}{8\cdot3000} = 6\%$$

איבונגען.

477) ווי פיעל דארף מען באצאָהלען פאר א וועקסעל אויף 500 דאָל., צו 6%, 3 חדשים 15 טעג (3½ חדשים) פאר'ן טערמין?

478) פאר א וועקסעל האָט מען 1½ יאהר פאר'ן טערמין באצאָהלט 2200 דאָל., רעכענענדיג 8% א יאהר. ווי גרויס איז די וועקסעל סו־מע?

479) פאר א וועקסעל אויף 18,960 דאָל., צו 7½%, האָט מען באצאָהלט 18,367½ דאָל. וויפיעל צייט פאר דעם טערמין האָט מען אָפּגעצאָהלט דעם וועקסעל?

480) פאר א וועקסעל אויף 2400 דאָל. האָט מען א האלב יאהר פאר'ן טערמין באצאָהלט 2304 דאָל. ווי גרויס איז דער פראצענט פון דיסקאונט?

טו. כלל פון פּראָפּאָרציאָנעלער צוטיילונג.

פּראָפּאָרציעס ווערען געברויכט אויך אין די פעלע פון זאָגענאַנטע פּראָפּאָרציאָנעלע טיילונג

צוויי טייפּרייטערקעס האָבען איבערגעשריבען אַ מאַנוסקריפּט און האָבען געקראָגען 45 דאָל. פאַר זייער אַרבייט. איינע האָט געאַרבייט 6 טעג, און די צווייטע 9 טעג. ווי זאָלען זיי זיך צוטיילען מיט די געלד?

די גאַנצע אַרבייט האָט געדויערט 15 טעג. עס פאַרשטעהט זיך דאַרום, אַז די ערשטע דאַרף באַקומען אַזוי פיעל מאָל ווייניגער פון 45 דאָל., ווי פיעל מאָל 6 איז ווייניגער פון 15; די צווייטע דאַרף באַקומען אַזוי פיעל מאָל ווייניגער פון 45 דאָלאַר, ווי פיעל מאָל 9 איז ווייניגער פון 15.

אויב מיר ווילען באַצייכענען די געלד, וואָס די ערשטע באַקומט, דורך אַן x, און די געלד פון דער צווייטער — דורך אַ y, האָבען מיר די פּראָפּאָרציעס:

$$x : 45 = 6 : 15$$

$$y : 45 = 9 : 15$$

און דעריבער איז:

$$x = \frac{45 \cdot 6}{15} = 18$$

$$y = \frac{45 \cdot 9}{15} = 27$$

די ערשטע דאַרף באַקומען 18 דאָל., די צווייטע 27 דאָל.

ווי איהר זעהט, איז די 45 דאָלאַר צוטיילט געוואָרען אויף צוויי טיילען, וועלכע זיינען אין פאַרהעלטניס פון 27 : 18, אָדער (פאַרקירצענדיג) אין דער פאַרהעלטניס פון 9 : 6, עס הייסט פּראָפּאָרציאָנעל צו דער צאָהל שטונדען, וואָס יעדע האָט געאַרבייט.

אַזעלכע פעלע, וואו עס קומט אויס צו צוטיילען אַ צאָהל

פראָפּאָרציאָנעל צו אנדערע צאָהלען, באַלאַנגען צו פּראָפּאָרציאָ־נעלע צוטיילונג אָדער צום שותפות כלל (כלל, ווי צו צוטיילען צווישען שותפים).

דעם אויבענגעבראכטען ביישפּיעל קען מען מאכען אויך דורך ברייננגען צו אן איינצעלנעם. איין טייפּרייטערקע האָט געארבייט 6 טעג, די צווייטע 9 טעג. צוזאמען האָבען זיי געארבייט

$$6 + 9 = 15$$

פאר די 15 טעג האָבען זיי באקומען 45 דאלאר. פאר איין שטונדע ארבייט, אלזא, האָבען זיי געקראגען:

$$45 : 15 = 3$$

פאר 1 טאג ארבייט האָבען זיי געקראגען 3 דאל. די ערשטע אלזא, דארף באקומען 27 — 3·9 דאל., די צווייטע, 27 = 3·9 דאל.

136־טער כלל:

דער כלל באשטעהט אין דעם, וואָס מיר לעגען צוזאמען די צאָהלען, וואָס פּראָפּאָרציאָנעל צו זיי מען דארף צוטיילען די געגעבענע צאָהל. (און אונזער ביישפּיעל (15=9+6). נאכהער שטעלען מיר צונויף אַ פּראָפּאָרציע: איין געזוכטע צאָהל איז אַזוי פיעל מאָל קלענער, ווי די געגעבענע, וויפיעל מאָל די ערשטע פון די צאָהלען, וואָס פּראָפּאָרציאָנעל צו זיי דארף מען צוטיילען די געגעבענע צאָהל, איז קלענער פון דער אַקאָרשט געפונענער סומע; די צווייטע געזוכטע איז אַזוי פיעל מאָל קלענער, ווי די געגעבענע, ווי פיעל מאָל די צווייטע פון די צאָהלען, וואָס פּראָפּאָרציאָנעל צו זיי דארף מען צוטיילען די געגעבענע צאָהל, איז קלענער פון דער אַקאָרשט געפונענער סומע, א. ז. וו.

ערשטער ביישפּיעל.

א מוטער האָט צוטיילט 50 קארשען צווישען איהרע דריי קינ־דער פּראפּארציאנעל צו זייער עלטער. איין קינד איז 11 יאהר, דער צווייטער — 8 יאהר, דער דריטער — 6 יאהר. ווי פיעל קארשען האָט באקומען יעדער פון די דריי קינדער?

1) דורך פּראפּארציעס:

לויט דעם כלל לעגען מיר צוזאמען די צאָהלען, וואס פּרא־פּארציאנעל צו זיי דארף מען צוטיילען די 50.

$$6 + 8 + 11 = 25$$

אויב דער ערשטער האָט באַקומען x קאַרשען, דער צווייטער — y, דער דריטער — z קאַרשען, האָבען מיר די פאָלגענדע פּראָפּאָרציעס:

$$x : 50 = 11 : 25$$
$$y : 50 = 8 : 25$$
$$z : 50 = 6 : 25$$

און דעריבער איז:

$$x = \frac{50 \cdot 11}{25} = 22$$
$$y = \frac{50 \cdot 8}{25} = 16$$
$$z = \frac{50 \cdot 6}{25} = 12$$

דער ערשטער, אַלזאָ, האָט באַקומען 22 קאַרשען, דער צווייטער 16, און דער דריטער 12 קאַרשען.

2) דורך ברענגען צו אַן איינצעלנעם:

איב דער ערשטער קריגט 11 טיילען, דאַרף דער צווייטער קריגען 8 טיילען, און דער דריטער 6 טיילען. צוזאַמען, אַלזאָ, האָבען מיר 25 טיילען.

25 טיילען זיינען — — — — — — — 50 קאַרשען

1 טייל איז — — — — — — — — — $\frac{50}{25}$

11 טיילען זיינען — — — — — — $\frac{50 \cdot 11}{25} = 22$

8 טיילען זיינען — — — — — — — $\frac{50 \cdot 8}{25} = 16$

6 טיילען זיינען — — — — — — — $\frac{50 \cdot 6}{25} = 12$

אויב איהר ווילט זיך איבערצייגען, צו די באַקומענע צאָהלען זיינען ריכטיג, טאָ לאָמיר געפינען זייערע פאַרהעלטניסע.

$$22 : 16 = 11 : 8$$

און

$$16 : 12 = 8 : 6$$

האָבען מיר, אַלזאָ:

$$22 : 16 : 12 = 11 : 8 : 6$$

דאָס הייסט די צאָהל קאַרשען איז צוטיילט פּראָפּאָרציאָנעל, ווי געהעריג איז. אויסער דעם, זעהען מיר, אַז

$$22 + 16 + 12 = 50$$

עס הייסט, אַז די חלקים, וואָס אַלע דריי קינדער האָבען באַ-

קומען, זיינען צוזאמען 50, פונקט ווי פיעל די מוטער האט גע־
האט.

צווייטער ביישפיעל.

לאמיר צוטיילען 184 אויף 3 טיילען, וועלכע זאלען האבען די פארהעלטניסע ווי

$$\frac{1}{2} : \frac{2}{3} : \frac{3}{4}$$

דאס הייסט, וועלכע זאלען זיין פראפארציאנעל צו ½, ⅔ און ¾.

לאמיר פריהער די פארהעלטניסע פון די ברוך־צאהלען פאר־וואנדלען אין פארהעלטניסע פון גאנצע צאהלען. אום דאס צו טאן, לאמיר די ברוך־צאהלען כפל'ען אויף זייער געמיינשאפטלי־כען צאהל־ווייזער 12. וועלען מיר האבען:

$$6 : 8 : 9$$

לויט דעם כלל לעגען מיר דיעזע צאהלען צוזאמען:

$$6 + 8 + 9 = 23$$

1) דורך פראפארציעס:

האבען מיר די פראפארציעס:

$$x : 184 = 6 : 23$$
$$y : 184 = 8 : 23$$
$$z : 184 = 9 : 23$$

און דעריבער איז:

$$x = \frac{184 \cdot 6}{23} = 48$$
$$y = \frac{184 \cdot 8}{23} = 64$$
$$z = \frac{184 \cdot 9}{23} = 72$$

2) דורך בריינגען צו אן איינצעלנעם:

$$184 : 23 = 8$$
$$x = 8 \cdot 6 = 48$$
$$y = 8 \cdot 8 = 64$$
$$z = 8 \cdot 9 = 72$$

דריטער ביישפּיעל.

צוטיילט 502 פּראפּארציאנעל צו

$$1 : {}^{2}/_{3} : 1\,{}^{1}/_{5} : 2\,{}^{1}/_{2} : 3$$

לאָמיר פריהער די פּארהעלטניסע פון גאנצע, ברוך־צאָהלען און געמישטע צאָהלען פארבייטען אויף פארהעלטניסע פון גאנצע צאָהלען.

האָבען מיר:

$$30 : 20 : 36 : 75 : 90$$

די סומע פון דיעע צאהלען איז:

$$30 + 20 + 36 + 75 + 90 = 251$$

1) דורך פּראפּארציעס:

מיר האָבען די פאלגענדע פּראפּארציעס:

$$x : 502 = 30 : 251$$
$$y : 502 = 20 : 251$$
$$z : 502 = 36 : 251$$
$$t : 502 = 75 : 251$$
$$u : 502 = 90 : 251$$

און דעריבער איז:

$$x = \frac{502 \cdot 20}{251} = 60$$
$$y = \frac{502 \cdot 30}{251} = 40$$
$$z = \frac{502 \cdot 36}{251} = 72$$
$$t = \frac{502 \cdot 75}{251} = 150$$
$$u = \frac{502 \cdot 90}{251} = 180$$

2) דורך ברייננגען צו אן איינצעלנעם:

$$502 : 251 = 2$$
$$2 \cdot 30 = 60$$
$$2 \cdot 20 = 40$$
$$2 \cdot 36 = 72$$
$$2 \cdot 75 = 150$$
$$2 \cdot 90 = 180$$

אויב איהר ווילט זיך ערקונדיגען, צו די באקומענע צאָהלען זיינען ריכטיג, געפינט, ערשטענס, זייער פארהעלטניס:

$$60 : 40 : 72 : 150 : 180$$

פארקירצענדיג אויף 2 האָבען מיר:

$$30 : 20 : 36 : 75 : 90$$

צווייטענס, נעהמט זייער סומע:

$$30 + 20 + 36 + 75 + 90 = 251$$

פערטער ביישפיעל.

דריי סוחרים האָבען געמאכט א געשעפט און האָבען אריינגעלעגט: דער ערשטער 1200 דאָל.; דער צווייטער 800 דאָל., דער דריטער 1000 דאָל. דער פראפיט באטרעפט 360 דאָל. ווי זאָלען זיי צווישען זיך צוטיילען דעם פראפיט?

עס פארשטעהט זיך, אז די 360 דאָל. פראפיט וועלען זיי צוטיילען פראפארציאנעל צו די אריינגעלעגטע געלדער, עס הייסט

$$1200 : 800 : 1000$$

אדער פארקירצענדיג אויף 200:

$$6 : 4 : 5$$

לעגען מיר צוזאמען דיעזע דריי צאָהלען:

$$6 + 4 + 5 = 15$$

האָבען מיר די פאלגענדע פראפארציעס:

$$x : 360 = 6 : 15$$
$$y : 360 = 4 : 15$$
$$z : 360 = 5 : 15$$

און דעריבער איז:

$$x = \frac{360 \cdot 6}{15} = 144$$
$$y = \frac{360 \cdot 4}{15} = 96$$
$$z = \frac{360 \cdot 5}{15} = 120$$

מיר קענען מאכען דעם ביישפיעל ניט פארקירצענדיג די צאָהלען 1200, 800 און 1000 אויף 200. מיר צוטיילען די 360 פראפארציאנעל צו

$$1200 : 800 : 1000$$

די סומע פון דיעזע צאהלען איז 3000.

האבען מיר פראפארציעס:

$$z : 360 = 1000 : 3000$$
$$y : 360 = 800 : 3000$$
$$x : 360 = 1200 : 3000$$

און דעריבער איז:

$$x = \frac{360 \cdot 1200}{3000} = 144$$
$$y = \frac{360 \cdot 800}{3000} = 96$$
$$z = \frac{360 \cdot 1000}{3000} = 120$$

לאמיר דעם ביישפיעל מאכען דורך ברייגגען צו אן איינ־צעלנע:

צוזאמען האבען די דריי שותפים אריינגעלעגט

3000 דאל. = 1000 + 800 + 1200

3000 דאל האבען געבראכט — — — — — 360 דאל פראפיט.

1 דאל. האט געבראכט — — — — — — — — — $\frac{360}{3000}$

1200 דאל. האבען געבראכט — — — — — — — — = 144 דאל.

800 דאל. האבען געבראכט — — — — — — $\frac{360 \cdot 800}{3000}$ = 96 דאל.

1000 דאל. האבען געבראכט $\frac{360 \cdot 1000}{3000}$ = 120 דאל.

אין דעם פאריגען ביישפיעל זיינען די קאפיטאלען פון די אלע דריי שותפים געלעגען די זעלבע צייט אין געשעפט. יעצט לאמיר דעם ביישפיעל מאכען עטוואס קאמפליצירטער.

פינפטער ביישפיעל.

דריי סוחרים האבען געמאכט א געשעפט בשותפות. דער ערשטער האט אריינגעלעגט 1200 דאלאר אויף 1 חדש 10 טעג; דער צווייטער — 800 דאלאר אויף 2 חדשים 15 טעג; דער דריי־טער — 1000 דאלאר — אויף איין חדש 6 טעג. דער פראפיט באטרעפט 360 דאלאר. ווי זאלען זיי זיך צוטיילען מיט'ן פרא־פיט?

אין דיעזען פאל זאגען מיר אזוי:

דער ערשטער האט פאר זיינע 1200 דאל. אין 1⅓ חדשים (אין פראצענט־חשבונות און אנדערע עהנליכע חשבונות רעכענען מיר 30 טעג אין חדש) געקראגען א געוויסען פראפיט. אום צו

קריעגען דעם זעלבען פראפיט אין 1 חדש, דארף ער ארייננלעגען 1⅓ מאָל מעהר קאפיטאל:

$$1200 \times 1\tfrac{1}{3} = \frac{1200 \cdot 4}{3} = 1600$$

דער צווייטער האָט פאר זיינע 800 דאָל. אין 2½ חדשים געקראגען א געוויסען פראפיט. אום צו קריעגען דעם זעלבען פראפיט אין 1 חדש, דארף ער ארייננלעגען:

$$800 \times 2\tfrac{1}{2} = \frac{800 \cdot 5}{2} = 2000$$

דער דריטער האָט פאר זיינע 1000 דאָל. אין 1⅕ חדשים געקראגען א געוויסען פראפיט. אום צו קריעגען דעם זעלבען פראפיט אין 1 חדש, דארף ער ארייננלעגען:

$$1000 \times 1\tfrac{1}{5} = \frac{1000 \cdot 6}{5} = 1200$$

אלזא, די 360 דאלאר פראפיט דארפען די שותפים צוטיילען פראפארציאנעל צו

$$1600 : 2000 : 1200$$

ווי צו צוטיילען א צאָהל פראפארציאנעל צו אנדערע צאָהלען, ווייסען מיר שוין.

זעקסטער ביישפיעל.

דריי גרופען ארבייטער האָבען צוזאמען געקראגען פאר זייער ארבייט 1746 דאָל. די ערשטע גרופע, וועלכע באשטעהט פון 10 ארבייטער, האָט געארבייט 8 טעג צו 9 שטונדען א טאג; די צווייטע, וועלכע באשטעהט פון 6 ארבייטער, האָט געארבייט 12 טעג צו 8 שטונדען א טאג; די דריטע, וועלכע באשטעהט פון 15 ארבייטער, האָט געארבייט 3 טעג צו 10 שטונדען א טאג. ווי זאָלען זיי צוטיילען צווישען זיך די 1746 דאָלאר?

די ערשטע גרופע, אלזא, האָט געארבייט 72 שטונדען; די צווייטע — 96 שטונדען די דריטע — 30 שטונדען. די געלד, אלזא, דארפען זיי צוטיילען פראפארציאנעל צו דער גרויס פון יעדער גרופע און צו דער צאָהל שטונדען, וואס יעדע האָט געארבייט.

מיר זאָגען אזוי:

די ערשטע גרופע, וועלכע באשטעהט פון 10 ארבייטער, האָט אין 72 שטונדען פארדיענט א געוויסע סומע; אויב זי וואלט באַ־

שטאַנען פון 1 ארבייטער, וואלט זי געדאַרפט ארבייטען 10 מאָל אזוי פיעל, אום צו פארדיענען די זעלבע סומע, עס הייסט

$$72 \times 10 = 720$$ שטונדען

אויף אן ענליכען אופן געפינען מיר, אז ווען די צווייטע וואלט באשטאנען פון 1 ארבייטער, וואלט זי געדארפט ארבייטען 576 שטונדען אויף צו פארדיענען די סומע, וואס זי האָט פארדיענט יעצט, ווען זי באשטעהט פון 6 ארבייטער; און אז די דריטע וואלט געדארפט ארבייטען 450 שטונדען אויף צו פארדיענען די זעלבע סומע, וואס זי פארדיענט יעצט, ווען זי באשטעהט פון 15 ארבייטער.

אלזא, די 1746 דאלאר דארף מען צוטיילען פּראָפּאָרציאָנעל צו:

$$720 : 576 : 450$$

זיעבעטער ביישפּיעל.

אימיצער האָט אין זיין צוואה אנגעזאָגט, אז די 4 זיהן זאָלען צוטיילען די 2440 דאלאר, וואס ער לאזט זיי בירושה, פארקעהרט־פּראָפּאָרציאָנעל צו זייער עלטער. דער עלטסטער זוהן איז 20 יאהר, דער צווייטער — 18 יאהר, דער דריטער — 15 און דער אינגסטער 6 יאהר. ווי זאלען זיי צוטיילען די ירושה?

לאָמיר זאגען, אז דער עלטסטער קריעגט 1 וועלכען עס איז חלק. דאן דארף דער צווייטער קריעגען אזוי פיעל מעהר, ווי פיעל מאָל 20 איז גרעסער פון 18, עס הייסט ער דארף באקומען $\frac{20}{18}$

דער דריטער דארף באקומען אזוי פיעל מאָל מעהר פון צווייטען, ווי פיעל מאָל 18 איז גרעסער פון 15, עס הייסט $\frac{18}{15}$. אלזא, אויב דער צווייטער קריעגט $\frac{20}{18}$, קריעגט דער דריטער $\frac{18}{15}$ מאָל מעהר.

$$\frac{20}{18} \times \frac{18}{15} = \frac{20}{15}$$

דער פערטער דארף באקומען אזוי פיעל מאָל מעהר פון דריטען, ווי פיעל מאָל 15 איז גרעסער פון 6, עס הייסט $\frac{15}{6}$. אויב דער דריטער באקומט $\frac{20}{15}$, דארף דער פערטער באקומען $\frac{15}{6}$ מאָל מעהר.

$$\frac{20}{15} \times \frac{15}{6} = \frac{20}{6}$$

אלזא די ירושה דארפען זיי צוטיילען פראפארציאנעל צו

$$1 : \frac{20}{18} : \frac{20}{15} : \frac{20}{6}$$

כפל'ענדיג די צאהלען אויפ'ן געמיינשאפטליכען טייל־ווייזער 90, באקומען מיר

$$90 : 100 : 120 : 300$$

אדער:

$$9 : 10 : 12 : 30$$

דאס הייסט, אויב דער ערשטער קריעגט 9 טיילען, קריעגט דער צווייטער 10, דער דריטער 12, דער פערטער 30 טיילען. צו־זאמען זיינען דא:

$$9 + 10 + 12 + 30 = 61 \text{ טיילען}$$

61 טיילען זיינען — — — — — — 2440 דאל.

1 טייל איז — — — — — — — — — — — $\frac{2440}{61}$

9 טיילען זיינען — — — — — — — — — — $\frac{2440 \cdot 9}{61} = 360$ דאל.

10 טיילען זיינען — — — — — — — — — — $\frac{2440 \cdot 10}{61} = 400$ דאל.

12 טיילען זיינען — — — — — — — — — — $\frac{2440 \cdot 12}{61} = 480$ דאל.

30 טיילען זיינען — — — — — — — — $\frac{2440 \cdot 30}{61} = 1200$ דאל.

איבונגען.

481) צוטיילט 3200 אויף 3 טיילען פראפארציאנעל צו

$$1 : 3 : 2.4$$

482) פינף ארבייטער האבען פאר א געוויסע ארבייט באקומען 1200 דאל. דער ערשטער האט געארבייט 18 טעג, דער צווייטער 27 טעג, דער דריטער 39 טעג, דער פערטער 30 טעג, דער פינפטער 36 טעג. ווי זאלען זיי זיך צוטיילען מיט די געלד?

483) צוטיילט 7000 פראפארציאנעל צו

$$3 : 5 : 7 : 9 : 11$$

484) צוטיילט 2860 פארקעהרט־פראפארציאנעל צו די צאהלען 5, 7 און 9.

485) צוטיילט 3480 אויף 4 צאהלען אזוי, דאס די פארהעלט־ניס פון דער ערשטער צו דער צווייטער זאל זיין 3 : 4; די פארהעלט־ניס פון דער צווייטער צו דער דריטער 8 : 5; די פארהעלטניס פון דער דריטער צו דער פערטער 7 : 6.

טז. מישונג כלל.

אז איהר קויפט א גאָלדענע אדער א זילבערנע זאך, אינטערע־ סירט איהר זיך מיט דער „פּראָבע" פון דעם גאָלד אדער פון דעם זילבער. דאָס הייסט, איהר ווילט וויסען, וויפיעל איז דאָרטען דאָ גאָלד און וויפיעל צין אדער אנאנדער פּראָסטער מעטאַל. ווארים ריינע גאָלד און זילבער זיינען צו ווייך, מען זאָל פון זיי מאכען זאכען. מישט מען זיי מיט ביליגערע מעטאַלען, אום די זאכען זאָ־ לען זיין שטארקער, הארטער. די מאָס ריינע גאָלד רופט זיך אין ענגליש „פיין" (אין רוסיש און אין רוסיש־אידיש „די פּראָבע").

גאָלד, צ. ב. ש., ווערט געמאכט פון גאָלד, וואָס איז 0.9 פיין, עס הייסט פון אזא גאָלד, וואו 9 צעהנטלעך זיינען גאָלד, און 1 צעהנטעל פּראָסטע מעטאַלען. און אָפט זאגט מען: „גאָלד 900 פיין", דאָס הייסט, אז אויף יעדע 1000 טיילען פון דעם זארט גאָלד קומט אויס 900 טיילען גאָלד און 100 טיילען ביליגע מעטאַלען. („900 פיין" איז דאָס זעלבע, וואָס „0.9 פיין").

אייזען ווערט זעלטען געברויכט אין דער פּראָדוקציאָן. אַנ־ שטאָדט אייזען ברויכט מען שטאָהל, וועלכע ווערט צוזאמענגע־ שטעלט פון אייזען און פון קאָהלען. אָדער עס ווערט געברויכט טשוגון, וועלכע איז אויך א צוזאמענשמעלצונג פון אייזען און קאָהלען.

די יעניגע, וואָס האָבען צו טאָן מיט גאָלד, זילבער, שטאָל א. ד. גל., קומט אָפט אויס צו מאכען חשבונות אויף צו באַ־ שטימען, ווי אזוי זיינען די אדער יענע מעטאַלען געמישט.

מישען קומט אויס ניט דוקא מעטאַלען: דער גראָסער מישט אָפט פארשיעדענע זארטען מעהל, פארשיעדענע זארטען צו־ קער, א. ד. גל.

דער וויין־הענדלער מישט אָפט וויין מיט וואסער, דער מילך־ הענדלער מישט מילך מיט וואסער, א. ד. גל.

און עס קומט דארום אויס צו באשטימען 1) ענטוועדער דעם

פרייז פון די געמישטע זאך, אדער 2) אין וועלכע מאס צו מישען די זאכען אויף צו באקומען דעם געווינשטען פראדוקט פון געווינשטען פרייז. און אין אזעלכע פעלע באנוצט מען זיך מיט'ן מישונג-כלל, וועלכען מיר געהען דא ווייזען.

לאמיר נעהמען א ביישפיעל.

איהר האט צומישט 4 פונט מעהר צו 7 סענט א פונט, 8 פונט — צו 9 ס.; 8 פונט צו 8 ס. וויפיעל וועט קאסטען 1 פונט פון די געמישטע מעהל?

דאס איז זעהר לייכט אויסצוגעפינען.

די 4 פונט צו 7 ס. קאסטען 28 סענט; די 8 פונט צו 9 ס. קאסטען 72 ס.; און די 8 פונט צו 8 סענט קאסטען 64 סענט. צוזאמען זיינען דא 4 + 8 + 8 = 20 פונט; און קאסטען קאסטען זיי 28 ס. + 72 ס. + 64 סענט. = 1 ד. 64 ס.

אלזא, 1 פונט קאסט:

20) 164 ס. (= 8.2 ס.

1 פונט קאסט 8 און 2 צעהנטעלעך סענט.

צווייטער ביישפיעל.

דער יאוועליר האט צוזאמענגעשמאלצען 2 פונט גאלד 900-טער פראבע און 3 פונט 920-טער פראבע. וואס פאר א פראבע וועט האבען די צונויפגעשמאלצענע גאלד?

דער ערשטער זארט גאלד ענטהאלט 2 מאל 900 טיילען, עס הייסט 1800 טיילען ריינע גאלד; דער צווייטער זארט ענטהאלט 3 מאל 920, עס הייסט 2760 ריינע גאלד. די 5 פונט צוזאמען ענטהאלטען 1800 + 2760 = 4560 ריינע גאלד.

1 פונט געמישטע גאלד ענטהאלט:

5) 4560 (912

די געמישטע גאלד וועט זיין „912 פיין."

137-טער כלל:

ווען עס זיינען אנגעגעבען די מאסען און די פרייזען פון די געמישטע זאכען (אדער זארטען) און מיר דארפען געפינען דעם פרייז פון איין זאך, געפינען מיר אויס, ווי פיעל עס האט געקאסט יעדער

זאַרט באַזונדער; נאכהער געפינען מיר אויס, ווי פיעל אלע זאַרטען צוזאַמען האָבען געקאָסט, און דיעזע סומע צוטיילען מיר אויף. די צאָהל געמישטע זאַכען (פונטען, צ. ב. ש.).

עס זיינען פאראן אבער אנדערע פעלע, וואו די פרייזען פון די געמישטע זאכען און פון דער געמישעכץ זיינען אָנגעגעבען, און מען דארף נאָר געפינען אין וועלכער מאָס מען דארף די זאכען צו־מישען.

לאָמיר געבען א ביישפיעל פון אזא פאל:

א פונט קאפע פון איין זאָרט קאסט 36 סענט, א פונט פון א צווייטען זאָרט — 40 סענט. וויפיעל פונט דארף מען נעהמען פון יעדען זאָרט אום צו באַקומען א געמישעכץ פון 40 פינט, צו 37½ סענט א פונט?

אויב מען זאָל פאר א פונט פון ערשטען זארט נעהמען 37½ ס., איז דאָ א פראפיט פון 1½ סענט — אום דער פראפיט זאל זיין 1 סענט, דארף מען פון ערשטען זארט נעהמען 1½ מאָל וועניגער, עס הייסט ⅔ פונט.

אויב מען זאָל פאר א פונט פון צווייטען זארט נעהמען 37½ס., וועט זיין א היזק פון 2½ סענט. אום דער היזק זאל זיין 1 סענט, דארף מען פון צווייטען זארט נעהמען 2½ מאָל וועניגער, עס הייסט ⅖ פונט. אויב, אלזא, מיר וועלען נעהמען פון ערשטען זארט ⅔ פונט און פון צווייטען — ⅖ פונט, וועט דער פראפיט דעקען דעם היזק. די 40 פונט געמישעכץ דארפען ענטהאלען אזוי פיעל מאָל ⅔ פון ערשטען, ווי פיעל ⅖ פון צווייטען. מיט אנדערע ווערטער: די 40 פונט דארף מען צוטיילען פראפארציאנעל צו ⅔ און ⅖:

$$\frac{2}{3} : \frac{2}{5} = 5 : 3$$

פון ערשטען זארט, אלזא, נעהמען מיר — $\frac{40 \cdot 5}{8} = 25$ פ.

פון צווייטען זארט — — — — — — — — $\frac{40 \cdot 3}{8} = 15$ פ.

לאָמיר מאכען א פראבע:

15 פ. פון צווייטען זארט קאסטען 40·15 ס. = 600 סענט.

25 פ. פון ערשטען זארט קאסטען 36·25 ס. = 900 סענט.

צוזאמען קאסטען די 40 פונט — — — — — — 1500 ס.

און 1 פונט קאסט 40 : 1500 = 37.5 סענט.

מען קען די זעלבע פראבלעם לעזען אויף אזא אופן:

לאָמיר זיך פארשטעלען, אז די גאנצע 40 פונט זיינען גע־נומען פון ערשטען זארט. דאן וואלט די גאנצע געמישעכץ גע־קאסט 36·40 = 1440 סענט. דארפען אבער דארף זי באטרעפען 37.5·40 = 1500, עס הייסט מיט 60 סענט (1500-1440) טייערער. ווען אנשטאדט 1 פונט פון ערשטען וואלטען מיר גענומען 1 פונט פון צווייטען, וואלט דער אונטערשיעד געווען אין 4 סענט (40-36). אזוי ווי דער אונטערשיעד איז ניט 4, נאר 60 סענט, הייסט עס, אז פון צווייטען זארט איז גענומען ניט 1 פונט, נאָר אזוי פיעל פונט, ווי פיעל מאָל 4 ס. ענטהאלט זיך אין 60 ס., עס הייסט 15 מאָל.

אויב פון צווייטען זארט איז גענומען 15 פ., איז פון ערשטען זארט גענומען 25 (40-15) פ.

יעצט לאָמיר ווייזען, ווי אויסצורעכענען, ווען מיר מישען מעהר ווי צוויי זארטען.

איין זארט טהעע קאסט 38 סענט 2 דאָל. א פונט; א צוויי־טער זארט — 10 ס. 2 דאָל.; א דריטער זארט 61 ס. 1 ד. פון דיעזע דריי זארטען איז געמאכט א געמישעכץ פון 378 פונט, צו 82 ס. 1 ד. א פונט. ווי פיעל פונט פון יעדען זארט איז גענומען פאר דער געמישעכץ?

פון ערשטען און צווייטען זארט באקומט זיך היזק; פון דריטען זארט באקומט זיך פראפיט.

פון א פונט פון ערשטען זארט באקומט זיך 56 ס. היזק, און אויף צו באקומען 1 ס. היזק דארף מען פון ערשטען זארט נעה־מען $\frac{1}{56}$ פונט.

אויף אן עהנליכען אופן געפינען מיר, אז אום צו קריגען נאר 1 ס. היזק פון צווייטען זארט דארף מען פון איהם (צווייטען זארט) נעהמען $\frac{1}{28}$ פונט; און אז צו באקומען פון דריטען זארט 1 ס. ריווח דארף מען פון איהם נעהמען $\frac{1}{21}$ פונט.

אויב, אלזא, מיר וועלען נעהמען פון ערשטען זארט $\frac{1}{56}$ פונט און פון צווייטען $\frac{1}{28}$ פונט, וועלען מיר האָבען 2 ס. היזק. אום צו דעקען דעם היזק דארף מען פון דריטען זארט נעהמען 2 מאָל צו $\frac{1}{21}$ דאָס הייסט, אז אויב מיר וועלען פון ערשטען נעהמען $\frac{1}{56}$, פון צווייטען — $\frac{1}{28}$, און פון דריטען $\frac{2}{21}$, וועלען מיר האָבען ניט קיין ריווח און ניט קיין היזק.

די 378 פ., אלזא, דארף מען צוטיילען פראפארציאנעל צו $\frac{1}{56}$, $\frac{1}{28}$ און $\frac{2}{21}$

$$\frac{1}{56} : \frac{1}{28} : \frac{2}{21} = 3 : 6 : 16$$

און ווי צו צוטיילען א צאהל פראפארציאנעל צו דריי צאה־לען, ווייסען מיר דאך שוין.

138־טער כלל:

ווען עס זיינען אנגעגעבען די פרייזען פון יעדען פון די געמישטע זאכען, אזוי גוט ווי דער פרייז פון דעם געמישעכץ, און עס פאדערט זיך אויסצוגעפינען, ווי פיעל מען דארף נעמען פון יעדען זארט באזונדער, טוען מיר אזוי: מען באשטימט וואס פאר א חלק פון א איינצעלנער מאס (1 פונט, 1 קווארט, א. ד. גל.) מען דארף נעהמען פון טייערערען זארט, אום דער היזק זאל זיין 1 (1 סענט אדער 1 דאלאר); נאכהער באשטימען מיר, וואס פאר א חלק פון אן איינצעלנער מאס מען דארף נעהמען פון ביליגערען זארט, אום דער היזק זאל זיין 1; און צולעצט צוטיילט מען די געמישעכץ פראפארציאנעל צו די ברוך־צאהלען, וועלכע ווייזען וואס פאר חלקים פון א איינצעלנער מאס מען דארף נעהמען פון דעם און פון יענעם זארט.

אין פאל ווען די געמישעכץ באשטעהט פון דריי זארטען, פון וועלכע צוויי זיינען טייערער (אדער ביליגער) פון דער געמישעכץ, און דער דריטער איז ביליגער (אדער טייערער), דארף מען די דריטע ברוך־צאהל כפל'ען אויף 2, אום דער ריוח (אדער היזק) אויפ'ן דריטען זארט זאל דעקען דעם היזק (אדער ריוח) אי אויפ'ן ערשטען און אי אויפ'ן צווייטען זארט. און נאכהער צוטיילט מען די געמישעכץ פראפארציאנעל צו די דריי באקומענע ברוך־צאהלען.

איבונגען.

486) א יובעליר האט צוזאמענגעשמאלצען 5 פונט זילבער פון 840־ער פראבע מיט 3 פונט זילבער 960־ער פראבע. וואס פאר א פראבע וועט האבען די צונויפגעשמאלצענע זילבער?

487) א קאפע־הענדלער האט צומישט 24 פונט קאפע צו 35 סענט א פונט; 16 פונט צו 40 סענט; 56 פ. צו 45 סענט; און 8 פונט — צו 46 סענט. ווי פיעל קאסט איהם א פונט געמישטע קאפע?

488) 70 סטרייקערס פון א שאפ האבען אין איין וואך געקראגען 550 דאל. סטרייק־בענעפיט. יעדער פארהייראטער האט געקראגען צו

10 דאָל., און יעדער אונפארהייראטער — צו 5 דאָל. ווי פיעל ארבייטער זיינען געווען פארהייראטע?

489) אין א טהעע געשעפט האָט מען צוזאמענגעמישט דריי זארטען טהעע, וואס וועגען צוזאמען 35 פונט און קאסטען 66 דאָל. דער ערשטער זארט איז 2 דאָל. א פונט; דער צווייטער, 04 ס. 2 ד.; און דער דריטער — 45 ס. 1 ד. ווי פיעל פונט האָט מען גענומען פון צווייטען זארט?

שליסעל צו די איבונגען.

1) 14; 16; 17; 18; 19.

2) 40: 43: 34: 50: 52: 25: 60: 70: 78: 87: 69; 59.

3) זיעבען און דרייסיג; דריי און זיעבעציג; אכטציג; אכט; ניינציג; ניין; אכט און זעכציג; זעקס און אכטציג; ניין און פערציג; פיער און ניינציג.

4) 200; 300; 400; 500; 600; 700; 800; 900.

5) 315; 333; 303; 330; 454; 563; 675; 709; 790; 829; 982; 999.

6) הונדערט זיעבעצען; הונדערט איין און זיבעציג; הונדערט ניין; הונדערט ניינציג; צוויי הונדערט צוויי און צוואַנציג; דריי הונדערט פיער; פיער הונדערט פערציג; פינף הונדערט זעקס און דרייסיג; זעקס הונדערט זיעבען און אַכציג; זיעבען הונדערט ניין און פופציג; אַכט הונדערט פינף און דרייסיג; ניין הונדערט; ניינציג; ניין; ניין הונדערט ניין; ניין הונדערט ניינציג; ניין הונדערט ניין און ניינציג.

7) אין 5 — 5 איינצעלנע, אין 50 — 5 צעהנדליגע, אין 500 — 5 הונדערטע.

8) דער ערשטער 5 — 5 איינצעלנע; דער צווייטער — 100 מאָל אזוי פיעל.

9) 3260; 3206; 3026; 4132; 4312; 4213; 5725; 6437; 7961; 8657; 9999.

10) טויזענד דריי הונדערט; טויזענד דרייסיג; טויזענד דריי; צוויי טויזענד פיער הונדערט פינף; צוויי טויזענד פינף און פערציג; צוויי טויזענד פיער הונדערט פופ־ציג; דריי טויזענד הונדערט צוויי און פערציג; פיער טויזענד זעקס הונדערט פינף און דרייסיג; פינף טויזענד אכט הונדערט איין און זעכ־ציג; זעקס טויזענד פינף הונדערט ניין און צוואנציג; זיעבען טויזענד דריי הונדערט פופצעהן; אכט טויזענד זעקס הונדערט זיעבען און פופ־ציג; ניין טויזענד זיעבען הונדערט אכט און דרייסיג; ניין טויזענד ניין הונדערט ניין און ניינציג.

11) 72,598: 83,000: 80,300: 80,003: 80,030: 99,999; 150,150: 200,020: 400,000: 567,243: 808,080: 990,990.

12) אַלץ מיט 1 מאָל מעהר.

13) דער צווייטער 100 מאָל גרעסער פון ערשטען; דער דריטער — 100 מאָל גרעסער פון צווייטען.

14) דרייסיג טויזענד און פיער; פיער און דרייסיג טויזענד; דרייסיג טויזענד פיער הונדערט; דרייסיג טויזענד פערציג; זעקס און פופציג טויזענד ניין הונדערט אכטציג; זיעבען און אכטציג טויזענד ניין הונדערט פינף און זעכציג; ניין און ניינציג טויזענד ניין הונדערט ניין און ניינציג; הונדערט פערציג טויזענד הונדערט פערציג; הונדערט פיער טויזענד הונדערט פיער; הונדערט פערציג טויזענד פיער הונדערט צעהן; דריי הונדערט פינף טויזענד זעקס הונדערט אכט און פערציג; דריי הונדערט פופציג טויזענד זעקס הונדערט אכט און פערציג; דריי הונדערט זעקס און פופציג טויזענד אכט און פערציג; פיער הונדערט זעקס און פופציג טויזענד פיער הונדערט אכט; פינף הונדערט זיעבען און זעכציג טויזענד פיער הונדערט אכציג; זעקס הונדערט טויזענד; אכט הונדערט דריי און ניינציג טויזענד; זיבען הונדערט איין און ניינציג; ניין הונדערט טויזענד ניין; ניין הונדערט טויזענד ניין הונדערט; זיבען מיליאָן ניין הונדערט דרייסיג טויזענד אכט הונדערט פינף און פערציג; פינף און צוואנציג מיליאָן; צוואנציג מיליאָן פינף טויזענד; צוואנציג מיליאָן פופציג; דרייסיג מיליאָן זיעבען הונדערט אכט טויזענד פופציג; פיער הונדערט מיליאָן פופצעהן; פינף הונדערט זעקס און ניינציג טויזענד זיעבעציג.

15) **4,766,883; 1,460,600.** 16) **46,089,249; 437,940,432.**

17) **הונדערט זעקס און זיעבעציג מיליאָן ניין הונדערט ניין און ניינציג טויזענד הונדערט צוויי און דרייסיג; הונדערט זעקס און דרייסיג מיליאָן דריי הונדערט פערציג טויזענד זיעבען הונדערט איין און אכציג; ניין און ניינציג מיליאָן פינף און זעכציג טויזענד זיעבען הונדערט פופצעהן; פיער און צוואנציג מיליאָן צוויי הונדערט אכט און ניינציג טויזענד אכט הונדערט פופציג; צוועלף מיליאָן ניין הונדערט זעקס און זיעבעציג טויזענד צוויי הונדערט זעכצעהן.**

18) לייענט אויפ'ן קול:

פינף הונדערט פופציג טויזענד פיער הונדערט; צוויי הונדערט זיעבען און דרייסיג טויזענד זעקס הונדערט; הונדערט ניין און זיעבעציג טויזענד פינף הונדערט; פינף און זיבעציג טויזענד פיער הונדערט; ניין און צוואנציג טויזענד איין הונדערט; זעכצעהן טויזענד ניין הונדערט; עלף טויזענד ניין הונדערט; צוויי הונדערט אכט טויזענד;*) פיער און פערציג טויזענד פינף הונדערט; איין מיליאָן פינף הונדערט צוויי און זעכציג טויזענד ניין הונדערט; זעקס הונדערט זעקס און ניינציג מיליאָן ניין הונדערט פופציג טויזענד ניין

*) אין איבונג 18 האָט זיך אריינגע'גנב'ט אַ דרוק-פעהלער: אנ-שטאָט 208,000 שטעהט דארטען 20,800.

הונדערט; איין ביליאן דריי הונדערט זעקס מיליאן זעקס הונדערט אכט און צוואנציג טויזענד אכט הונדערט.

19) 985,100; 100,589.

20) 35. 21) 53. 22) 40. 23) 58. 24) 48.

25 38. 26) 44. 27) 34; 34; 56; 65; 85; 65; 67; 99.

28) 33; 42; 51; 60; 69; 78; 87. 29) 2004.

30) 16.776.

31) 11,242.

32) 220,271.

33) 1,017,036.

34) 27,278,853.

35) 83; 76; 69; 62; 55; 48; 41; 27; 20; 13; 47; 12.

36) 23; 10; 21; 131; 202; 327; 355; 350.

37) 1,040; 2,187; 3,867; 1,675; 39,699; 111,783.

38) 26,549,781.

39) 74,164 סק מייל

40) 2,435,341.

41) 3,994,268.

42) 2272 פונט

43) גרעסער אויף 12 (7 + 5).

44) קלענער אויף 17 (8+9).

45) אונגעענדערט.

46) קלענער אויף 8 (12 — 20).

47) גרעסער אויף 25.

48) גרעסער אויף 14.

49) קלענער אויף 18.

50) קלענער אויף 20.

51) אונגעענדערט.

52) אונגעענדערט.

53) גרעסער אויף 30 (17 + 13).

54) קלענער אויף 40 (19+21).

55) גרעסער אויף 25 (40—60).

55) גרעסער אויף 20 (40—60).

57) דער ריכטיגער ענטפער איז 18,832.

58) דאָס איז דער ריכטיגער ענטפער.

59) דער ריכטיגער ענטפער איז 29,874.

60) דער ריכטיגער ענטפער איז 41,689.

61) דער ריכטיגער ענטפער איז 406,762.

62) דאס איז דער ריכטיגער ענטפער.

63) 15; 39; 41.

64) 30; 38; 48; 54; 70; 162; 72; 56; 186.
65) 60; 76; 96; 108; 140; 324; 144; 112; 372.
66) 45; 57; 72; 81; 105; 243; 108; 84; 279.
67) 75; 95; 120; 135; 175; 405; 180; 140; 465.
68) 120; 152; 192; 216; 280; 648; 288; 224; 744.
69) 90; 114; 144; 162; 210; 486; 216; 168; 558.
70) 105; 133; 168; 189; 245; 567; 252; 196; 651.
71) 135; 171; 216; 243; 315; 729; 324; 252; 837.
72) 60 סענט 1 דאָל. = 160 סענט
73) 80 ס. 4 ד.
74) 50 ס. 7 ד. = 750 ס.
75) 85 ס.
76) 10,081 פוס
77) 25,344.
78) 286,011.
79) 1,302,000 מייל
80) 200; 350; 1250; 800; 21,930.
81) 13,600; 397,000; 5,001,000; 2,070,000.
82) 273.
83) 1,377 בוכשטאַבען
84) 44 ס. 10 ד.
85) 7000 מייל
86) 22,120
87) 63,250; 88) 194,880; 89) 903,000.
90) 35,420; 91) 87,125; 92) 401,200.
93) 3,011,010; 94) 60,310,400; 95) 5,000,000.
96) 250,000; 97) 5,000,000; 98) 600,000,000.
99) 4,000; 100) 122,400. 101) 10,800,000.
102) 4,224,000,000. 103) 2,061,360,000.
104) 10,643,360.
105) 3^5. 106) 7^4. 107) 5^6.
108) 7·7·7·7.
109) 8·8·8·8·8·8. 110) 9·9·9·9·9. 111) 15·15·15
112) 25·25 113) 40·40·40·40·40·40·40
114) 12^3. 115) 30^4. 116) 96^5.
117) אַרום 1005 סקווער מייל
118) 3 אונצ. 428 פונט
119) 114,736. 120) 121,809.
121) 1000; 122) 2500; 123) 1250; 124) 625; 125) 6000;
126) 11,250.

127) 2,306; 47,520; 1,602; 1,420; 2,400; 23,400.
128) 47,520; 1602; 2400; 23,400.
129) 47,520; 1420; 2400; 23,400.
130) 18,215; 47,520; 1420; 2400; 23,400.
131) 47,520; 1602; 2400; 23,400.
132) 2,400; 23,400. 133) 47,520; 1,602; 23,400.
134) 47,520; 1,420; 2,400; 23,400.
135) 30,917.
136) 275.
137) 44,074,374.

138) 65; 139) 62; 140) 80; 141) 2354.
142) 60 סק. מייל*) 143) 1140 מייל. 144) 625.
145) 38; 40; 120. 146) 28; 30; 75.
147) 2; 18; 36; 540. 148) 8; 228; 520; 2,328.**)
149) $32\frac{4}{10}$; 67; 80; $97\frac{3}{10}$; $143\frac{1}{10}$; 250.
150) $7\frac{[illegible]}{100}$; 24; 30; $70\frac{80}{100}$; $259\frac{8}{100}$; $368\frac{40}{100}$.
151) $4\frac{983}{1000}$; 5; $5\frac{900}{1000}$; $6\frac{780}{1000}$; 31; $45\frac{800}{1000}$; $53\frac{460}{1000}$; $13\frac{728}{1000}$; $203\frac{672}{1000}$; $465\frac{137}{1000}$.
152) 742 153) 82282.

154) גרעסער אין 12 (4 × 3) מאָל
155) קלענער אין 10 (5 × 2) מאָל.
156) גרעסער אין 5 (4 : 20) מאָל.
157) קלענער אין 5 (8 : 40) מאָל.
158) גרעסער אין 7 מאָל.
159) גרעסער אין 8 מאָל.
160) קלענער אין 13 מאָל.
161) קלענער אין 28 מאָל.
162) אונגעענדערט.
163) אונגעענדערט.
164) גרעסער אין 30 (6 × 5) מאָל.
165) קלענער אין 30 (10×3) מאָל.
166) גרעסער אין 3 (8 : 24) מאָל.
167) גרעסער אין 2 (15 : 30) מאָל.
168) 3105.

---

*) אין איבונג 142 פעהלט א וואָרט: נאָך די ווערטער „וויפיעל סקווער" דאַרף שטעהן „מייל".

**) אין איבונג 148 איז פאַראַן א דרוק־פעהלער: אנשטאָדט 1500 דאַרף מען טוילען אויף „2500."

169) 35.

170) 400 סק. פוס

171) 600 אַקער

172) 50 סק. אינטש.

173) 24 סק. אנטש.

174) 25 סק. פ.

175) 154 סק. אינטש.

176) 10,080.

177) —75°C; 178) —103°F.

179) 28ס. 11ד.

180) 7 אינט. 2 פוס 79 יארד

181) 1 אונץ 512 פונט

182) 8 בויג. 8 קווייר 5 באַנדעלס

183) 1 פיינט 1 קווארט 30 גאלאן

184) 48. סעק. 41 מינ. 2 שטונד.

185) 26 סק. אינטש. 7 סק. פוס 8 סק. יארד

186) 1243 קוב. אינטש. 8 קוב. פוס

187) 864 סענט; 188) 248 אינטש.; 189) 9678 סק. אינטש.;

190) 143,424 קוב. אינטש.

191) 1. בויגען 3 קוויירס 1 ריעם 3 באַנד. 8 ביילס

192) 1. פיינט 6 קווארט 3 פעק 15 בוש.

193) 7. אינטש. 1 פוס 3 יארד 13 ראד. 7 פארל. 11 מייל

194) 91 סק. אינ. 7 סק. פ. 20 סק. יארד 3 רודס 351 אַקער

195) 152 קוב. אינ. 12 קוב. פוס 19 קוב. יארד

196) א גלייכער ווינקעל

197) 17 גרעין 3 דראם. 1 אונצ. 1 פונט

198) 1. דשיל — 1 גאל.

199) 3 אינ. 2 פוס 4 יארד

200) 53° 44′ 30″.

201) 14 שטונדען 10 חדשים 1915 יאהר

202) 2 שט. 16 טעג 7 חדשים 1909 יאהר

203) 3 טעג 3 מאָנאַט 4 יאהר

204) דעם 20טען יולי, 1817.

205) דעם 14טען מערץ, 1883.

206) 4. קווארט 70 בוש. 207) 8. אינ. 1 פוס 1350 יארד

208) 126. סק. אינ. 1 סק. פוס 2510 סק. יארד

209) 960. קוב. אינ. 15 ק. פוס 1408 ק. יארד

210) 28. סענט 13 דאל.

211) 9° 19′ 29″.

212) 30. סק. אינ. 3 סק. פוס

213) 13. 214) 3. 215) 9. 216) 8 ק.

217) 8 סעק.

218) 1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29

219) 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20, 21, 22, 24, 25, 26, 27, 28.

220) 31, 37 ; 14, 43, 47.

221) 42, 44, 45, 46, 48, 49, 50; 81, 82, 84, 85, 86, 87, 88, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 98, 99, 100.

222) 1, 2, 3, 5, 7. 223) 1, 7, 7, 7. 224) 1, 2, 2, 3, 3, 5.

225) 1, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 5. 226) 1, 2, 5. 7. 7. 227) 1, 2, 2, 2, 2, 5, 7. 228) 1, 2, 3, 3, 41. 229) 1, 2, 2, 2, 5, 5, 5.

230) 1, 11, 101. 231) 1, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3. 232) 1, 7, 7, 7, 11. 233) 1, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2.

234) 1, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 5. 235) 1, 2, 2, 3, 3, 5, 7, 7.

236) 1, 2, 3, 6, 7 9, 14, 18, 21, 22, 33, 42, 49, 63, 66, 77, 99, 126, 198, 882, 1386, 9702.

237) 1, 2, 3, 5. 238) 1, 7. 239) 1, 2, 2, 3, 3, 5.

240) $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$ 241) $2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$

242) $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 180$

243) 625. 244) 700. 245) 800. 246) 4096. 247) 7800. 248) 20160. 249) 462000. 250) 9660. 251) 27930. 252) 309540.

253*) אַ דריטעל, פינף זעקסטלעך, צוויי דריטעל, א העלפט, א זעקסטעל.

254) א פינף־און־צוואנציגסטעל, אַ צוועלפטעל, א זעקסטעל, אַ הונדערטעל, א צעהנטעל, א זיעבעטעל, א פערצעהנטעל, א פערטעל, א עלפטעל, א פופציגטעל.

255) $\frac{4}{7}, \frac{11}{12}, \frac{25}{39}, \frac{100}{101}$ 256) $\frac{9}{9}, \frac{89}{89}$

257) $\frac{19}{14}, \frac{61}{26}$

258) $\frac{6}{2}; \frac{25}{4}; \frac{77}{9}; \frac{80}{3}; \frac{100}{7}; \frac{125}{6}; \frac{1207}{1200}$

259) $2\frac{1}{9}; 1; 2; 7\frac{3}{5}; 7; 1\frac{29}{31}; 3; 6\frac{10}{15}; 6$

260) $\frac{2}{3}$ 261) $\frac{3}{5}$ 960) $\frac{1}{4}$ 263) $\frac{3}{5}$

264) $\frac{7}{10}$ 265) $\frac{2}{3}$ 266) $\frac{9}{10}$ 267) $\frac{5}{8}$ 268) $\frac{3}{4}$

269) $\frac{416}{425}$ 270) $\frac{226}{425}$ 271) $\frac{65}{96}$ 272) $\frac{65}{211}$

273) $\frac{33}{55}, \frac{30}{55}$ 274) $\frac{35}{40}, \frac{32}{40}, \frac{30}{40}$

---

*) איהר לייענט דאָ פון רעכטס.

275) $\frac{216}{1008}$, $\frac{560}{1008}$, $\frac{315}{1008}$ 276) $\frac{2772}{6300}$, $\frac{2275}{6300}$, $\frac{3060}{6300}$

277) $\frac{460}{840}$, $\frac{405}{840}$, $\frac{456}{840}$ 278) $\frac{31}{96}$, $\frac{58}{96}$, $\frac{56}{96}$, $\frac{52}{96}$

279) $\frac{450}{960}$, $\frac{588}{960}$, $\frac{650}{960}$

280) $1\frac{73}{140}$ 281) $2\frac{1}{8}$ 282) $2\frac{4}{5}$ 283) $2\frac{9}{42}$

284) $\frac{1}{12}$

285) $\frac{1}{40}$ 286) $\frac{4}{9}$ 287) $3\frac{43}{50}$ 288) $1\frac{2}{9}$ 289) $\frac{109}{120}$

290) $\frac{13}{20}$

291) $3\frac{3}{10}$

292) $21 \cdot \frac{4}{7} = 3 \cdot 4 = 12$

293) 38

294) $\frac{27}{70}^{(3} \cdot \frac{28}{39}^{(14} = \frac{9 \cdot 12}{5 \cdot 13} = \frac{18}{65}$

295) $9\frac{19}{30}$ 296) $343 \cdot \frac{40}{49}^{(49} = 7 \cdot 40$; 297) $393\frac{3}{4}$

298) $\frac{1}{420}$

299 $72\frac{1}{4}$ 300) $48\frac{3}{4}$ 301) $71\frac{1}{4}$

302) 28 ד.

303) 140

304) 1 אקער 305) 570; 462.

306) $\frac{2}{77}$ 307) $62\frac{1}{2}$ 308) $\frac{33}{38}$ 309) $\frac{5}{82}$ 310) $\frac{3}{8}$ 311) $\frac{2}{7}$

312) $\frac{4}{5}$ 313) $\frac{4}{9}$ 314) 9 315) $\frac{9}{4}$ $\frac{9}{5}$ 316) $\frac{5}{4}$

317) 35°C; 95°F. 318) —35°C; —31°F.

319) 24°R; 86F°. 320) 20°R; 25°C.

321) — 20°R; — 25°C.

322) 3 טויזענדטלעך. 323) 15 טויזענדטלעך. 324) 501 טוי־זענדטלעך.

325) 5 גאנצע און 105 טויזענדטלעך. 326) 51 גאנצע און 5 הונדערטלעך.

327) 15 גאנצע און 5 טויזענדטלעך; 328) 50 גאנצע און 105 טויזענדטלעך.

329) 3689 צעהן־טויזענדטלעך. 330) 36 גאנצע 89 טויזענד־לעך.

331) 300 גאנצע 6809 צעהן־טויזענדטלעך.

332) 0.17; 0.39; 0,213; 0,075; 0.009; 2.738; 0.5395; 0.06035.

333) 890.4; 8.904; 0.08904.

334) 42.035.

335) 0.03700; 2.91088; 8.70000; 400.01000; 35.32650.

336) 0.003; 337) 0.375; 338) 1.05; 339) 25.8.
340) 0.0375; 3.75; 375.
341) 8752.37908; 87.5237908; 0.875237908; 0.00875237908.
342) 31.2704. 343) 26.66672. 344) 60.
345) 4.38. 346) 6.05. 347) 4.28216.
348) 8.99781.
349) 1591.59. 350) 12236.36.
351) 6789. 352) 5844.8.
353) 44100. 354) 8.3810205.
355) 0.0002664. 356) 1.
357) 0.015. 358) 0.0875.
359) 0.0000125.
360) 0.136. 361) 0.2045. 362) 222.9988.
363) 0.6484375. 364) 2.503.
365) 0.000002. 366) 3600.
367) 0.3125; 0.136(*; 0.703125; 0.484.
368) 0.88; 0.86; 0.44.
369) 0.833; 0.867; 0.444.
370) 0.8333; 0.8667; 0.4444.
371) $\frac{4}{5}$, $\frac{1}{25}$, $\frac{1}{200}$, $2\frac{1}{20}$, $9\frac{1}{2}$ $\frac{3}{40}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{108}{625}$, $25\frac{256}{625}$
372 $\frac{2}{11}$, $\frac{7}{11}$, 1 373) $\frac{8}{111}$. $\frac{14}{111}$, $\frac{8}{27}$ $\frac{1}{111}$
374) $\frac{2261}{11111}$, $\frac{2528}{11111}$ 375) $17\frac{37}{80}$, $\frac{3}{80}$
376) $\frac{4}{11}$, $\frac{451}{555}$ 377) $4\frac{1}{2200}$, $\frac{251}{925}$, $\frac{6149}{25025}$

378) גרעסער אין 2 (2 : 4) מאָל.
379) קלענער אין 2 (3 : 6) מאָל.
380) קלענער אין 2 (3 : 6) מאָל.
381) גרעסער אין 2 (5 : 10) מאָל.
382) גרעסער אין 12 (4 × 3) מאָל.
383) קלענער אין 20 (10×2) מאָל.

384) $\frac{34}{3} : \frac{51}{3} = 34 : 51 = 2 : 3$ 385) 20 : 7
386) 2.18 : 0.50 = 218 : 50 = 109 : 25.
387) 3 : 10.
388) 7 : 4. 389) 1 : 5. 390) 8 : 7. 391) 15 : 13.
392) 18 — 6 = 40 — 28.
393) 45 — 35 = 50 — 40.
394) 54 — 27 = 90 — 63.

*) אין איבונג 367 דארף כאָך דער ברוך־צאָהל $\frac{17}{125}$ שטעהן אַ סע־מיקאָלאָן (;).

395) 26 — 22 = 5 — 1.

396) 100 — 91 = 1000 — 991.

397) 65 — 50 = 371 — 356.

398) 98 — 70 = 31 — 3.

399) 25 : 5 = 10 : 2.

400) 2 : 6 = 3 : 9.

401) 4,000,000,000, : 2,000,000,000 = 40,000,000,000 : 20,000,000,000.

402) 8 : 2 = 20 : 5. 403) 25 : 50 = 2 : 4.

404) 18 : 3 = 600 : 100.

405) 10 : 100 = 6 : 60.

406) 50. 407) 12. 408) 61. 409) 81. 410) 9.73.

411) 5394.2.

412) 18.795.

413) 96.375(* 414) 6208. 415) 1

416) 261 פוס 2 $\frac{2}{11}$ אינ.

417) 78 פוס 11 $\frac{7}{19}$ אינ.

418) שטעלט פריהער איבער די עקסטרעמע, נאָכהער די מיטע־לט, נאָכהער די עקסטרעמע און די מיטעלע; דאַן שטעלט איבער די פאַרהעלטניסע; אין דיעזער נייער פּראָפּאָרציע שטעלט נאָכהער איבער די עקסטרעמע, נאָכהער די מיטעלע און צולעצט די עקסטרעמע און די מי־טעלע.

419) 2 : 1 = 2 : 1. 420) 3 : 1 = 3 : 1.

421) 25 : 13 = 25 : 13. 422) 70 : 97 = 70 : 97

423) 20 : 16 = 30 : 24. 424) 100 : 250 = 4 : 10.

425) $\sqrt{\frac{2}{3} \cdot 6} = \sqrt{4} = 2.$

426) $\sqrt{1\frac{1}{14} \cdot 8\frac{2}{5}} = \sqrt{9} = 3.$

427) $\sqrt{12\frac{1}{2} \cdot 2} = \sqrt{25} = 5.$

428) $\sqrt{36} = 6.$ 429) $\sqrt{49} = 7.$

430) $\sqrt{1} = 1$ 431) 8. 432) 9. 433) 10.

434) $\sqrt[3]{\frac{3}{4} \cdot 1.2 \cdot 1\frac{1}{9}} = \sqrt[3]{1} = 1.$

435) $\sqrt[3]{8} = 2.$ 436) 3. 437) 4. 438) 3.

439) $\sqrt[4]{5 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 11} = \sqrt[4]{3080}.$

440) $\sqrt[5]{12 \cdot 15 \cdot 6 \cdot 25 \cdot 8}$

441) 505 מייל. 442) 14.4 יארד

*) אין איבונג 413 דארף שטעהן 60 אנשטאדט 06.

443) 75 ס. 57 ד. 444) 630 ארבייטער.

445) 1584 יארד 49 מייל

446) $11,520. 447) $15,925,000.

448) $18,750

449) $3,200.

450) 85%. 451) 1875. 452) 2.5%. 453) 1.02%.

454) 2.6%. 455) 10.02%. 456) 1.8%.

457) 19.8%. 458) 2400%. 459) 481%; 54%.

460) $3\frac{1}{8}$ דאָל. **461) 1275. 462) 6%.**

463) 2 יאהר 464 8000 דאָל. 465) 1.025^{9}

466) 1.0125^{18} 467) 1.0325^{7} 468) 1.03125^{7}.

469) $1.025^{7} \cdot 290$. 470) $1.105^{11} \cdot 3600$. 471) $\frac{615}{1.03^{3}}$

472) (47.5×4ס.) 90ס. 1ד.

473) 3 ס. × 0.84 = 2.52 ס. (ארום 2½ סענט)

474) (14½ ס. 16 ד.) 14.5 ס. 16 ד.

475) 3%. 476) 240.

477) 491.25.

478) 2500 דאָל.

479) 5 חדשים

480) 8%.

481) 500; 1500; 1200. 482) 144; 216; 312; 240; 288

483) 600; 1000; 1400; 1800; 2200.

484) 1260; 900; 700. 485) 800; 600; 960; 1120.

486) 885.

487) 42 ס.

488) 40.

489) 10 פ.